

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 1**

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Summen
keine	Grundlagen	Nummer: 9 0 2004010001	Kl: 14G
Grad: 10	Zeit: 20	Quelle: keine	W

**Aufgabe 1.1.1:** Berechnen Sie  $\sum_{i=5}^7 3i + 3$ **Parameter:** $x_1$  = Untere Grenze der Summe $x_2$  = Obere Grenze der Summe $x_3$  = Faktor in der Summe $x_4$  = Minuend in der SummeDamit lautet die Summenformel:  $\sum_{i=x_1}^{x_2} x_3 i + x_4$ .In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$     $x_2 = 7$     $x_3 = 3$     $x_4 = 3$ .**Erklärung:**Sei  $n \in \mathbb{N}$ , und seien  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ , dann heißt  $a_1 + a_2 + \dots + a_n := \sum_{i=1}^n a_i$  endliche Summe. Beispiel:

$$\sum_{i=6}^{10} i - 3 = (6 - 3) + (7 - 3) + (8 - 3) + (9 - 3) + (10 - 3) = 25$$

**Rechnung:**

$$(3 \cdot 5 + 3) + (3 \cdot 6 + 3) + (3 \cdot 7 + 3) \\ = 18 + 21 + 24 = 63$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	45	<input type="checkbox"/> 2	2	<input type="checkbox"/> 3	12	<input checked="" type="checkbox"/> 4	63
<input type="checkbox"/> 5	7	<input type="checkbox"/> 6	13608	<input type="checkbox"/> 7	24	<input type="checkbox"/> 8	120
<input type="checkbox"/> 9	18	<input type="checkbox"/> 10	90	<input type="checkbox"/> 11	5	<input type="checkbox"/> 12	42

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	45	DF: letzter Summand weggelassen
<input type="checkbox"/> 2	2	DF: Anzahl der Summanden
<input type="checkbox"/> 3	12	DF: untere + obere Grenze
<input checked="" type="checkbox"/> 4	63	richtig
<input type="checkbox"/> 5	7	DF: obere Grenze
<input type="checkbox"/> 6	13608	DF: als Produkt gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	24	DF: letzter Summand angegeben
<input type="checkbox"/> 8	120	DF: zwei Summanden zuviel
<input type="checkbox"/> 9	18	DF: erster Summand angegeben
<input type="checkbox"/> 10	90	DF: ein Summand zuviel
<input type="checkbox"/> 11	5	DF: untere Grenze
<input type="checkbox"/> 12	42	DF: erster und letzter Summand addiert

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Summen
Indexverschiebung	Grundlagen	Nummer: 19 0 2004010006	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 20	Quelle: keine	W

**Aufgabe 1.1.2:** Verschieben Sie bei der Summe  $\sum_{i=3}^5 \frac{x^i}{i!}$  den Index so, dass von -1 ab summiert wird.**Parameter:** $x_1$  = untere Grenze der Summe $x_2$  = obere Grenze der Summe

$x_3 =$  wohin der Index verschoben werden soll

Die Summe lautet:  $\sum_{i=x_1}^{x_2} \frac{x^i}{i!}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$   $x_2 = 5$   $x_3 = -1$ .

**Erklärung:**

Sei  $\sum_{i=0}^n a_i$  eine endliche Summe, dann kann der Summationsindex (um eine ganze Zahl  $l$ ) verschoben werden, das heißt, wir substituieren  $i := k - l$ . Der neue Summationsindex heißt jetzt  $k$ .

$$\sum_{i=0}^{i=n} a_i = \sum_{k-l=0}^{k-l=n} a_{k-l} = \sum_{k=l}^{n+l} a_{k-l}$$

**Rechnung:**

$3 - (-1) = 4$ , also ist  $i = j + 4$ .

$$\sum_{i=3}^5 \frac{x^i}{i!} = \sum_{j+4=3}^{j+4=5} \frac{x^{j+4}}{(j+4)!} = \sum_{j=-1}^1 \frac{x^{j+4}}{(j+4)!}$$

