Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 1

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
Summenformel	Grundlagen	Nummer: 5 0 2004010002	Kl: 14G
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.1: Leiten Sie eine Formel für folgende Summe her: $\sum_{i=1}^{n} 4i + 9$

Parameter:

$x_1 =$ Faktor vor dem i
$x_2 =$ Summand $x_n > 1$

Damit lautet die Summenformel: $\sum_{i=1}^{n} x_1 i + x_2$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \qquad x_2 = 9$.

Erklärung:

Sei $n \in \mathbb{N}$, und seien $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{R}$, dann heißt $a_1 + a_2 + .. + a_n := \sum_{i=1}^{n} a_i$ endliche Summe.

Rechnung:

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n^2+n}{2}$ und $\sum_{i=1}^{n} 1 = n$. Mit dem Distributivgesetz gilt: $\sum_{i=1}^{n} 4i + 9 = 4 \cdot \frac{n^2+n}{2} + 9 \cdot n = \frac{4}{2} \cdot n^2 + (\frac{4}{2}) + 9 \cdot n$ $= 2 \cdot n^2 + 11 \cdot n$.

Angebotene Lösungen:

☐ 1 $\frac{5}{2} \cdot n^2 + 21 \cdot n$	☐ 2 $\frac{3}{2} \cdot n^3 + \frac{21}{2} \cdot n^2$	☒ $2 \cdot n^2 + 11 \cdot n$
☐ 4 $3 \cdot n^2 + 22 \cdot n$	☐ 5 $5 \cdot n + 10$	☐ 6 $2 \cdot n^3 + \frac{23}{2} \cdot n^2 + \frac{13}{2} \cdot n$
☐ 7 $3 \cdot n^2 + 19 \cdot n$	☐ 8 $\frac{3}{2} \cdot n^2 + 19 \cdot n$	☐ 9 $8 \cdot n + 18$
☐ 10 $3 \cdot n^3 + \frac{23}{2} \cdot n^2$	☐ 11 $\frac{5}{2} \cdot n^2 + 19 \cdot n$	☐ 12 $4 \cdot n + 9$

Fehlerinterpretation:

☐ 1 $\frac{5}{2} \cdot n^2 + 21 \cdot n$	DF: Lösung geraten
☐ 2 $\frac{3}{2} \cdot n^3 + \frac{21}{2} \cdot n^2$	DF: Lösung geraten
☒ $2 \cdot n^2 + 11 \cdot n$	richtig
☐ 4 $3 \cdot n^2 + 22 \cdot n$	DF: Lösung geraten
☐ 5 $5 \cdot n + 10$	DF: Lösung geraten
☐ 6 $2 \cdot n^3 + \frac{23}{2} \cdot n^2 + \frac{13}{2} \cdot n$	DF: Lösung geraten
☐ 7 $3 \cdot n^2 + 19 \cdot n$	DF: Lösung geraten
☐ 8 $\frac{3}{2} \cdot n^2 + 19 \cdot n$	DF: Lösung geraten
☐ 9 $8 \cdot n + 18$	DF: Lösung geraten
☐ 10 $3 \cdot n^3 + \frac{23}{2} \cdot n^2$	DF: Lösung geraten
☐ 11 $\frac{5}{2} \cdot n^2 + 19 \cdot n$	DF: Lösung geraten
☐ 12 $4 \cdot n + 9$	DF: Lösung geraten

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Binomialkoeffizient
Keine	Grundlagen	Nummer: 46 0 2004010005	Kl: 14G
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.2: Bestimmen Sie $\begin{pmatrix} n+6 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Parameter:

$x_1 > 3$ Zahl, die zu n addiert wird

Der Binomialkoeffizient lautet also: $\begin{pmatrix} n + x_1 \\ 3 \end{pmatrix}$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 6$.

Erklärung:

Binomialkoeffizienten sind folgendermaßen definiert: $\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} := \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$.

