Abt. Formale Konzepte
Fakultät Informatik
Abgabe bis Dienstag 09.07.2002
Empfohlene Bearbeitungszeit:4 Stunden

Universität Stuttgart
SS 02, 01.07.2002
Zugehörige Übungen am 12.07.2002 8.30 Uhr
Hierbei mindestens zu erreichende Punktzahl: 12.

Übung 7

zu Theoretische Informatik III (für Softwaretechnik)

Aufgabe 1: P und **NP** (3 Punkte)

Sei $\{1\}$ das Problem zu entscheiden, ob ein Element x in der Menge $\{1\}$ enthalten ist oder nicht.

Zeigen Sie: $\{1\}$ ist **NP**-vollständig $\Leftrightarrow$ **P**=**NP**

Aufgabe 2: TSP – Nicht-Determinismus (3 Punkte)

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E, \delta)$ und eine Zahl m. Zeigen Sie: Das Problem, ob es in diesem Graphen einen Weg w mit $\delta(w) \leq m$ gibt, der alle Knoten enthält, kann nicht-deterministisch in polynomieller Zeit entschieden werden (liegt in **NP**).

Aufgabe 3: (7 Punkte)

3-SAT ist das Erfüllbarkeitsproblem, bei dem jede Klausel 3 Literale hat. Clique ist das Problem, zu einer Eingabe (G, k) zu entscheiden, ob der Graph G eine Clique mit mind. k Knoten besitzt ($V' \subseteq V$ heißt Clique, wenn die Knoten in V' paarweise durch Kanten verbunden sind). Independent-Set ist das Problem, zu einer Eingabe (G, k) zu entscheiden, ob der Graph G eine unabhängige Knotenmenge mit mind. k Knoten besitzt ($V' \subseteq V$ heißt unabhängig, wenn es keine Kantenverbindungen zwischen den Knoten in V' gibt).

a) (2 Punkte) Zeigen Sie durch (polynomielle) Reduktion des Problems Clique auf Independent-Set, dass Independent-Set NP-hart ist (mit Independent-Set $\in$ NP folgt die NP-vollständigkeit).

b) (5 Punkte) Zeigen Sie durch (polynomielle) Reduktion des Problems 3-SAT auf Independent-Set, dass Independent-Set NP-hart ist.

Aufgabe 4: Reduktion (6 Punkte)

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E, \delta)$ $(\delta : E \to \mathbb{N})$, $u, v \in V, d \in \mathbb{N}$.

Problem 1: (LWeg) Existiert ein doppelpunktfreier Weg w von u nach v mit $\delta(w) = d$?

Problem 2: (Ham) Hat G einen Hamiltonschen Weg (= doppelpunktfreier Weg in welchem alle Knoten genau einmal vorkommen)?

Zeigen Sie: Ham $\leq_{pol}$ LWeg.

Aufgabe 5: (6 Punkte)

Zeigen Sie: Das Erreichbarkeitsproblem für B/E Netze (Petrinetze mit Kapazität 1) ist **NP**-hart. Reduzieren Sie dazu 3-SAT auf dieses Problem.