**Angeborene Lösungen:**

- |                            |   |                             |   |                                       |  |                             |  |
|----------------------------|---|-----------------------------|---|---------------------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sum_{j=-1}^{-3} \frac{x^{j-4}}{(j+4)!}$ | <input type="checkbox"/> 2  | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j-4}}{(j-4)!}$     | <input type="checkbox"/> 3            | $\sum_{j=-1}^1 \frac{x^{j-4}}{(j+4)!}$ | <input type="checkbox"/> 4  | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j-5}}{(j-5)!}$    |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\sum_{j=-1}^{-3} \frac{x^{j-4}}{(j-4)!}$ | <input type="checkbox"/> 6  | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$     | <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $\sum_{j=-1}^1 \frac{x^{j+4}}{(j+4)!}$ | <input type="checkbox"/> 8  | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j+5}}{(j+5)!}$    |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\sum_{j=-1}^{-3} \frac{x^{j+4}}{(j-4)!}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\sum_{j=-1}^{-3} \frac{x^{j+4}}{(j+4)!}$ | <input type="checkbox"/> 11           | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$  | <input type="checkbox"/> 12 | $\sum_{j=1}^{-3} \frac{x^{j-4}}{(j-4)!}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |   |                              |
|---------------------------------------|---|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\sum_{j=-1}^{-3} \frac{x^{j-4}}{(j+4)!}$ | DF: falsch verschoben        |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j-4}}{(j-4)!}$     | DF: alte Grenzen beibehalten |
| <input type="checkbox"/> 3            | $\sum_{j=-1}^1 \frac{x^{j-4}}{(j+4)!}$    | DF: falsch verschoben        |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j-5}}{(j-5)!}$     | DF: alte Grenzen beibehalten |
| <input type="checkbox"/> 5            | $\sum_{j=-1}^{-3} \frac{x^{j-4}}{(j-4)!}$ | DF: falsch verschoben        |
| <input type="checkbox"/> 6            | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$     | DF: alte Grenzen beibehalten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $\sum_{j=-1}^1 \frac{x^{j+4}}{(j+4)!}$    | richtig                      |
| <input type="checkbox"/> 8            | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j+5}}{(j+5)!}$     | DF: alte Grenzen beibehalten |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\sum_{j=-1}^{-3} \frac{x^{j+4}}{(j-4)!}$ | DF: falsch verschoben        |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\sum_{j=-1}^{-3} \frac{x^{j+4}}{(j+4)!}$ | DF: falsch verschoben        |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\sum_{j=3}^5 \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$     | DF: alte Grenzen beibehalten |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\sum_{j=1}^{-3} \frac{x^{j-4}}{(j-4)!}$  | DF: falsch verschoben        |

MV 04                      Blatt 01                      Kapitel 2.1                      Summen  
 Indexverschiebung    Grundlagen            Nummer: 21 0 2004010007    Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20        Quelle: keine        W

**Aufgabe 1.1.3:** Verschieben Sie bei der Summe  $\sum_{i=4}^6 a_i \cdot x^i$  den Index so, dass bis zum Index 11 hin summiert wird.

**Parameter:**

$x_1 =$  untere Grenze der Summe  
 $x_2 =$  obere Grenze der Summe  
 $x_3 =$  wohin der Index verschoben werden soll

Die Summe lautet also:  $\sum_{i=x_1}^{x_2} a_i \cdot x^i$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$   $x_2 = 6$ .

**Erklärung:**

Sei  $\sum_{i=0}^n a_i$  eine endliche Summe, dann kann der Summationsindex (um eine ganze Zahl  $l$ ) verschoben werden, das heißt, wir substituieren  $i := k - l$ . Der neue Summationsindex heißt jetzt  $k$ .

$$\sum_{i=0}^{i=n} a_i = \sum_{k-l=0}^{k-l=n} a_{k-l} = \sum_{k=l}^{n+l} a_{k-l}$$

**Rechnung:**

$11 - 6 = 5$  also ist  $i = j - 5$ .  
 $\sum_{i=4}^6 a_i \cdot x^i = \sum_{(j-5)=4}^{(j-5)=6} a_{(j-5)} \cdot x^{(j-5)} = \sum_{j=9}^{j=11} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$