Rechnung:

Nach Definition der Binomialkoeffizienten ist also

$$\begin{pmatrix} n+6 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{(n+6)\cdot(n+6-1)\cdot(n+6-2)}{6} = \frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)}{6}.$$

Angebotene Lösungen:

☒ $\frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)}{6}$	2 $\frac{n+6}{6}$	3 $\sum_{i=1}^{6}(n-i)$
4 $\frac{(n-6)\cdot(n-7)\cdot(n-8)}{6}$	5 $\sum_{i=1}^{6}(n+i)$	6 $\frac{(n-6)\cdot(n-5)\cdot(n-4)}{6}$
7 $(n+6)^3$	8 $\frac{(n-6)\cdot(n-7)\cdot(n-8)\cdot(n-9)}{6}$	9 $\frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)\cdot(n+3)}{6}$
10 $\frac{n+6}{3}$	11 $\frac{(n+6)\cdot(n+7)\cdot(n+8)}{6}$	12 $\frac{(n+6)\cdot(n+7)\cdot(n+8)\cdot(n+9)}{6}$

Fehlerinterpretation:

☒	$\frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)}{6}$	richtig
2	$\frac{n+6}{6}$	DF: als Bruch interpretiert
3	$\sum_{i=1}^{6}(n-i)$	DF: Lösung geraten
4	$\frac{(n-6)\cdot(n-7)\cdot(n-8)}{6}$	DF: subtrahiert statt addiert
5	$\sum_{i=1}^{6}(n+i)$	DF: Lösung geraten
6	$\frac{(n-6)\cdot(n-5)\cdot(n-4)}{6}$	DF: subtrahiert statt addiert
7	$(n+6)^3$	DF: als Potenz interpretiert
8	$\frac{(n-6)\cdot(n-7)\cdot(n-8)\cdot(n-9)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
9	$\frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)\cdot(n+3)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
10	$\frac{n+6}{3}$	DF: als Bruch interpretiert
11	$\frac{(n+6)\cdot(n+7)\cdot(n+8)}{6}$	DF: addiert statt subtrahiert
12	$\frac{(n+6)\cdot(n+7)\cdot(n+8)\cdot(n+9)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 62 0 2004010003	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.3: Berechnen Sie $\sum_{i=0}^{6} x^{12\cdot i}$ für $x \in (-1, 1)$.

Parameter:

x_1 = obere Grenze der Summe
x_2 = Faktor im Exponent $x_n > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{i=0}^{x_1} x^{x_2 \cdot i}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \qquad x_2 = 12$.

Erklärung:

Sei $n \in \mathbb{N}$, und seien $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{R}$, dann heißt $a_1 + a_2 + .. + a_n := \sum_{i=1}^{n} a_i$ endliche Summe.
a_5 ist hier gleich $x^{12\cdot 5}$.
Wenden Sie die Formel für die geometrische Summe an.

$$\sum_{i=0}^{n} x^n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

Bedenken Sie $x^{an} = (x^a)^n$ und substituieren Sie $y = x^a$.

Rechnung:

Nach der Formel der geometrischen Summe gilt: $\sum_{i=0}^{6} q^i = \frac{1-q^7}{1-q}$. Wir substituieren $q = x^{12}$. Damit erhalten wir: $\sum_{i=0}^{6} x^{12\cdot i} = \sum_{i=0}^{6}(x^{12})^i = \frac{1-(x^{12})^7}{1-x^{12}} = \frac{1-x^{84}}{1-x^{12}}$.

Angebotene Lösungen:

$\boxed{1}$ x^{12}	$\boxed{2}$ $\frac{1-x^{19}}{1-x^{12}}$	$\boxed{3}$ $(\frac{1-x^{13}}{1-x})^6$	$\boxed{4}$ $(\frac{1-x^7}{1-x})^{12}$
$\boxed{5}$ $\frac{1-x^{84}}{1-x^{12}}+1$	☒ $\frac{1-x^{84}}{1-x^{12}}$	$\boxed{7}$ $\frac{1-x^{78}}{1-x}+1$	$\boxed{8}$ x^6
$\boxed{9}$ $\frac{1-x^{78}}{1-x^{12}}$	$\boxed{10}$ $(\frac{1-x^{13}}{1-x^{12}})^6+1$	$\boxed{11}$ $(\frac{1-x^7}{1-x^{12}})^{12}+1$	$\boxed{12}$ x^6+1

Fehlerinterpretation:

$\boxed{1}$ x^{12}	DF: letzter Summand angegeben
$\boxed{2}$ $\frac{1-x^{19}}{1-x^{12}}$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{3}$ $(\frac{1-x^{13}}{1-x})^6$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{4}$ $(\frac{1-x^7}{1-x})^{12}$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{5}$ $\frac{1-x^{84}}{1-x^{12}}+1$	DF: erster Summand zus tzlich angegeben
☒ $\frac{1-x^{84}}{1-x^{12}}$	richtig
$\boxed{7}$ $\frac{1-x^{78}}{1-x}+1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{8}$ x^6	DF: letzter Summand angegeben
$\boxed{9}$ $\frac{1-x^{78}}{1-x^{12}}$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{10}$ $(\frac{1-x^{13}}{1-x^{12}})^6+1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{11}$ $(\frac{1-x^7}{1-x^{12}})^{12}+1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{12}$ x^6+1	DF: letzter Summand angegeben

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 71 0 2004010004	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.4: Berechnen Sie $\sum_{i=2}^{5}(x^i + i)$ für $x \in (-1, 1)$.

Parameter:

x_1 = obere Grenze der Summe $x_1 > 2$

Die Summe lautet also : $\sum_{i=2}^{x_1}(x^i + i)$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 5$.

Erklärung:

Teilen Sie die Summe auf: $\sum(a_i + b_i) = \sum a_i + \sum b_i$ (Assoziativ und Kommutativgesetz).
Wenden Sie jetzt die Formel für die geometrische Summe an.

$$\sum_{i=0}^{n} x^n \quad = \quad \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

Wird nicht ab 0 summiert, so müssen die ersten Summenglieder beim Ergebnis abgezogen werden:

$$\sum_{i=3}^{n} x^i \quad = \quad \frac{1-x^{n+1}}{1-x} - 1 - x - x^2$$

Rechnung:

$$\sum_{i=2}^{5}(x^i + i) = \sum_{i=2}^{5} x^i + \sum_{i=2}^{5} i.$$

Nach der Formel der geometrischen Summe gilt:

$$\sum_{i=0}^{5} x^i = \frac{1-x^6}{1-x}. \quad \text{Damit ist} \quad \sum_{i=2}^{5} x^i = \frac{1-x^6}{1-x} - 1 - x.$$

$$\text{Nach der Formel} \quad \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n^2+n}{2} \quad \text{gilt:} \quad \sum_{i=2}^{5} i = \frac{5^2+5}{2} - 1 = 14.$$

Angebotene Lösungen:

☐1 $(x+1)^1$	☐2 $15+\frac{1-x^1}{1-x}$	☐3 $14+\frac{1-x^4}{1-x}$	☐4 $16-x+\frac{1-x^5}{1-x}$
☐5 $15+\frac{1-x^6}{1-x}$	☐6 $12+\frac{1-x^6}{1-x}$	☐7 $15+x+\frac{1-x^6}{1-x}$	☐8 $12+\frac{1-x^1}{1-x}$
☐9 $(x+5)^5$	☐10 $(x+6)^6$	☒ $14-x+\frac{1-x^6}{1-x}$	☐12 x^1+1

Fehlerinterpretation:

☐1	$(x+1)^1$	DF: mit i nicht verstanden
☐2	$15+\frac{1-x^1}{1-x}$	RF: ab 1 summiert
☐3	$14+\frac{1-x^4}{1-x}$	DF: mit i nicht verstanden
☐4	$16-x+\frac{1-x^5}{1-x}$	DF: mit i nicht verstanden
☐5	$15+\frac{1-x^6}{1-x}$	RF: ab 1 summiert
☐6	$12+\frac{1-x^6}{1-x}$	RF: ab 3 summiert
☐7	$15+x+\frac{1-x^6}{1-x}$	DF: mit i nicht verstanden
☐8	$12+\frac{1-x^1}{1-x}$	RF: ab 0 summiert
☐9	$(x+5)^5$	DF: mit i nicht verstanden
☐10	$(x+6)^6$	DF: mit i nicht verstanden
☒	$14-x+\frac{1-x^6}{1-x}$	richtig
☐12	x^1+1	DF: mit i nicht verstanden

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Summen
Indexverschiebung	Grundlagen	Nummer: 80 0 2004010006	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.5: Verschieben Sie bei der Summe $\sum_{i=4}^{7} \frac{x^i}{i!}$ den Index so, dass von 1 ab summiert wird.

