Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 1

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 3 0 2004010004	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.1: Berechnen Sie $\sum_{i=2}^{7}(x^i + i)$ für $x \in (-1, 1)$.

Parameter:

x_1 = obere Grenze der Summe $x_1 > 2$

Die Summe lautet also : $\sum_{i=2}^{x_1}(x^i + i)$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 7$.

Erklärung:

Teilen Sie die Summe auf: $\sum(a_i + b_i) = \sum a_i + \sum b_i$ (Assoziativ und Kommutativgesetz).
Wenden Sie jetzt die Formel für die geometrische Summe an.

$$\sum_{i=0}^{n} x^n \quad = \quad \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

Wird nicht ab 0 summiert, so müssen die ersten Summenglieder beim Ergebnis abgezogen werden:

$$\sum_{i=3}^{n} x^i \quad = \quad \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x} - 1 - x - x^2$$

Rechnung:

$$\sum_{i=2}^{7}(x^i + i) = \sum_{i=2}^{7} x^i + \sum_{i=2}^{7} i.$$

Nach der Formel der geometrischen Summe gilt:

$$\sum_{i=0}^{7} x^i \quad = \quad \frac{1 - x^8}{1 - x}. \quad \text{Damit ist} \quad \sum_{i=2}^{7} x^i \quad = \quad \frac{1 - x^8}{1 - x} - 1 - x.$$

$$\text{Nach der Formel} \quad \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n^2 + n}{2} \quad \text{gilt:} \quad \sum_{i=2}^{7} i = \frac{7^2 + 7}{2} - 1 = 27.$$

Angebotene Lösungen:

1 $x^7 + 7$	2 $27 + \frac{1-x^6}{1-x}$	3 $(x + 7)^7$	4 $25 + \frac{1-x^8}{1-x}$
5 $28 + \frac{1-x^8}{1-x}$	6 $27 - x + \frac{1-x^9}{1-x}$	7 $29 - x + \frac{1-x^7}{1-x}$	8 $x^8 + 8$
9 $(x + 5)^5$	☒ $27 - x + \frac{1-x^8}{1-x}$	11 $28 + x + \frac{1-x^8}{1-x}$	12 $25 + \frac{1-x^5}{1-x}$

Fehlerinterpretation:

1	x^7+7	DF: mit i nicht verstanden
2	$27+\frac{1-x^6}{1-x}$	DF: mit i nicht verstanden
3	$(x+7)^7$	DF: mit i nicht verstanden
4	$25+\frac{1-x^8}{1-x}$	RF: ab 3 summiert
5	$28+\frac{1-x^8}{1-x}$	DF: mit i nicht verstanden
6	$27-x+\frac{1-x^9}{1-x}$	DF: mit i nicht verstanden
7	$29-x+\frac{1-x^7}{1-x}$	DF: mit i nicht verstanden
8	x^8+8	DF: mit i nicht verstanden
9	$(x+5)^5$	DF: mit i nicht verstanden
☒	$27-x+\frac{1-x^8}{1-x}$	richtig
11	$28+x+\frac{1-x^8}{1-x}$	DF: mit i nicht verstanden
12	$25+\frac{1-x^5}{1-x}$	RF: ab 0 summiert

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
Summenformel	Grundlagen	Nummer: 6 0 2004010002	Kl: 14G
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.2: Leiten Sie eine Formel für folgende Summe her: $\sum_{i=1}^{n} 3i+7$

Parameter:

x_1 = Faktor vor dem i
x_2 = Summand $x_n > 1$

Damit lautet die Summenformel: $\sum_{i=1}^{n} x_1 i + x_2$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 7$.

Erklärung:

Sei $n \in \mathbb{N}$, und seien $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{R}$, dann heißt $a_1 + a_2 + .. + a_n := \sum_{i=1}^{n} a_i$ endliche Summe.

Rechnung:

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n^2+n}{2}$ und $\sum_{i=1}^{n} 1 = n$. Mit dem Distributivgesetz gilt: $\sum_{i=1}^{n} 3i+7 = 3\cdot\frac{n^2+n}{2} + 7\cdot n = \frac{3}{2}\cdot n^2 + (\frac{3}{2}) + 7\cdot n$ $= \frac{3}{2}\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$.