**Angeborene Lösungen:**

- |                                       |   |                             |   |                             |  |                             |  |
|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\sum_{j=9}^{j=11} a_{j+11} \cdot x^{j+11}$ | <input type="checkbox"/> 2  | $\sum_{j=4}^{j=6} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$  | <input type="checkbox"/> 3  | $\sum_{j=9}^{j=11} a_{j-11} \cdot x^{j-11}$  | <input type="checkbox"/> 4  | $\sum_{j=-1}^{j=11} a_{j+5} \cdot x^{j+5}$   |
| <input type="checkbox"/> 5            | $\sum_{j=-1}^{j=11} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$  | <input type="checkbox"/> 6  | $\sum_{j=6}^{j=4} a_{j-5} \cdot x^{j-17}$ | <input type="checkbox"/> 7  | $\sum_{j=-1}^{j=11} a_{j-11} \cdot x^{j-11}$ | <input type="checkbox"/> 8  | $\sum_{j=-1}^{j=11} a_{j+11} \cdot x^{j+11}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $\sum_{j=9}^{j=11} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$   | <input type="checkbox"/> 10 | $\sum_{j=6}^{j=4} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$  | <input type="checkbox"/> 11 | $\sum_{j=4}^{j=6} a_{j-17} \cdot x^{j-17}$   | <input type="checkbox"/> 12 | $\sum_{j=6}^{j=11} a_j \cdot x^j$            |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |  |                       |
|---------------------------------------|--|-----------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\sum_{j=9}^{j=11} a_{j+11} \cdot x^{j+11}$  | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\sum_{j=4}^{j=6} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$     | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 3            | $\sum_{j=9}^{j=11} a_{j-11} \cdot x^{j-11}$  | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\sum_{j=-1}^{j=11} a_{j+5} \cdot x^{j+5}$   | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 5            | $\sum_{j=-1}^{j=11} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$   | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 6            | $\sum_{j=6}^{j=4} a_{j-5} \cdot x^{j-17}$    | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\sum_{j=-1}^{j=11} a_{j-11} \cdot x^{j-11}$ | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 8            | $\sum_{j=-1}^{j=11} a_{j+11} \cdot x^{j+11}$ | DF: falsch verschoben |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $\sum_{j=9}^{j=11} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$    | richtig               |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\sum_{j=6}^{j=4} a_{j-5} \cdot x^{j-5}$     | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\sum_{j=4}^{j=6} a_{j-17} \cdot x^{j-17}$   | DF: falsch verschoben |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\sum_{j=6}^{j=11} a_j \cdot x^j$            | DF: falsch verschoben |

MV 04                      Blatt 01                      Kapitel 2.2                      Summen  
 Summenformel              Grundlagen              Nummer: 27 0 2004010002              Kl: 14G  
 Grad: 10 Zeit: 20              Quelle: keine              W

**Aufgabe 1.1.4:** Leiten Sie eine Formel für folgende Summe her:  $\sum_{i=1}^n 4i + 7$

**Parameter:**

$x_1 =$  Faktor vor dem  $i$   
 $x_2 =$  Summand  $x_n > 1$

Damit lautet die Summenformel:  $\sum_{i=1}^n x_1 i + x_2$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$        $x_2 = 7$ .

**Erklärung:**

Sei  $n \in \mathbb{N}$ , und seien  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ , dann heißt  $a_1 + a_2 + \dots + a_n := \sum_{i=1}^n a_i$  endliche Summe.

**Rechnung:**

$\sum_{i=1}^n i = \frac{n^2+n}{2}$  und  $\sum_{i=1}^n 1 = n$ . Mit dem Distributivgesetz gilt:  $\sum_{i=1}^n 4i + 7 = 4 \cdot \frac{n^2+n}{2} + 7 \cdot n = \frac{4}{2} \cdot n^2 + (\frac{4}{2}) + 7 \cdot n = 2 \cdot n^2 + 9 \cdot n$ .

