

Evolutionäre Algorithmen

Vorlesung 4

Evolutionäre Operatoren

Evolutionäre Operatoren _____

- ▷ Gegenstücke zur Selektion
- ▷ Erzeugung neuer Lösungskandidaten
- ▷ bestimmen mögliche Richtungen, die eine Suche nehmen kann
- ▷ unärer Operator: Mutation
- ▷ k -ärer Operator: Rekombination

Mutation: zwei Rollen _____

- ▷ Kleine Veränderung am Phänotyp: Feinabstimmung bzw. *exploitation*
- ▷ große Veränderung am Phänotyp: Erforschung bzw. *exploration*
- ▷ Feinabstimmung ist kritischer als Erforschung
⇒ meist: Kleine Veränderung (am Genotyp!)

Mutation: lokale Suche _____

- ▷ Mutation nimmt kleine Veränderung vor
- ▷ Selektion bevorzugt bessere Individuen
- ▷ Wechselspiel zwischen Mutation und Selektion erzeugt eine lokale Suche

Mutation: Nachbarschaftsgraph _____

- ▷ endlicher genotypischer Suchraum \mathcal{G}

Definition: Nachbarschaftsgraph

- ▷ Mutationoperator $M^\xi : \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}$
- ▷ Nachbarschaftsgraph $G = (V, E)$ mit
- ▷ Knoten $V = \mathcal{G}$ und
- ▷ Kanten

$$E = \left\{ (v_1, v_2) \mid \exists \xi \in \Xi : M^\xi(v_1) = v_2 \right\} \subset V \times V$$

Mutation: Lokales Optimum _____

Definition: Lokales Optimum

- ▷ Mutationoperator $M^\xi : \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{G}$
- ▷ induzierte Bewertungsfunktion $f : \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}$
- ▷ Nachbarschaftsgraph $G = (V, E)$ zu M
- ▷ Dann heißt $v \in V$ lokales Optimum falls
für alle $(v, v') \in E$ gilt: $f(v) \succeq f(v')$

Mutation: Nachbarschaftsgraph _____

- ▷ Was lässt sich an Nachbarschaftsgraphen ablesen?
- ▷ veranschaulicht: Erreichbarkeit der Lösungskandidaten
- ▷ minimaler Zeitbedarf für Veränderungen an Individuen
- ▷ lokale Optima

Mutation: Bedeutung der Kodierung _____

- ▷ gilt $\mathcal{G} \neq S$
- ▷ dann bestimmen Kodierung und Mutation die Anzahl und Position der lokalen Optima
- ▷ es können mehr lokale Optima entstehen als mit der natürlichen Nachbarschaftsbeziehung
- ▷ oft vorteilhaft: Einbettung der phänotypischen Nachbarschaft in die mutationsdefinierte, genotypische Nachbarschaft

Mutation: Beispiel für Kodierungen _____

- ▷ Kodierung von $[u, v]$ mit l Bits
- ▷ standardbinäre Kodierung

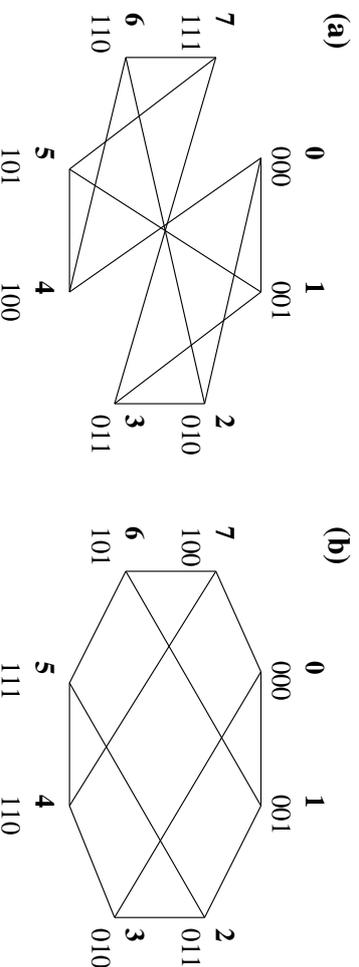
$$decode_{stdbin}(A) = u + \frac{v-u}{2^l-1} \left(\sum_{j=1}^l A_l - j 2^{j-1} \right)$$
- ▷ Gray-Kodierung

