Gleichmäßige Konvergenz

$f_n \to f$ (punktweise) $\Leftrightarrow$ Für alle $x \in \mathrm{ID}$ gilt $f_n(x) \to f(x)$

(für ID abgeschlossen) $\Leftrightarrow$ $\sup\limits_{x \in \mathrm{ID}} \lim\limits_{n \to \infty} (f_n(x) - f(x)) = 0$

$f_n \to f$ (gleichmäßig) $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{n \to \infty} \sup\limits_{x \in \mathrm{ID}} (f_n(x) - f(x)) = 0$

f_n stetig für alle n und $f_n \to f$ (gleichmäßig) $\Rightarrow$ f ist stetig

f ist unstetig und f_n stetig für alle n und $f_n \to f$ (punktweise)

$\Rightarrow$ f_n geht nicht gleichmäßig gegen f

$f_n \to f$ (gleichmäßig) auf ID $\Leftrightarrow$ $f_n \to f$ (gleichmäßig) auf $\overline{\mathrm{ID}}$

$$f_n(x) := \frac{n\,x}{1 + n^2 x^2} \qquad f_n(x) := \frac{x}{1 + n^2 x^2} \qquad f_n(x) := x^n$$