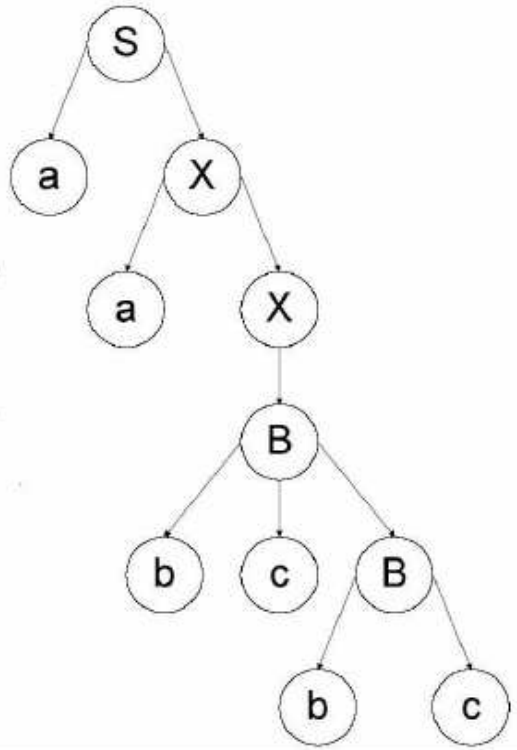
Aufgabe 2: (Binäre Suchbäume)
Fügen Sie die Schlüssel 4, 10, 9, 2, 5, 3, 1, 7, 8, 6 in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren Suchbaum ein. Zeichnen Sie den fertigen Suchbaum!
Löschen Sie jetzt den Knoten 4. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen.

Aufgabe 3: (Binarisierung)
Binarisieren Sie folgenden Baum:

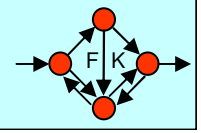


Definition 5.3.1: Gegeben sind eine geordnete Folge von n Elementen $(a_1, a_2, a_3, ..., a_n)$, mit $a_i \leq a_j$ für $i < j$, mit zugehörigen Häufigkeiten oder Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, p_3, ..., p_n$ (insbesondere sind alle $p_i \geq 0$) sowie ein binärer Suchbaum B mit n Knoten $v_1, ..., v_n$, wobei a_i der Inhalt des Knotens v_i ist.

Die gewichtete mittlere Suchdauer von B ist definiert als

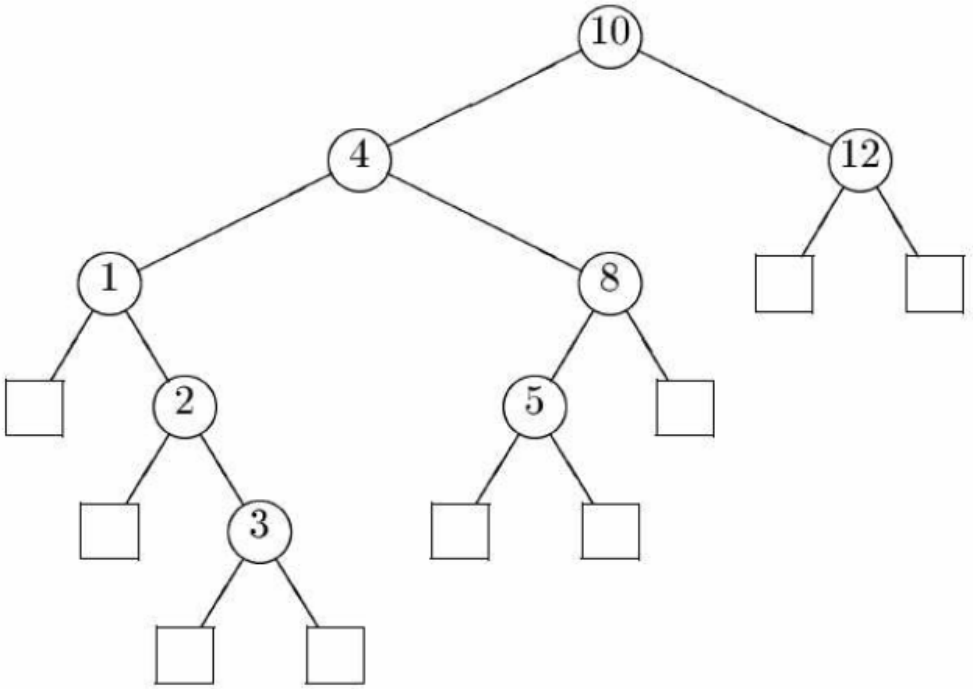
$$S(B) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \text{level}(v_i) \; .$$

Jeder Unterbaum eines optimalen Suchbaums ist ebenfalls ein optimaler Suchbaum.



Aufgabe 4: (Baumdurchläufe)
Von den Suchbäumen B_i ($i=1,2,3$) sei folgendes bekannt. Der Preorderdurchlauf von B_1 ist (3,1,2,5,4,6,7), der Levelorderdurchlauf von B_2 ist (6,3,7,4,9,2,5,8,1), der Postorderdurchlauf von B_3 ist (1,3,2,4,5,8,7,6). Stellen Sie B_i ($i=1,2,3$) graphisch dar.

Aufgabe 5: (Suchbäume)
Es sei der folgende Suchbaum **t** gegeben.



a) Geben Sie für diesen Baum die interne Pfadlänge an?
b) Was ist die durchschnittliche interne Pfadlänge von **t**?
c) Führen Sie in dem Binärsuchbaum der Reihe nach die folgenden Operationen durch: Einfügen(11), Einfügen(6), Entfernen(12), Entfernen(4).

Aufgabe 6: (Optimaler binärer Suchbaum)
Gegeben seien die Schlüssel k_i = A, B, C, D mit ihren Suchhäufigkeiten p_i = 3, 5, 2, 4 (i=1,..,4). Konstruieren Sie einen optimalen binären Suchbaum nach dem in der Vorlesung besprochenen Verfahren und geben Sie dabei alle notwendigen Zwischenschritte an.

Aufgabe 7: (Optimaler Suchbaum)
Geben Sie einen optimalen Suchbaum für die Elemente 1..9 und mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung (0.01, 0.15, 0.16, 0.32, 0.21, 0.02, 0.02, 0.07, 0.04) an.

Aufgabe 8: (Optimaler Suchbaum)
Konstruieren Sie zu folgenden Wahrscheinlichkeiten den optimalen Suchbaum.

$$q_0 = 0.12,\ p_1 = 0.04,\ q_1 = 0.03,\ p_2 = 0.05,\ q_2 = 0.02,\ p_3 = 0.15,\ q_3 = 0.01,$$
$$p_4 = 0.09,\ q_4 = 0.03,\ p_5 = 0.20,\ q_5 = 0.11,\ p_6 = 0.07,\ q_6 = 0.08$$

Dabei sei p_i die Zugriffswahrscheinlichkeit für das i-te Zeichen (i=1..6), und q_i die Wahrscheinlichkeit das ein nicht vorhandener Schlüssel zwischen dem Schlüssel i und $i+1$ gesucht wurde (Misserfolgswahrscheinlichkeit).

Aufgabe 9: (Optimaler Suchbaum)
Für die vier Schlüssel F, I, N und O soll ein optimaler Suchbaum erstellt werden. Die Zugriffshäufigkeiten sind in folgender Tabelle angegeben:

$(-\infty, F)$	F	(F, I)	I	(I, N)	N	(N, O)	O	(O, ∞)
3	4	2	5	3	3	0	2	1

Auf denWert I wird also fünf mal, auf einen Wert zwischen I und N wird drei mal zugegriffen. Erzeugen Sie einen optimalen Suchbaum für diese vier Schlüssel.

Aufgabe 10: (Optimaler Suchbaum)

Konstruieren Sie nach dem in der Vorlesung vorgestellten, auf dynamischer Programmierung basierenden Verfahren einen optimalen Suchbaum für die Schlüsselmenge $S = \{3, 5, 8\}$! Von $m = 100$ Suchvorgängen werde a_i-Mal der Schlüssel s_i $(i = 1, \ldots, 3)$ und b_j-Mal ein Schlüssel im Intervall (s_j, s_{j+1}) (wobei $j = 0, \ldots, 3$) gesucht:

i	1	2	3
s_i	3	5	8
a_i	15	10	20

j	0	1	2	3
(s_j, s_{j+1})	$(-\infty, 3)$	$(3, 5)$	$(5, 8)$	$(8, \infty)$
b_j	30	0	5	20

Wie groß ist die kumulierte, gewichtete Weglänge des erhaltenen Baums?

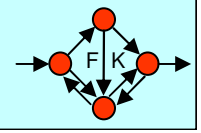
Aufgabe 11: (Relationen zwischen Wachstumsklassen)

Beweisen Sie ($f, g, h : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$):

Transitivität: $g \in \Theta(h) \Rightarrow \Theta(g) \subseteq \Theta(h)$, und analog für O, o, Ω und ω

Reflexivität: $f \in \Theta(f)$, $f \in O(f)$, $f \in \Omega(f)$

Symmetrie: $f \in \Theta(g) \Leftrightarrow g \in \Theta(f)$

Umkehrsymmetrie: $f \in O(g) \Leftrightarrow g \in \Omega(f)$, $f \in o(g) \Leftrightarrow g \in \omega(f)$

Finden Sie ein Gegenbeispiel zu: $f \notin o(g) \wedge f \notin \omega(g) \Rightarrow f \in \Theta(g)$