$$decode_{gray}(A) = decode_{stdbin}(Gray2stdbin(A))$$
 mit $Gray2stdbin(A_1 \dots A_l) = (B_1 \dots B_l)$ gegeben durch $B_i = \bigoplus_{j=1}^i A_j$

Mutation: Exploration _____

- ▷ Allerdings: auch nicht-lokale Veränderungen sind wichtig
- ▷ erhalten die Diversität im Suchraum
- ▷ soll gewährleisten, dass alle Punkte im Suchraum (schnell) erreicht werden können

Mutation: Beispiel für Kodierungen _____



Ausschließlich lokale Mutation _____

- ▷ Mutation und Selektion ergeben lokale Suche
- ▷ sehr lokale Mutation kann in lokalen Optima gefangen sein
- ▷ Dann: Erreichbarkeit aller Punkte geht verloren
 - ⇒ Mutation muss auch immer diversitätserhaltend sein
- ▷ Andernfalls: anderer explorativer Operator ist notwendig

Rekombination: Kombination _____

- ▷ hat meist keine eigene „Kreativität“
- ▷ kombiniert i.d.R. Informationen der Eltern
- ▷ untermauert durch „Schema/Forma-Theorie“: parallele Suche in den Hyperebenen der Eigenschaften
- ▷ meist genotypische, selten phänotypische Eigenschaften

Rekombination: Extrapolation _____

- ▷ für eine mehr gerichtete Suche durch die Rekombination sind die Gütwerte zu benutzen
 - ▷ daraus läßt sich eine Richtung ableiten, in der bessere Gütwerte erwartet werden
- ⇒ Extrapolation

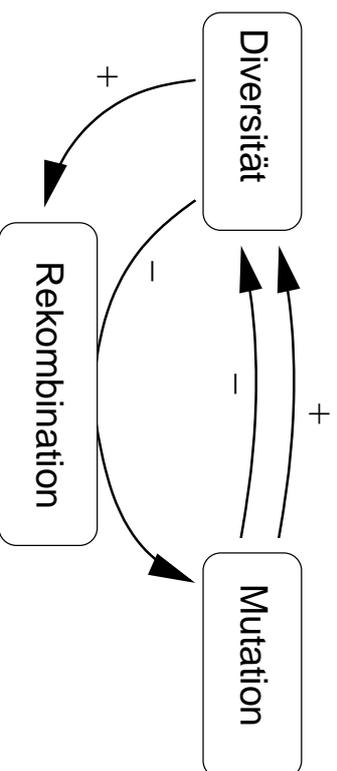
Rekombination: Rolle der Diversität _____

- ▷ Rekombination benötigt Diversität
- ⇒ nur dann findet effektiv durch neue Impulse eine Suche in den Hyperebenen statt
- ▷ fehlt die Diversität: viele Individuen sind sehr ähnlich zueinander
- ⇒ ein kontrahierender Operator kann große Ausreisser durch die Mutation statistisch herausmitteln (genetisches Reparieren)

Wechselwirkungen zwischen Operatoren –

- ▷ große Mutationen ⇒ große Diversität
- große Diversität ⇒ effektive Rekombination durch große Menge an unterschiedlichen Samples
- D.h. beide Operatoren agieren eher explorativ
- ▷ Mutation klein ⇒ kleine Diversität
- kleine Diversität ⇒ Rekombination wirkt glättend auf Mutation
- D.h. beide Operatoren bestärken lokale Suche (Exploitation)

