Aufgabe 7o) Bestimme das unbestimmte Integral $\int f(x)\,dx$ mit $f(x)$:

a) $3x^3 - \frac{1}{4}x^2 + cx$ b) e^{mx} c) $\sin(ax)$

d) $(a + bx)^n$ e) $(a + bx)^{-1}$

f) $(1/3 \cdot x^3 - 2x^2)^3 (x^2 - 4x)$ g) $e^{\cos x} \cdot \sin x$

h) $\ln(x) \cdot x^{-1}$ j) $\cot x$ k) $x \cdot \cos x$

l) $\ln x$ m) $\cos^2 x$ n) $e^x \cdot \sin x$

o) $(e^x + e^{-x})^{-1}$ p) $x^3 \cdot e^x$ q) $\ln^3 x$

r) $\sin x \cdot (a + b \cdot \cos x)^{-1}$ s) $x^3 \cdot \ln x$ t) $(a^2 - x^2)^{1/2}$

u) $(a^2 + b^2x^2)^{-1}$ v) $\ln^n x$ w) $\sin^3 x$

x) $\sin^n x$

Aufgabe 71) Ermittle durch Partialbruchzerlegung $\int f(x)\,dx$ für $f(x)$:

a) $(x + 13)/(x^2 - 4x - 5)$ b) $(6x - 13)/(x^2 - 3{,}5x + 1{,}5)$

c) $(2x + 6)/(2x^2 + 3x + 1)$ d) $(2x - 13)/(x^2 - 10x + 25)$

e) $(3x + 1)/(x^2 + 4x + 4)$ f) $(2x - 10)/(x^2 + 2x + 10)$

Einfache Integrale / äußere Substitution

(1) $\int_{\ln 2}^{\ln 4} \left(2 - e^{x}\right) dx$

(2) $\int_{-t}^{t} t e^{t-x} dx$

(3) $\int_{0}^{4} \left(x - e^{-\frac{1}{2}x}\right) dx$

(4) $\int_{\ln 3}^{\ln 9} \left(e^{x} - e^{-x}\right)^{2} dx$

(5) $\int_{1}^{2} \left(e^{2x} - 4e^{-x}\right) dx$

(6) $\int_{0}^{2} \frac{x}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}x^{2}} dx$

(7) $\int_{0}^{1} \frac{6x}{e^{x^{2}+1}} dx$

(8) $\int_{0}^{\ln 2} \frac{e^{x}}{4 - e^{x}} dx$

(9) $\int_{0}^{\ln 2} e^{-x} \left(e^{-x} + 1\right)^{2} dx$

Einfache Integrale / äußere Substitution

(10) $\int_{-4}^{1} \ln(4-2x)\,dx$

(11) $\int_{1}^{e} \ln(x^2)\,dx$

(12) $\int_{0}^{e-1} x^2 - 2\ln(x+1)\,dx$

(13) $\int_{1}^{e} \frac{2-\ln x}{4x}\,dx$

(14) $\int_{0}^{3} \frac{1}{2}x \cdot \ln(x^2+1)\,dx$

(15) $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} x \cdot \ln(4-x^2)\,dx$

(16) $\int_{1}^{2} \ln\left(\frac{x}{4-x}\right)dx$

(17) $\int_{\sqrt{10}}^{5} \ln(x^2-9)\,dx$

Einfache Integrale / Produktregel

(18) $\int_0^8 2x \cdot e^{2-x} dx$

(19) $\int_2^{-2} \left(x^2 - 4\right) \cdot e^{-x} dx$

(20) $\int_0^2 x^2 \cdot e^{x-1} dx$

(21) $\int_0^1 x^3 \cdot e^{-x} dx$

(22) $\int_1^2 x^2 \left(1 - \ln x^2\right) dx$

(23) $\int_e^{e^2} x(\ln x - 1)\, dx$

(24) $\int_0^1 x \cdot \ln(2 - x)\, dx$

(25) $\int_{-1}^{e-2} 2 \cdot \left(\ln(x+2)\right)^2 dx$

Aufgabe 72) Berechne die nachstehenden Integrale:

a) $\int_0^2 (4x(x^2-x-1)+x^2)\,dx$ b) $\int_0^2 \sin(u)\,du$

c) $\int_0^x \sin(2t+3)\,dt$ d) $\int_{x_1}^{x_2} (ab\cdot \ln u)\,du$

e) $\int_m^{2m} (n - \frac{1}{n})\,dn$ f) $\int_0^5 \frac{a}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx$ (uneigentlich)

Aufgabe 73) In welchem Abstand ξ ist eine Parallele zur y-Achse zu ziehen, die die von der x-Achse, der y-Achse, der Geraden x=1 und der Kurve $y=e^x$ begrenzte Fläche im Verhältnis 1:2 teilt ?

Aufgabe 74) Berechne das Volumen eines Körpers, der durch Rotation eines gleichseitigen Dreiecks (Seitenlänge a) um seine Grundseite entsteht.

Aufgabe 75) Wie groß ist der Flächeninhalt der von den Kurven

$$f(x) = 2x^3 \quad \text{und} \quad g(x) = 3x^2-1$$

eingeschlossenen Fläche ?

Aufgabe 76) Welchen Wert nimmt das bestimmte Integral im Intervall $[-a,a]$ an, wenn der Integrand eine ungerade Funktion ist ? Welcher Zusammenhang gilt für eine gerade Funktion ?

Aufgabe 77) Bestimme den Flächeninhalt folgender Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ x & 1 < x \leq 2 \\ 3 & 2 < x \leq 3 \end{cases} \quad \text{in} \quad 0 \leq x \leq 3 \quad .$$

Aufgabe 78) Der oberhalb der x-Achse liegende Abschnitt der Parabel $y = (3x - x^2)$ soll um die y-Achse rotieren. Berechne das Volumen des daraus entstandenen Körpers.

www.zusatzkurs.ge.vu