Universität Stuttgart
Fakultät 5, Institut FMI
Einf.i.d.Informatik II

Sommersemester 2003
Lewandowski, Claus
23. Mai 2003

Aufgabenblatt 4 **Abgabe: 30. Mai, 20.00 Uhr**

---

1. Größe eines S/T-Netzes I (leicht) (schriftlich, 3 Punkte)

Wie groß können Erreichbarkeitsgraphen werden, bezogen auf die Größe des zugehörigen Netzes?

Hierzu müssen wir zunächst festlegen, was die Größe eines Netzes ist. Wie üblich ist dies die Länge einer Darstellung.

Meist wählt man eine normierte Darstellung. Eine relativ kurze Darstellung ist z.B. die Folgende, bei der die Stellen stets mit den Zahlen von 1 bis $n = |S|$ und die Transitionen mit den Zahlen von 1 bis $m = |T|$ bezeichnet werden; die i-te Stelle beschreibt man, indem man vor die Nummer i ein $'s'$ setzt; analog sei $'t'j$ die j-te Transition:

- <Zahl der Stellen>;
- <Zahl der Transitionen>;
- <Liste der Kanten in der Form (<Bezeichnung Knoten>, <Bezeichnung Knoten>, <Gewicht der Kante>) >;
- <Kapazitäten als n-stelliger Vektor>;
- <Anfangsmarkierung als n-stelliger Vektor>;;

Hierbei werden alle Zahlen binär aufgeschrieben.

<u>Definition</u>: Die Größe des Netzes ist Länge dieser Darstellung.

Ein Netz wird hier also als ein Wort über dem 7-elementigen Alphabet $\{s,t,0,1,,,;,\infty\}$ aufgefasst.

<u>Beispiel</u>: In Beispiel 2.2.1.3 hatten wir folgendes Netz vorgestellt:
$S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$, $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$, $M_0 = (1, 0, 0, 0, 1)$,
$F = \{(s_1, t_1), (s_2, t_2), (t_1, s_2), (t_2, s_1), (t_2, s_3), (s_3, t_3), (s_5, t_3), (t_3, s_4), (s_4, t_4), (t_4, s_5)\}$,
$W((x, y)) = 1$ für alle Kanten (x, y), $K(s_1) = K(s_2) = K(s_4) = K(s_5) = \infty$, $K(s_3) = k$.

Dieses Netz schreiben wir also für $k = 9$ in folgender Form auf:

$$101; 100; s1, t1, 1, s10, t10, 1, t1, s10, 1, t10, s1, 1, t10, s11, 1, s11, t11, 1, s101, t11, 1,$$
$$t11, s100, 1, s100, t100, 1, t100, s101, 1; \infty, \infty, 1001, \infty, \infty; 1, 0, 0, 0, 1; ;$$

Dieses Wort besteht aus 134 Zeichen. Unser Netz besitzt also die Größe 134.

<u>Aufgabe</u>: Welche Größen haben das „resultierende Netz“ des Zug-Beispiels 2.2.1.1 (siehe Folie Nr. 10) und das letzte Netz aus Beispiel 2.2.1.4 (mit 5 Stellen und 4 Transitionen, vgl. Folie Nr. 21)? Geben Sie die Darstellung im obigen Format an.

2. **Größe eines Erreichbarkeitsgraphen I** (leicht) (schriftlich, 1 Punkt)
   Definieren Sie auf ähnliche Weise die Größe eines Erreichbarkeitsgraphen.

3. **Größe eines Erreichbarkeitsgraphen II** (leicht) (votieren, 3 Punkte)
   Welche Größen haben die Erreichbarkeitsgraphen der drei obigen Netze, für die die Größe bestimmt wurde? (Für zwei Beispiele wurden in 2.2.1.7 und 2.2.1.8 die Erreichbarkeitsgraphen bereits angegeben; für das Zugbeispiel müssen Sie diesen Graphen selbst konstruieren.)

4. **Klassen von Erreichbarkeitsgraphen I** (mittel-schwer) (schriftl., 2+3 Punkte)
   a) Definieren Sie, was es bedeuten soll, dass eine Klasse von Netzen polynomiell konstruierbare Erreichbarkeitsgraphen besitzt. Wieviel Platz benötigt man für diese Konstruktionen höchstens?
   b) Geben Sie unendlich große Klassen von Netzen an, deren Erreichbarkeitsgraphen sich genau mit linearem, bzw. mit quadratischem Zeitaufwand konstruieren lassen.

5. **Klassen von Erreichbarkeitsgraphen I** (mittel-schwer) (votieren, 2+2 Punkte)
   a) Es gibt Netze, deren Erreichbarkeitsgraphen exponentiell größer sind als die Netze selbst. Versuchen Sie, solche Netze selbst zu entdecken, oder durchsuchen Sie die Literatur hiernach. (Hinweis: Wir haben eine Bibliothek im Erdgeschoss.)
   b) Gibt es Klassen von Netzen, deren Erreichbarkeitsgraphen endlich sind, aber viel stärker als exponentiell wachsen?

6. **Lebendigkeit eines S/T-Netzes** (mittel) (schriftlich, 2+2 Punkte)
   Auf dem letzten Aufgabenblatt wurden schon die Erreichbarkeit und Verklemmungsfreiheit (schwache Lebendigkeit) von S/T-Netzen, deren Stellen alle Kapazität 1 habe, untersucht.
   a) Formulieren Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der auf Eingabe eines S/T-Netzes mit Kapazität $K(s) = 1$, $s \in S$, entscheidet, ob das S/T-Netz stark lebendig ist.
   b) Schätzen Sie die Laufzeit in Abhängigkeit der Größe des S/T-Netzes in O-Notation möglichst genau ab. Begründen Sie Ihre Antwort.

Alles weitere unter

http://www.informatik.uni-stuttgart.de/fmi/fk/lehre/ss03/info_II/default.htm

Fragen zur Vorlesung und den Übungen, sowie Anregungen und Kritik können auf dem Schwarzen Brett

http://fachschaft.informatik.uni-stuttgart.de/forum/

diskutiert werden.