Abt. Formale Konzepte
W. Schmid, P. Jehlicka
Universität Stuttgart
SS 02, 31.05.2002
Abgabe bis Dienstag 11.06.2002
Zugehörige Übungen am 14.06.2002 8.30 Uhr
Empfohlene Bearbeitungszeit:3 Stunden
Hierbei mindestens zu erreichende Punktzahl: 18.

Übung 5

zu Theoretische Informatik III (für Softwaretechnik)

Aufgabe 1: Analyse einer Turingmaschine (4 Punkte)

Gegeben sei eine Turingmaschine: $M = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{0,1\}, \{\text{ƀ}, 0, 1\}, \delta, q_0', \{q_e\}, \text{ƀ}, 2)$ mit der zugehörigen Tafel δ:

q_0'	ƀ, ƀ	q_0	1, 0	O, O	q_0	ƀ, ƀ	q_e	ƀ, ƀ	O, O	q_1	ƀ, ƀ	q_e	1, ƀ	O, O
					q_0	ƀ, 0	q_0	0, ƀ	O, L	q_1	ƀ, 0	q_0	1, ƀ	O, L
q_0'	0, ƀ	q_0'	0, 0	R, R	q_0	0, ƀ	q_0	0, ƀ	L, O	q_1	0, ƀ	q_0	1, ƀ	L, O
					q_0	ƀ, 1	q_0	1, ƀ	O, L	q_1	ƀ, 1	q_1	0, ƀ	O, L
q_0'	1, ƀ	q_0'	1, 1	R, R	q_0	1, ƀ	q_0	1, ƀ	L, O	q_1	1, ƀ	q_1	0, ƀ	L, O
					q_0	0, 0	q_0	0, ƀ	L, L	q_1	0, 0	q_0	1, ƀ	L, L
					q_0	0, 1	q_0	1, ƀ	L, L	q_1	0, 1	q_1	0, ƀ	L, L
					q_0	1, 0	q_0	1, ƀ	L, L	q_1	1, 0	q_1	0, ƀ	L, L
					q_0	1, 1	q_1	0, ƀ	L, L	q_1	1, 1	q_1	1, ƀ	L, L

Was berechnet diese Turingmaschine? Was bedeuten dabei die Zustände q_0 und q_1? Bestimmen Sie die Zeit- und Platzkomplexität der Turingmaschine.

Aufgabe 2: Konstruktion einer Turingmaschine (4 Punkte)

Konstruieren Sie eine k-Band Turingmaschine, die zu einer gegebenen Zahl x (in Binärdarstellung) entscheidet, ob diese durch 3 teilbar ist oder nicht. Bestimmen Sie die Zeit- und Platzkomplexität der Turingmaschine. Verwenden Sie möglichst wenig Bänder.

Aufgabe 3: ein einfach aussehendes Problem (4 Punkte)

Sei k-COLOR ($k > 2$) die Menge der binären Codierungen von ungerichteten Graphen, die sich mit k Farben färben lassen. Zeigen Sie: k-COLOR lässt sich von einer nichtdeterministischen Turingmaschine in $O(n^2)$ lösen.

Konstruieren Sie keine Turingmaschine, sondern skizzieren Sie einen Lösungsalgorithmus und schätzen Sie dessen Laufzeit ab.

Läßt sich dieses Problem nicht deterministisch in $O(n^2)$ lösen?

Aufgabe 4: Konstruktion einer Registermaschine (6 Punkte)

Konstruieren Sie eine Registermaschine, die bei Eingabe der Zahlen n in R_0 und m in R_1 die Werte n div m und n mod m berechnet. Bestimmen Sie die Zeit- und Platzkomplexität Ihrer Registermaschine.

Skizzieren Sie, wie man mit einer Mehrbandturingmaschine dieses Problem löst und vergleichen Sie die Aufwandsabschätzungen.

Aufgabe 5: universelle Turingmaschine (12 Punkte)

Diese Aufgabe ist als Alternative zu den Aufgaben 1-3 gedacht.

Eine (deterministische) Turingmaschine heißt *universell*, wenn für alle Turingmaschinen M und für alle (für M zulässigen) Wörter w gilt: $\mathrm{Res}_U(< M, w >) = < \mathrm{Res}_M(w) >$ (vgl. Hertrampf Theoretische Informatik I). U liest also die binäre Standardcodierung $< M >$ einer 1-Band Turingmaschine sowie derern Eingabe w ein und erzeugt dann das gleiche Ergebnis, das M bei Eingabe von w erzeugt hätte.

Erläutern Sie die Arbeitsweise einer universellen Turingmaschine

Skizzieren Sie eine universelle Turingmaschine mit k Bändern, die möglichst wenige Zustände besitzt (wählen Sie $k \leq 5$ geeignet).