Abt. Formale Konzepte — Universität Stuttgart
Fakultät Informatik — SS 02, 17.06.2002
Abgabe bis Dienstag 25.06.2002 — Zugehörige Übungen am 28.06.2002 8.30 Uhr
Empfohlene Bearbeitungszeit:4 Stunden — Hierbei mindestens zu erreichende Punktzahl: 12.

Übung 6

zu Theoretische Informatik III (für Softwaretechnik)

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Konstruieren Sie eine Registermaschine, die zu zwei gegebenen ganzen Zahlen a und b mit $a, b > 1$ den Wert a div b (ganzzahlige Division) berechnet. Am Anfang soll a in R_0 und b in R_1 stehen - das Ergebnis a div b soll am Ende in R_0 gespeichert werden. Bestimmen Sie die Zeit- und Platzkomplexität Ihrer Registermaschine.

Zusatzaufgabe: Finden Sie einen Algorithmus dessen Zeitkomplexität polynomiell bezüglich der Eingabelänge bleibt.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Zeigen Sie $\mathbf{DTime}_k(f(n)) \subseteq \mathbf{DTime}_1(f^2(n))$. Verwenden Sie die Spurtechnik, indem Sie die k Bänder auf k Spuren eines Bandes legen. Codieren Sie in das neue Alphabet auch die k Positionen der Leseschreibköpfe.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Gegeben sei eine RAM mit der Rechenspeicherzellenbelegung $(n, a_1, a_2, .., a_n)$ (am Anfang). Schreiben Sie ein RAM Programm mit möglichst wenig Befehlen (auf Effizienz soll bewusst nicht geachtet werden), welches die Inhalte der Register $R_1, R_2, .., R_n$ sortiert, das heißt, nach Ausführung des Programms soll $(n, a_{i_1}, a_{i_2}, .., a_{i_n})$ mit $a_{i_1} \leq a_{i_2} \leq .. \leq a_{i_n}$ die Rechenspeicherzellenbelegung sein.

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Zeigen Sie:

a) $\mathbf{DSpace(n)} \subseteq \mathbf{ExpTime} = \cup_{c \in \mathbb{N}} \quad \mathbf{DTime}\ (c^n)$,

b) $\mathbf{NTime(n)} \subseteq \mathbf{DSpace(n)}$.

Aufgabe 5: (12 Punkte)

Diese Aufgabe ist als Alternative zu den Aufgaben 1-3 gedacht.

Beweisen Sie Satz 7.2 (Seite 121) der Vorlesung:
$\forall k \geq 1 \ \ \exists \alpha, \beta \in \mathbb{N}$ mit

$$\mathrm{DTimeSpace}_k(T, S) \subseteq \mathrm{RAMTimeSpace}(\alpha \cdot T \cdot \log(S), \beta \cdot S)$$