Regelkreise



Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 4, Weicker

17

Folgerungen aus Regelkreisen

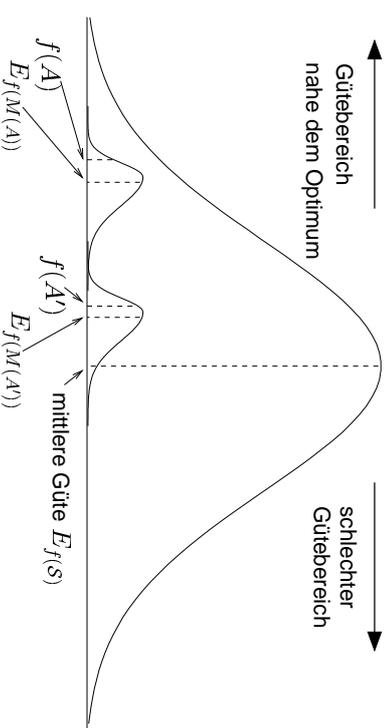
- ▷ zentrale Rolle der Diversität
- ▷ für große Exploration (z.B. zu Beginn der Suche)
 - ⇒ große Mutationen
- ▷ für Exploitation (z.B. gegen Ende der Suche)
 - ⇒ kleine Mutationen
- ▷ Faktoren wie Populationsgröße, Selektion, etc. fehlen noch!

Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 4, Weicker

18

Einfluss des Stands der Suche

- ▷ Betrachten: Gütehistogramme



Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 4, Weicker

19

Idealisiertes Szenario

- ▷ Annahme: verschiedene Operatoren verhalten sich ähnlich
 - ⇒ unterscheiden sich nur in Bezug auf ihre Gütevarianz
- ▷ stärkere Verschiebung des Erwartungswerts der Güte der Nachkommen von M falls
 - Ausgangspunkt näher am Optimum
 - größere Gütevarianz des Operators
- ▷
$$E_{f(M(A))} - f(A) = \frac{\sigma_{f(M(A))}^2}{\sigma_{f(S)}^2} (E_{f(S)} - f(A))$$

Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 4, Weicker

20

Vergleich von Operatoren _____

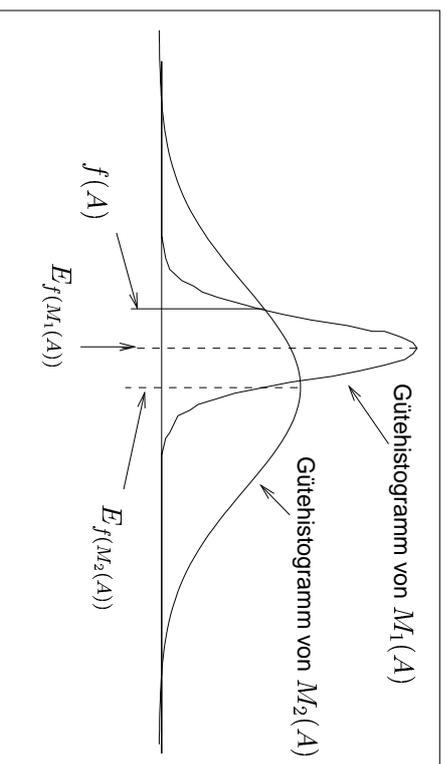
- ▷ (Multi-)Menge aller möglichen Nachkommen $T_{M,A}$
- ▷ (Multi-)Menge aller besseren Nachkommen $\hat{T}_{M,A}$
- ▷ Erfolgswahrscheinlichkeit: $Q_{M,A} = \frac{|\hat{T}_{M,A}|}{|T_{M,A}|}$
- ▷ erwartete Verbesserung:

$$P_{M,A} = \frac{1}{|\hat{T}_{M,A}|} \sum_{B \in \hat{T}_{M,A}} |f(B) - f(A)|$$

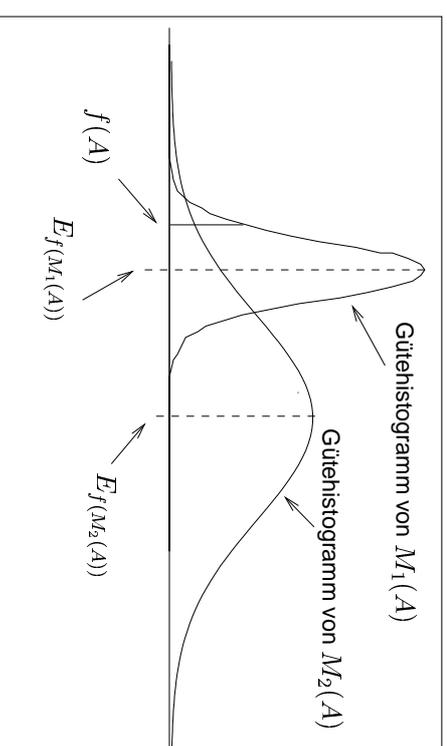
- ▷ Kombination aus beidem:

$$R_{M,A} = Q_{M,A} P_{M,A} = \frac{1}{|T_{M,A}|} \sum_{B \in \hat{T}_{M,A}} |f(B) - f(A)|$$

Naheliegender Güte von S _____



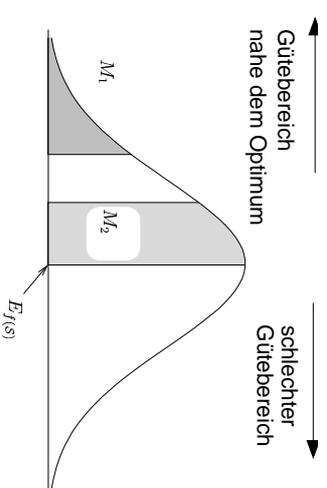
Naheliegender Güte _____



Einfluss des Stands der Suche _____

- ▷ für beide Operatoren existiert jeweils ein

Gütebereich, auf dem sie dem anderen überlegen sind.



- ▷ lässt sich unter bestimmten Bedingungen theoretisch zeigen

Folgerungen

- ▷ für eine schnelle Optimierung gilt:
- ▷ gütebezogenes Verhalten der Mutation hat sich im Verlauf der Optimierung zu verändern
- ▷ erneut: Wechsel von Exploration zur Exploitation ist notwendig
- ▷ Parameter des Algorithmus müssen während des Suchverlaufs verändert werden

Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 4, Weicker

25

Adaptation

- ▷ Informationen aus dem Suchprozess werden genutzt, um die Parameter anzupassen
- ▷ global für die gesamte Population oder für einzelne Individuen
- ▷ **Vorteil:** tatsächliche Berücksichtigung der aktuellen Optimierung ist möglich
- ▷ **Nachteil:** oft sind Indizien und Formeln zur Anpassung der Parameter nur schwierig zu finden

Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 4, Weicker

27

Vordefinierte Parameteranpassung

- ▷ vor der Optimierung wird ein Plan aufgestellt, wie die Parameter verändert werden
- ▷ **Nachteil:** unterschiedliche Probleme und Probleminstanzen benötigen unterschiedliche Anpassung
- ▷ kann zu verfrühter Konvergenz auf schlechtem Lösungskandidaten führen
- ▷ kann zu sehr langsamer Konvergenzgeschwindigkeit führen

Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 4, Weicker

26

Selbst-Adaptation

- ▷ Parameter werden in jedem Individuum kodiert
- ▷ sie unterliegen ebenfalls der Selektion und haben sich geeignet herauszubilden
- ▷ **Vorteil:** Parameteranpassungen sind möglich, die nicht durch allgemeine Regeln spezifiziert werden können
- ▷ **Nachteil:** Man hat keinen Einfluss mehr auf das Verhalten der Parameter

Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 4, Weicker

28

Theorie für erfolgreiche Adaptation _____

- ▷ **gesucht:** Theorie zur Adaptation und Selbstadaptation
- ▷ Es ist eine offene Frage, wann Regeln zur Adaptation wirklich erfolgreich sind
- ▷ ebenso offen: wann lassen sich Selbst-Adaptationen in die Irre leiten?