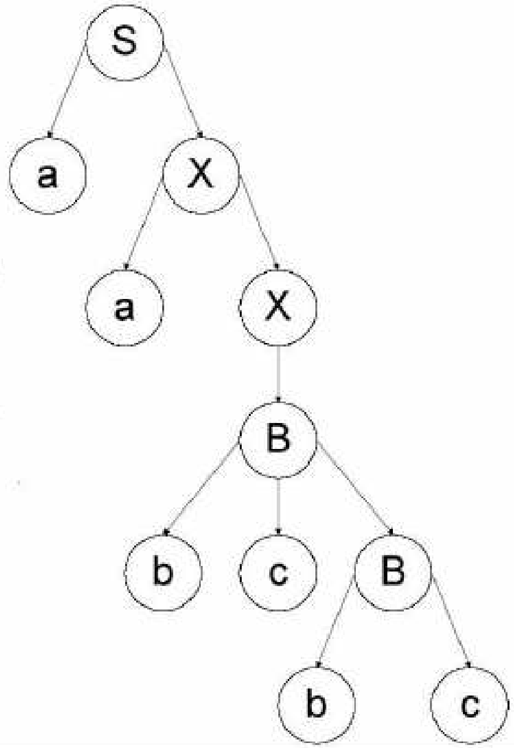
Aufgabe 2: (Binäre Suchbäume)
Fügen Sie die Schlüssel 4, 10, 9, 2, 5, 3, 1, 7, 8, 6 in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren Suchbaum ein. Zeichnen Sie den fertigen Suchbaum!
Löschen Sie jetzt den Knoten 4. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen.

Aufgabe 3: (Binarisierung)
Binarisieren Sie folgenden Baum:



Definition 5.3.1: Gegeben sind eine geordnete Folge von n Elementen $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$, mit $a_i \leq a_j$ für $i < j$, mit zugehörigen Häufigkeiten oder Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ (insbesondere sind alle $p_i \geq 0$) sowie ein binärer Suchbaum B mit n Knoten $v_1, \ldots, v_n$, wobei a_i der Inhalt des Knotens v_i ist.

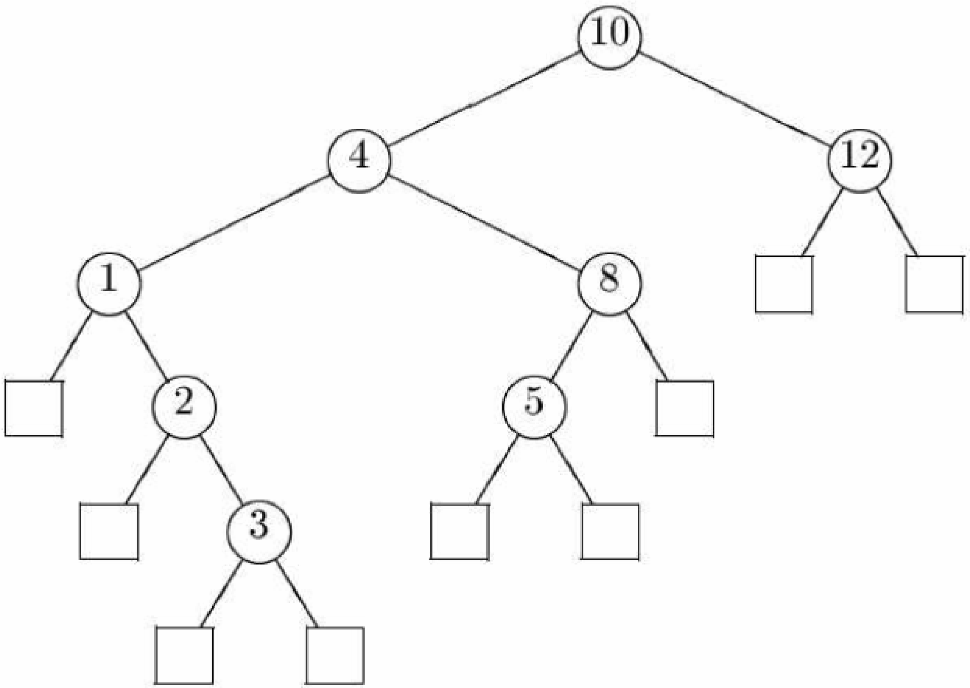
Die gewichtete mittlere Suchdauer von B ist definiert als

$$S(B) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \mathrm{level}(v_i) .$$

Jeder Unterbaum eines optimalen Suchbaums ist ebenfalls ein optimaler Suchbaum.

Aufgabe 4: (Baumdurchläufe)
Von den Suchbäumen B_i ($i=1,2,3$) sei folgendes bekannt. Der Preorderdurchlauf von B_1 ist (3,1,2,5,4,6,7), der Levelorderdurchlauf von B_2 ist (6,3,7,4,9,2,5,8,1), der Postorderdurchlauf von B_3 ist (1,3,2,4,5,8,7,6). Stellen Sie B_i ($i=1,2,3$) graphisch dar.

Aufgabe 5: (Suchbäume)
Es sei der folgende Suchbaum t gegeben.



a) Geben Sie für diesen Baum die interne Pfadlänge an?
b) Was ist die durchschnittliche interne Pfadlänge von t?
c) Führen Sie in dem Binärsuchbaum der Reihe nach die folgenden Operationen durch: Einfügen(11), Einfügen(6), Entfernen(12), Entfernen(4).

Aufgabe 6: (Optimaler binärer Suchbaum)
Gegeben seien die Schlüssel k_i = A, B, C, D mit ihren Suchhäufigkeiten p_i = 3, 5, 2, 4 (i=1,..,4). Konstruieren Sie einen optimalen binären Suchbaum nach dem in der Vorlesung besprochenen Verfahren und geben Sie dabei alle notwendigen Zwischenschritte an.

Aufgabe 7: (Optimaler Suchbaum)
Geben Sie einen optimalen Suchbaum für die Elemente 1..9 und mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung (0.01, 0.15, 0.16, 0.32, 0.21, 0.02, 0.02, 0.07, 0.04) an.

Aufgabe 8: (Optimaler Suchbaum)
Konstruieren Sie zu folgenden Wahrscheinlichkeiten den optimalen Suchbaum.

$$q_0 = 0.12,\ p_1 = 0.04,\ q_1 = 0.03,\ p_2 = 0.05,\ q_2 = 0.02,\ p_3 = 0.15,\ q_3 = 0.01,$$
$$p_4 = 0.09,\ q_4 = 0.03,\ p_5 = 0.20,\ q_5 = 0.11,\ p_6 = 0.07,\ q_6 = 0.08$$

Dabei sei p_i die Zugriffswahrscheinlichkeit für das i-te Zeichen (i=1..6), und q_i die Wahrscheinlichkeit das ein nicht vorhandener Schlüssel zwischen dem Schlüssel i und $i+1$ gesucht wurde (Misserfolgswahrscheinlichkeit).

Aufgabe 9: (Optimaler Suchbaum)

Für die vier Schlüssel F, I, N und O soll ein optimaler Suchbaum erstellt werden. Die Zugriffshäufigkeiten sind in folgender Tabelle angegeben:

$(-\infty, F)$	F	(F, I)	I	(I, N)	N	(N, O)	O	(O, ∞)
3	4	2	5	3	3	0	2	1

Auf denWert I wird also fünf mal, auf einen Wert zwischen I und N wird drei mal zugegriffen. Erzeugen Sie einen optimalen Suchbaum für diese vier Schlüssel.

Aufgabe 10: (Optimaler Suchbaum)

Konstruieren Sie nach dem in der Vorlesung vorgestellten, auf dynamischer Programmierung basierenden Verfahren einen optimalen Suchbaum für die Schlüsselmenge $S = \{3, 5, 8\}$! Von $m = 100$ Suchvorgängen werde a_i-Mal der Schlüssel s_i $(i = 1, \ldots, 3)$ und b_j-Mal ein Schlüssel im Intervall (s_j, s_{j+1}) (wobei $j = 0, \ldots, 3$) gesucht:

i	1	2	3
s_i	3	5	8
a_i	15	10	20

j	0	1	2	3
(s_j, s_{j+1})	$(-\infty, 3)$	$(3, 5)$	$(5, 8)$	$(8, \infty)$
b_j	30	0	5	20

Wie groß ist die kumulierte, gewichtete Weglänge des erhaltenen Baums?

Aufgabe 11: (Relationen zwischen Wachstumsklassen)

Beweisen Sie ($f, g, h : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$):

Transitivität: $g \in \Theta(h) \Rightarrow \Theta(g) \subseteq \Theta(h)$, und analog für O, o, Ω und ω

Reflexivität: $f \in \Theta(f)$, $f \in O(f)$, $f \in \Omega(f)$

Symmetrie: $f \in \Theta(g) \Leftrightarrow g \in \Theta(f)$

Umkehrsymmetrie: $f \in O(g) \Leftrightarrow g \in \Omega(f)$, $f \in o(g) \Leftrightarrow g \in \omega(f)$

Finden Sie ein Gegenbeispiel zu: $f \notin o(g) \wedge f \notin \omega(g) \Rightarrow f \in \Theta(g)$