Parameter:

x_1 = untere Grenze der Summe
x_2 = obere Grenze der Summe
x_3 = wohin der Index verschoben werden soll

Die Summe lautet: $\sum_{i=x_1}^{x_2} \frac{x^i}{i!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 7 \quad x_3 = 1$.

Erklärung:

Sei $\sum_{i=0}^{n} a_i$ eine endliche Summe, dann kann der Summationsindex (um eine ganze Zahl l) verschoben werden, das heißt, wir substituieren $i := k - l$. Der neue Summationsindex heißt jetzt k.

$$\sum_{i=0}^{i=n} a_i = \sum_{k-l=0}^{k-l=n} a_{k-l} = \sum_{k=l}^{n+l} a_{k-l}$$

Rechnung:

$4 - 1 = 3$, also ist $i = j + 3$.
$\sum_{i=4}^{7} \frac{x^i}{i!} = \sum_{j+(3)=4}^{j+(3)=7} \frac{x^{j+(3)}}{(j+(3))!} = \sum_{j=1}^{4} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$

Angebotene Lösungen:

1 $\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j-7}}{(j-7)!}$	2 $\sum_{j=1}^{-2} \frac{x^{j+3}}{(j-3)!}$	☒ $\sum_{j=1}^{4} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	4 $\sum_{j=1}^{-2} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$
5 $\sum_{j=1}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j+3)!}$	6 $\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j+7}}{(j+7)!}$	7 $\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	8 $\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j-4}}{(j-4)!}$
9 $\sum_{j=4}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$	10 $\sum_{j=1}^{4} \frac{x^{j+3}}{(j-3)!}$	11 $\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j}}{j!}$	12 $\sum_{j=1}^{4} \frac{x^{j-3}}{(j+3)!}$

Fehlerinterpretation:

1	$\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j-7}}{(j-7)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
2	$\sum_{j=1}^{-2} \frac{x^{j+3}}{(j-3)!}$	DF: falsch verschoben
☒	$\sum_{j=1}^{4} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	richtig
4	$\sum_{j=1}^{-2} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	DF: falsch verschoben
5	$\sum_{j=1}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j+3)!}$	DF: falsch verschoben
6	$\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j+7}}{(j+7)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
7	$\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
8	$\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j-4}}{(j-4)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
9	$\sum_{j=4}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$	DF: falsch verschoben
10	$\sum_{j=1}^{4} \frac{x^{j+3}}{(j-3)!}$	DF: falsch verschoben
11	$\sum_{j=4}^{7} \frac{x^{j}}{j!}$	DF: Aufgabentext abgeschrieben
12	$\sum_{j=1}^{4} \frac{x^{j-3}}{(j+3)!}$	DF: falsch verschoben

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Summen
Indexverschiebung	Grundlagen	Nummer: 82 0 2004010007	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.6: Verschieben Sie bei der Summe $\sum_{i=1}^{5} a_i \cdot x^i$ den Index so, dass bis zum Index 9 hin summiert wird.

Parameter:

x_1 = untere Grenze der Summe
x_2 = obere Grenze der Summe
x_3 = wohin der Index verschoben werden soll

Die Summe lautet also: $\sum_{i=x_1}^{x_2} a_i \cdot x^i$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1 \qquad x_2 = 5$.

Erklärung:

Sei $\sum_{i=0}^{n} a_i$ eine endliche Summe, dann kann der Summationsindex (um eine ganze Zahl l) verschoben werden, das heißt, wir substituieren $i := k - l$. Der neue Summationsindex heißt jetzt k.

$$\sum_{i=0}^{i=n} a_i \quad = \sum_{k-l=0}^{k-l=n} a_{k-l} = \sum_{k=l}^{n+l} a_{k-l}$$

Rechnung:

9 - 5 = 4 also ist $i = j - 4$.
$\sum_{i=1}^{5} a_i \cdot x^i = \sum_{(j-4)=1}^{(j-4)=5} a_{(j-4)} \cdot x^{(j-4)} = \sum_{j=5}^{j=9} a_{j-4} \cdot x^{j-4}$

Angebotene Lösungen:

☒ $\sum_{j=5}^{j=9} a_{j-4} \cdot x^{j-4}$	2 $\sum_{j=1}^{j=5} a_{j-14} \cdot x^{j-14}$	3 $\sum_{j=-3}^{j=9} a_{j-9} \cdot x^{j-9}$	4 $\sum_{j=5}^{j=1} a_{j-4} \cdot x^{j-14}$
5 $\sum_{j=-3}^{j=9} a_{j-4} \cdot x^{j-4}$	6 $\sum_{j=5}^{j=9} a_{j+9} \cdot x^{j+9}$	7 $\sum_{j=-3}^{j=9} a_{j+4} \cdot x^{j+4}$	8 $\sum_{j=5}^{j=9} a_{j-9} \cdot x^{j-9}$
9 $\sum_{j=-3}^{j=9} a_{j+9} \cdot x^{j+9}$	10 $\sum_{j=5}^{j=9} a_{j} \cdot x^{j}$	11 $\sum_{j=5}^{j=1} a_{j-4} \cdot x^{j-4}$	12 $\sum_{j=5}^{j=9} a_{j+4} \cdot x^{j+4}$

Fehlerinterpretation:

☒	$\sum_{j=5}^{j=9} a_{j-4} \cdot x^{j-4}$	richtig
2	$\sum_{j=1}^{j=5} a_{j-14} \cdot x^{j-14}$	DF: falsch verschoben
3	$\sum_{j=-3}^{j=9} a_{j-9} \cdot x^{j-9}$	DF: falsch verschoben
4	$\sum_{j=5}^{j=1} a_{j-4} \cdot x^{j-14}$	DF: falsch verschoben
5	$\sum_{j=-3}^{j=9} a_{j-4} \cdot x^{j-4}$	DF: falsch verschoben
6	$\sum_{j=5}^{j=9} a_{j+9} \cdot x^{j+9}$	DF: falsch verschoben
7	$\sum_{j=-3}^{j=9} a_{j+4} \cdot x^{j+4}$	DF: falsch verschoben
8	$\sum_{j=5}^{j=9} a_{j-9} \cdot x^{j-9}$	DF: falsch verschoben
9	$\sum_{j=-3}^{j=9} a_{j+9} \cdot x^{j+9}$	DF: falsch verschoben
10	$\sum_{j=5}^{j=9} a_{j} \cdot x^{j}$	DF: falsch verschoben
11	$\sum_{j=5}^{j=1} a_{j-4} \cdot x^{j-4}$	DF: falsch verschoben
12	$\sum_{j=5}^{j=9} a_{j+4} \cdot x^{j+4}$	DF: falsch verschoben

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Summen
keine	Grundlagen	Nummer: 94 0 2004010001	Kl: 14G
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.7: Berechnen Sie $\sum_{i=5}^{9} 3i + 2$

Parameter:

x_1 = Untere Grenze der Summe
x_2 = Obere Grenze der Summe
x_3 = Faktor in der Summe
x_4 = Minuend in der Summe

Damit lautet die Summenformel: $\sum_{i=x_1}^{x_2} x_3 i + x_4$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \quad x_2 = 9 \quad x_3 = 3 \quad x_4 = 2$.

Erklärung:

Sei $n \in \mathbb{N}$, und seien $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{R}$, dann heißt $a_1 + a_2 + .. + a_n := \sum_{i=1}^{n} a_i$ endliche Summe. Beispiel:

$$\sum_{i=6}^{10} i - 3 \quad = (6-3) + (7-3) + (8-3) + (9-3) + (10-3) \quad = \quad 25$$

Rechnung:

$(3 \cdot 5 + 2) + (3 \cdot 6 + 2) + (3 \cdot 7 + 2) + (3 \cdot 8 + 2) + (3 \cdot 9 + 2)$
$= 17 + 20 + 23 + 26 + 29 = 115$

Angebotene Lösungen:

1	14	2	9	3	46	4	29
5	11098880	6	147	7	5	☒	115
9	182	10	17	11	98	12	4

Fehlerinterpretation:

1	14	DF: untere + obere Grenze
2	9	DF: obere Grenze
3	46	DF: erster und letzter Summand addiert
4	29	DF: letzter Summand angegeben
5	11098880	DF: als Produkt gerechnet
6	147	DF: ein Summand zuviel
7	5	DF: untere Grenze
☒	115	richtig
9	182	DF: zwei Summanden zuviel
10	17	DF: erster Summand angegeben
11	98	DF: letzter Summand weggelassen
12	4	DF: Anzahl der Summanden

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu