Universität Stuttgart
Fakultät 5, Institut FMI
Einf.i.d.Informatik II

Sommersemester 2003
Lewandowski, Claus
27. Juni 2003

Aufgabenblatt 9 **Abgabe: 4. Juli, 20.00 Uhr**

---

1. Löschen in Suchbäumen (mittel) (schriftlich, 4 Punkte)
Programmieren Sie die Lösche Prozedur aus Kap. 3.2 Folie 53/54 komplett aus, so dass alle Fälle korrekt behandelt werden.

2. Zufalls(such)bäume (mittel) (schriftlich, 3+1+2+1+2 Punkte)
Wir führen nun einige Untersuchungen auf zufällig erzeugten Binärbäumen durch.

a) Schreiben Sie ein Programm, das binäre Zufallsbäume erzeugt. Dazu soll eine Zahl p mit $0 \leq p < 0.5$ eingegeben werden, die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein linker Unterbaum erzeugt wird (dieser wird dann wieder mit gleicher Wahrscheinlichkeit Unterbäume bekommen), der rechte Unterbaum soll unabhängig vom linken ebenfalls mit Wahrscheinlichkeit p erzeugt werden (ein Baum kann also keinen, nur einen linken, nur einen rechten oder beide Unterbäume haben). Die Knoten werden in der Reihenfolge ihrer Erzeugung durchnummeriert.

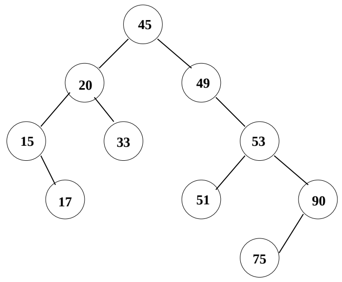
b) Welcher Traversierungsart entspricht die Reihenfolge, in der Sie die Knoten in dem Baum erzeugt haben?

c) Untersuchen Sie die Höhe der so erzeugten Bäume für $p = 0.15, 0.20, 0.25, \ldots, 0.45$ im Mittel von jeweils 100 zufällig erzeugten Bäumen. Was ist bei Werten $p > 0.5$ zu erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Nummerieren Sie die Knoten des Baumes so um, dass die Suchbaumeigenschaft hergestellt wird.

e) Bestimmen Sie für $p = 0.15, 0.20, 0.25, \ldots, 0.45$ im Mittel von jeweils 100 zufällig erzeugten (Such-)Bäumen die innere Pfadlänge und mittlere Suchzeit.

3. Binäre Suchbäume (leicht–mittel) (votieren, 2+2 Punkte)
Gegeben sei der hier abgebildete binäre Suchbaum.



a) Geben Sie eine mögliche Reihenfolge an, in der die Elemente in einen anfangs leeren Suchbaum eingefügt worden sein könnten, damit genau dieser Suchbaum entsteht. In welcher Reihenfolge hätten sie eingefügt werden müssen, damit sich ein Suchbaum mit Tiefe 4 ergibt (es sind mehrere Reihenfolgen möglich)? Ist es möglich, für jeden beliebigen gegebenen Suchbaum einen

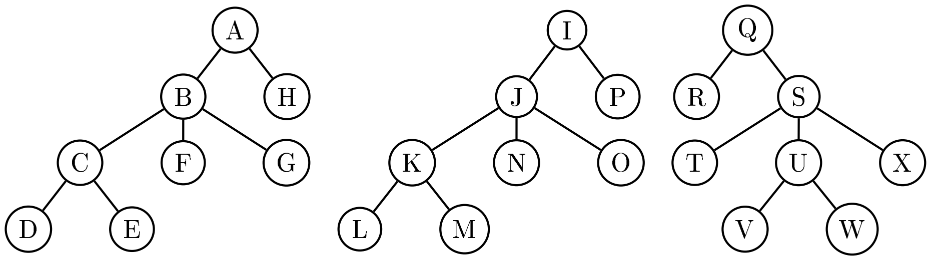
Suchbaum zu erzeugen, der in jedem Level (ggf. bis auf das letzte) jeweils vollständig gefüllt ist? (Skizzieren Sie einen Algorithmus oder geben Sie ein Gegenbeispiel an)

b) Zeichnen Sie den Baum, wie er nach den unten aufgeführten Operationen aussieht. Für den Fall, dass ein Knoten mit zwei nicht-leeren Teilbäumen gelöscht werden soll, wird im Skript der Inorder-Nachfolger verwendet. Überlegen Sie sich, ob und wenn ja, wie man statt dessen den Inorder-Vorgänger verwenden kann. Führen Sie ggf. beide Varianten durch.
   - Löschen von 53
   - Einfügen von 88
   - Löschen von 49
   - Einfügen von 49

4. Isomorphie (un)geordneter Bäume (mittel–schwer) (vot., 1.5+3.5 Punkte)
Bei der Isomorphie stellt man sich die Frage nach „Strukturgleichheit". Wir betrachten hier stets gerichtete Bäume (mit ausgezeichneter Wurzel). Nicht notwendigerweise Binärbäume, ein Knoten kann also mehr als zwei Nachfolger haben.

a) Schreiben Sie einen Algorithmus (Pseudocode genügt), der für zwei gerichtete geordnete Bäume entscheidet, ob diese isomorph sind, d.h. bis auf Umbenennung der Knoten gleich. Welche Laufzeit hat Ihr Algorithmus?

b) Schreiben Sie einen Algorithmus (Pseudocode genügt), der für zwei gerichtete un(!)geordnete Bäume entscheidet, ob diese isomorph sind, d.h. bis auf Umbenennung der Knoten gleich. Welche Laufzeit hat Ihr Algorithmus?



Beispiel: Die Kanten seien alle von oben nach unten gerichtet. Seien die Bäume durch ihre Wurzel bezeichnet, so sind die geordneten Bäume A und I isomorph, die geordneten Bäume A und Q jedoch nicht. Betrachtet man die Bäume als ungeordnet (d.h., die Nachfolger eines Knotens haben keine feste Reihenfolge), so sind die ungeordneten Bäume A, I und Q alle isomorph! Der Baum A bzw. I ensteht aus Q, indem man die Nachfolger T und U des Knoten S vertauscht und dann die Unterbäume von Q vertauscht. (Hinweis: Eine mögliche Vorgehensweise zur Erstellung eines Algorithmus für ungeordnete Bäume ist, für ungeordnete Bäume eine eindeutige Ordnung zu definieren und dann den Isomorphiealgorithmus für geordnete Bäume zu verwenden. Beachten Sie, dass die von Ihnen gewählte Ordnung dann eindeutig sein muss!)

Es werden maximal 20 (der erreichbaren 22) Punkte des Aufgabenblattes gewertet.
Alles weitere unter

http://www.informatik.uni-stuttgart.de/fmi/fk/lehre/ss03/info_II/default.htm