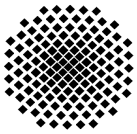
Universität Stuttgart
Fakultät 5, Institut FMI
EfidI 2 Zusatzkurs



SS 2006
Wolfgang Schmid
11. Mai 2006

Aufgabenblatt 3

Besprechung am Dienstag, den 16. Mai 2006, 8:00 Uhr V38.01

Aufgabe 1: (Optimaler binärer Suchbaum)
Gegeben seien die Schlüssel k_i = A, B, C, D mit ihren Suchhäufigkeiten p_i = 3, 5, 2, 4 (i=1,..,4). Konstruieren Sie einen optimalen binären Suchbaum nach dem in der Vorlesung besprochenen Verfahren und geben Sie dabei alle notwendigen Zwischenschritte an.

Aufgabe 2: (Optimaler Suchbaum)
Geben Sie einen optimalen Suchbaum für die Elemente 1..9 und mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung (0.01, 0.15, 0.16, 0.32, 0.21, 0.02, 0.02, 0.07, 0.04) an.

Aufgabe 3: (Optimaler Suchbaum)
Konstruieren Sie zu folgenden Wahrscheinlichkeiten den optimalen Suchbaum.

$$q_0 = 0.12,\ p_1 = 0.04,\ q_1 = 0.03,\ p_2 = 0.05,\ q_2 = 0.02,\ p_3 = 0.15,\ q_3 = 0.01,$$
$$p_4 = 0.09,\ q_4 = 0.03,\ p_5 = 0.20,\ q_5 = 0.11,\ p_6 = 0.07,\ q_6 = 0.08$$

Dabei sei p_i die Zugriffswahrscheinlichkeit für das i-te Zeichen (i=1..6), und q_i die Wahrscheinlichkeit das ein nicht vorhandener Schlüssel zwischen dem Schlüssel i und $i+1$ gesucht wurde (Misserfolgswahrscheinlichkeit).

Aufgabe 4: (Optimaler Suchbaum)
Für die vier Schlüssel F, I, N und O soll ein optimaler Suchbaum erstellt werden. Die Zugriffshäufigkeiten sind in folgender Tabelle angegeben:

$(-\infty, F)$	F	(F, I)	I	(I, N)	N	(N, O)	O	(O, ∞)
3	4	2	5	3	3	0	2	1

Auf denWert I wird also fünf mal, auf einen Wert zwischen I und N wird drei mal zugegriffen. Erzeugen Sie einen optimalen Suchbaum für diese vier Schlüssel.

Aufgabe 5: (Optimaler Suchbaum)

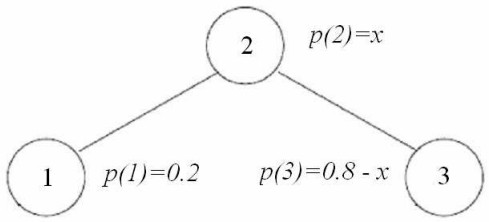
Konstruieren Sie nach dem in der Vorlesung vorgestellten, auf dynamischer Programmierung basierenden Verfahren einen optimalen Suchbaum für die Schlüsselmenge $S = \{3, 5, 8\}$! Von $m = 100$ Suchvorgängen werde a_i-Mal der Schlüssel s_i $(i = 1, \ldots, 3)$ und b_j-Mal ein Schlüssel im Intervall (s_j, s_{j+1}) (wobei $j = 0, \ldots, 3$) gesucht:

i	1	2	3
s_i	3	5	8
a_i	15	10	20

j	0	1	2	3
(s_j, s_{j+1})	$(-\infty, 3)$	$(3, 5)$	$(5, 8)$	$(8, \infty)$
b_j	30	0	5	20

Wie groß ist die kumulierte, gewichtete Weglänge des erhaltenen Baums?

Aufgabe 6: (Optimaler Suchbaum – ehemalige Klausuraufgabe)

Gegeben seien die drei Elemente 1, 2 und 3 mit den Zugriffswahrscheinlichkeiten $p(1) = 0.2$, $p(2) = x$, $p(3) = 0.8 - x$; $x \in$ IR. Nachdem Sie den optimalen Suchbaum für diese Elemente berechnet haben stellen Sie fest, dass dieser nebenstehende Form hat.	

Weiterhin war das Ergebnis des optimalen Suchbaumes eindeutig. Bestimmen Sie die Menge aller möglichen Werte von *x*. Beweisen Sie Ihre Behauptung (1 + 4 P).

Aufgabe 7: (Relationen zwischen Wachstumsklassen)

Beweisen Sie $(f, g, h : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+)$:

Transitivität: $g \in \Theta(h) \Rightarrow \Theta(g) \subseteq \Theta(h)$, und analog für O, o, Ω und ω

Reflexivität: $f \in \Theta(f)$, $f \in O(f)$, $f \in \Omega(f)$

Symmetrie: $f \in \Theta(g) \Leftrightarrow g \in \Theta(f)$

Umkehrsymmetrie: $f \in O(g) \Leftrightarrow g \in \Omega(f)$, $f \in o(g) \Leftrightarrow g \in \omega(f)$

Finden Sie ein Gegenbeispiel zu: $f \notin o(g) \wedge f \notin \omega(g) \Rightarrow f \in \Theta(g)$

Allgemeine Hinweise:

- Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).
- Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter:
  http://www.info2.de.vu
  http://www.zusatzkurs.de.vu