**Angeborene Lösungen:**

- |                             |                                      |                             |   |                                       |  |
|-----------------------------|--------------------------------------|-----------------------------|---|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1  | $\frac{5}{2} \cdot n^2 + 15 \cdot n$ | <input type="checkbox"/> 2  | $\frac{3}{2} \cdot n^2 + 15 \cdot n$                          | <input type="checkbox"/> 3            | $\frac{5}{2} \cdot n^3 + \frac{19}{2} \cdot n^2$ |
| <input type="checkbox"/> 4  | $3 \cdot n^2 + 17 \cdot n$           | <input type="checkbox"/> 5  | $1 \cdot n^3 + \frac{19}{2} \cdot n^2 + 6 \cdot n$            | <input type="checkbox"/> 6            | $3 \cdot n^2 + 15 \cdot n$                       |
| <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{5}{2} \cdot n^2 + 17 \cdot n$ | <input type="checkbox"/> 8  | $3 \cdot n^3 + \frac{19}{2} \cdot n^2$                        | <input checked="" type="checkbox"/> X | $2 \cdot n^2 + 9 \cdot n$                        |
| <input type="checkbox"/> 10 | $8 \cdot n + 14$                     | <input type="checkbox"/> 11 | $2 \cdot n^3 + \frac{19}{2} \cdot n^2 + \frac{11}{2} \cdot n$ | <input type="checkbox"/> 12           | $3 \cdot n^3 + 10 \cdot n^2 + 9 \cdot n$         |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |   |                    |
|---------------------------------------|---|--------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\frac{5}{2} \cdot n^2 + 15 \cdot n$                          | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{3}{2} \cdot n^2 + 15 \cdot n$                          | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 3            | $\frac{5}{2} \cdot n^3 + \frac{19}{2} \cdot n^2$              | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4            | $3 \cdot n^2 + 17 \cdot n$                                    | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 5            | $1 \cdot n^3 + \frac{19}{2} \cdot n^2 + 6 \cdot n$            | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 6            | $3 \cdot n^2 + 15 \cdot n$                                    | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\frac{5}{2} \cdot n^2 + 17 \cdot n$                          | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 8            | $3 \cdot n^3 + \frac{19}{2} \cdot n^2$                        | DF: Lösung geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $2 \cdot n^2 + 9 \cdot n$                                     | richtig            |
| <input type="checkbox"/> 10           | $8 \cdot n + 14$  | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 11           | $2 \cdot n^3 + \frac{19}{2} \cdot n^2 + \frac{11}{2} \cdot n$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 12           | $3 \cdot n^3 + 10 \cdot n^2 + 9 \cdot n$                      | DF: Lösung geraten |

MV 04                      Blatt 01                      Kapitel 2.2                      Summen  
 geometrische              Grundlagen              Nummer: 83 0 2004010004      Kl: 14G  
 Grad: 50 Zeit: 20      Quelle: keine      W

**Aufgabe 1.1.5:** Berechnen Sie  $\sum_{i=2}^8 (x^i + i)$  für  $x \in (-1, 1)$ .

**Parameter:**

$x_1$  = obere Grenze der Summe  $x_1 > 2$

Die Summe lautet also :  $\sum_{i=2}^{x_1} (x^i + i)$

In dieser Aufgabe ist  $x_1 = 8$ .

**Erklärung:**

Teilen Sie die Summe auf:  $\sum (a_i + b_i) = \sum a_i + \sum b_i$  (Assoziativ und Kommutativgesetz).  
 Wenden Sie jetzt die Formel für die geometrische Summe an.

$$\sum_{i=0}^n x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

Wird nicht ab 0 summiert, so müssen die ersten Summenglieder beim Ergebnis abgezogen werden:

$$\sum_{i=3}^n x^i = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x} - 1 - x - x^2$$

**Rechnung:**

$$\sum_{i=2}^8 (x^i + i) = \sum_{i=2}^8 x^i + \sum_{i=2}^8 i.$$

Nach der Formel der geometrischen Summe gilt:

$$\sum_{i=0}^8 x^i = \frac{1 - x^9}{1 - x}. \quad \text{Damit ist} \quad \sum_{i=2}^8 x^i = \frac{1 - x^9}{1 - x} - 1 - x.$$

Nach der Formel  $\sum_{i=0}^n i = \frac{n^2 + n}{2}$  gilt:  $\sum_{i=2}^8 i = \frac{8^2 + 8}{2} - 1 = 35.$

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |                              |                                       |                                 |                             |                          |                             |                                 |
|----------------------------|------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $33 + x + \frac{1-x^8}{1-x}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $35 - x + \frac{1-x^9}{1-x}$    | <input type="checkbox"/> 3  | $36 + \frac{1-x^9}{1-x}$ | <input type="checkbox"/> 4  | $33 + \frac{1-x^3}{1-x}$        |
| <input type="checkbox"/> 5 | $36 + x + \frac{1-x^9}{1-x}$ | <input type="checkbox"/> 6            | $36 + x + \frac{1-x^{11}}{1-x}$ | <input type="checkbox"/> 7  | $(x+8)^8$                | <input type="checkbox"/> 8  | $37 - x + \frac{1-x^8}{1-x}$    |
| <input type="checkbox"/> 9 | $(x+9)^9$                    | <input type="checkbox"/> 10           | $36 + \frac{1-x^3}{1-x}$        | <input type="checkbox"/> 11 | $x^3 + 3$                | <input type="checkbox"/> 12 | $37 + x + \frac{1-x^{11}}{1-x}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                                 |                               |
|---------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $33 + x + \frac{1-x^8}{1-x}$    | RF: addiert statt subtrahiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $35 - x + \frac{1-x^9}{1-x}$    | richtig                       |
| <input type="checkbox"/> 3            | $36 + \frac{1-x^9}{1-x}$        | DF: mit i nicht verstanden    |
| <input type="checkbox"/> 4            | $33 + \frac{1-x^3}{1-x}$        | RF: ab 0 summiert             |
| <input type="checkbox"/> 5            | $36 + x + \frac{1-x^9}{1-x}$    | DF: mit i nicht verstanden    |
| <input type="checkbox"/> 6            | $36 + x + \frac{1-x^{11}}{1-x}$ | DF: mit i nicht verstanden    |
| <input type="checkbox"/> 7            | $(x+8)^8$                       | DF: mit i nicht verstanden    |
| <input type="checkbox"/> 8            | $37 - x + \frac{1-x^8}{1-x}$    | DF: mit i nicht verstanden    |
| <input type="checkbox"/> 9            | $(x+9)^9$                       | DF: mit i nicht verstanden    |
| <input type="checkbox"/> 10           | $36 + \frac{1-x^3}{1-x}$        | RF: ab 1 summiert             |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x^3 + 3$                       | DF: mit i nicht verstanden    |
| <input type="checkbox"/> 12           | $37 + x + \frac{1-x^{11}}{1-x}$ | RF: addiert statt subtrahiert |

MV 04                      Blatt 01                      Kapitel 2.1                      Binomialkoeffizient  
 Keine                      Grundlagen                      Nummer: 89 0 2004010005                      Kl: 14G  
 Grad: 10 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 1.1.6:** Bestimmen Sie  $\binom{n+4}{3}$ .

**Parameter:**

$x_1 > 3$  Zahl, die zu  $n$  addiert wird

Der Binomialkoeffizient lautet also:  $\binom{n+x_1}{3}$

In dieser Aufgabe ist  $x_1 = 4$ .

**Erklärung:**

Binomialkoeffizienten sind folgendermaßen definiert:  $\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

**Rechnung:**

Nach Definition der Binomialkoeffizienten ist also

$$\binom{n+4}{3} = \frac{(n+4) \cdot (n+4-1) \cdot (n+4-2)}{6} = \frac{(n+4) \cdot (n+3) \cdot (n+2)}{6}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |                             |   |                                       |   |                             |   |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1  | $\frac{(n-4) \cdot (n-3) \cdot (n-2) \cdot (n-1)}{6}$ | <input type="checkbox"/> 2            | $\sum_{i=1}^4 (n+i)$                      | <input type="checkbox"/> 3  | $(n+4)^3$   |
| <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{(n+4) \cdot (n+5) \cdot (n+6)}{6}$             | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\frac{(n+4) \cdot (n+3) \cdot (n+2)}{6}$ | <input type="checkbox"/> 6  | $\frac{(n-4) \cdot (n-3) \cdot (n-2)}{6}$             |
| <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{(n+4) \cdot (n+3) \cdot (n+2) \cdot (n+1)}{6}$ | <input type="checkbox"/> 8            | $\frac{(n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6)}{6}$ | <input type="checkbox"/> 9  | $\frac{(n+4) \cdot (n+5) \cdot (n+6) \cdot (n+7)}{6}$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{(n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7)}{6}$ | <input type="checkbox"/> 11           | $\frac{n+4}{3}$                           | <input type="checkbox"/> 12 | $\sum_{i=1}^4 (n-i)$                                  |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$\frac{(n-4) \cdot (n-3) \cdot (n-2) \cdot (n-1)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
<input type="checkbox"/>	$\sum_{i=1}^4 (n+i)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$(n+4)^3$	DF: als Potenz interpretiert
<input type="checkbox"/>	$\frac{(n+4) \cdot (n+5) \cdot (n+6)}{6}$	DF: addiert statt subtrahiert
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{(n+4) \cdot (n+3) \cdot (n+2)}{6}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{(n-4) \cdot (n-3) \cdot (n-2)}{6}$	DF: subtrahiert statt addiert
<input type="checkbox"/>	$\frac{(n+4) \cdot (n+3) \cdot (n+2) \cdot (n+1)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
<input type="checkbox"/>	$\frac{(n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6)}{6}$	DF: subtrahiert statt addiert
<input type="checkbox"/>	$\frac{(n+4) \cdot (n+5) \cdot (n+6) \cdot (n+7)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
<input type="checkbox"/>	$\frac{(n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
<input type="checkbox"/>	$\frac{n+4}{3}$	DF: als Bruch interpretiert
<input type="checkbox"/>	$\sum_{i=1}^4 (n-i)$	DF: Lösung geraten

MV 04                      Blatt 01                      Kapitel 2.2                      Summen  
geometrische              Grundlagen              Nummer: 95 0 2004010003      Kl: 14G  
Grad: 50 Zeit: 20      Quelle: keine      W

**Aufgabe 1.1.7:** Berechnen Sie  $\sum_{i=0}^5 x^{11 \cdot i}$  für  $x \in (-1, 1)$ .

**Parameter:**

$x_1$  = obere Grenze der Summe  
 $x_2$  = Faktor im Exponent  $x_n > 0$

Die Summe lautet also:  $\sum_{i=0}^{x_1} x^{x_2 \cdot i}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$        $x_2 = 11$ .

**Erklärung:**

Sei  $n \in \mathbb{N}$ , und seien  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ , dann heißt  $a_1 + a_2 + \dots + a_n := \sum_{i=1}^n a_i$  endliche Summe.  
 $a_5$  ist hier gleich  $x^{11 \cdot 5}$ .

Wenden Sie die Formel für die geometrische Summe an.

$$\sum_{i=0}^n x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

Bedenken Sie  $x^{an} = (x^a)^n$  und substituieren Sie  $y = x^a$ .

**Rechnung:**

Nach der Formel der geometrischen Summe gilt:  $\sum_{i=0}^5 q^i = \frac{1-q^6}{1-q}$ . Wir substituieren  $q = x^{11}$ . Damit erhalten wir:  $\sum_{i=0}^5 x^{11 \cdot i} = \sum_{i=0}^5 (x^{11})^i = \frac{1-(x^{11})^6}{1-x^{11}} = \frac{1-x^{66}}{1-x^{11}}$ .

**Angeborene Lösungen:**

<input type="checkbox"/>	$x^{55} + 1$	<input type="checkbox"/>	$1 + x^{55}$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1-x^{66}}{1-x^{11}}$	<input type="checkbox"/>	$x^{55}$
<input type="checkbox"/>	$\frac{1-x^{66}}{1-x^{11}} + 1$	<input type="checkbox"/>	$\left(\frac{1-x^6}{1-x}\right)^{11}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1-x^{60}}{1-x} + 1$	<input type="checkbox"/>	$x^{11} + 1$
<input type="checkbox"/>	$x^{11}$	<input type="checkbox"/>	$\left(\frac{1-x^{12}}{1-x^{11}}\right)^5 + 1$	<input type="checkbox"/>	$x^5 + 1$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1-x^{17}}{1-x} + 1$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$x^{55} + 1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
<input type="checkbox"/>	$1 + x^{55}$	DF: erster und letzter Summand angegeben
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1-x^{66}}{1-x^{11}}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$x^{55}$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
<input type="checkbox"/>	$\frac{1-x^{66}}{1-x^{11}} + 1$	DF: erster Summand zu tzlich angegeben
<input type="checkbox"/>	$\left(\frac{1-x^6}{1-x}\right)^{11}$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
<input type="checkbox"/>	$\frac{1-x^{60}}{1-x} + 1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
<input type="checkbox"/>	$x^{11} + 1$	DF: letzter Summand angegeben
<input type="checkbox"/>	$x^{11}$	DF: letzter Summand angegeben
<input type="checkbox"/>	$\left(\frac{1-x^{12}}{1-x^{11}}\right)^5 + 1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
<input type="checkbox"/>	$x^5 + 1$	DF: letzter Summand angegeben
<input type="checkbox"/>	$\frac{1-x^{17}}{1-x} + 1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>