Angebotene Lösungen:

1	$\frac{1}{2}\cdot n^3 + 9\cdot n^2 + \frac{11}{2}\cdot n$	2	$6\cdot n+14$	3	$2\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$
4	$1\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	5	$\frac{5}{2}\cdot n^3 + \frac{19}{2}\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	6	$4\cdot n+8$
7	$2\cdot n^3 + 9\cdot n^2$	☒	$\frac{3}{2}\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	9	$\frac{5}{2}\cdot n^3 + 9\cdot n^2$
10	$\frac{5}{2}\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	11	$1\cdot n^3 + 8\cdot n^2$	12	$3\cdot n+7$

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{1}{2}\cdot n^3 + 9\cdot n^2 + \frac{11}{2}\cdot n$	DF: Lösung geraten
2	$6\cdot n+14$	DF: Lösung geraten
3	$2\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	DF: Lösung geraten
4	$1\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	DF: Lösung geraten
5	$\frac{5}{2}\cdot n^3 + \frac{19}{2}\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	DF: Lösung geraten
6	$4\cdot n+8$	DF: Lösung geraten
7	$2\cdot n^3 + 9\cdot n^2$	DF: Lösung geraten
☒	$\frac{3}{2}\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	richtig
9	$\frac{5}{2}\cdot n^3 + 9\cdot n^2$	DF: Lösung geraten
10	$\frac{5}{2}\cdot n^2 + \frac{17}{2}\cdot n$	DF: Lösung geraten
11	$1\cdot n^3 + 8\cdot n^2$	DF: Lösung geraten
12	$3\cdot n+7$	DF: Lösung geraten

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Binomialkoeffizient
Keine	Grundlagen	Nummer: 17 0 2004010005	Kl: 14G
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.3: Bestimmen Sie $\binom{n+6}{3}$.

Parameter:

$x_1 > 3$ Zahl, die zu n addiert wird

Der Binomialkoeffizient lautet also: $\binom{n + x_1}{3}$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 6$.

Erklärung:

Binomialkoeffizienten sind folgendermaßen definiert: $\binom{n}{k} := \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$.

Rechnung:

Nach Definition der Binomialkoeffizienten ist also

$$\binom{n+6}{3} = \frac{(n+6)\cdot(n+6-1)\cdot(n+6-2)}{6} = \frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)}{6}.$$

Angebotene Lösungen:

1	$\frac{n+6}{6}$	2	$\frac{(n-6)\cdot(n-5)\cdot(n-4)\cdot(n-3)}{6}$	3	$\frac{(n+6)\cdot(n+7)\cdot(n+8)\cdot(n+9)}{6}$
4	$\frac{(n+6)\cdot(n+7)\cdot(n+8)}{6}$	☒	$\frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)}{6}$	6	$\sum_{i=1}^{6}(n-i)$
7	$\frac{(n-6)\cdot(n-7)\cdot(n-8)}{6}$	8	$\frac{(n-6)\cdot(n-5)\cdot(n-4)}{6}$	9	$\frac{n+6}{3}$
10	$(n+6)^3$	11	$\frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)\cdot(n+3)}{6}$	12	$\frac{(n-6)\cdot(n-7)\cdot(n-8)\cdot(n-9)}{6}$

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{n+6}{6}$	DF: als Bruch interpretiert
2	$\frac{(n-6)\cdot(n-5)\cdot(n-4)\cdot(n-3)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
3	$\frac{(n+6)\cdot(n+7)\cdot(n+8)\cdot(n+9)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
4	$\frac{(n+6)\cdot(n+7)\cdot(n+8)}{6}$	DF: addiert statt subtrahiert
☒	$\frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)}{6}$	richtig
6	$\sum_{i=1}^{6}(n-i)$	DF: Lösung geraten
7	$\frac{(n-6)\cdot(n-7)\cdot(n-8)}{6}$	DF: subtrahiert statt addiert
8	$\frac{(n-6)\cdot(n-5)\cdot(n-4)}{6}$	DF: subtrahiert statt addiert
9	$\frac{n+6}{3}$	DF: als Bruch interpretiert
10	$(n+6)^3$	DF: als Potenz interpretiert
11	$\frac{(n+6)\cdot(n+5)\cdot(n+4)\cdot(n+3)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel
12	$\frac{(n-6)\cdot(n-7)\cdot(n-8)\cdot(n-9)}{6}$	DF: ein Faktor zuviel

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 19 0 2004010003	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.4: Berechnen Sie $\sum_{i=0}^{5} x^{10\cdot i}$ für $x \in (-1, 1)$.

Parameter:

x_1 = obere Grenze der Summe
x_2 = Faktor im Exponent $x_n > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{i=0}^{x_1} x^{x_2 \cdot i}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \qquad x_2 = 10$.

Erklärung:

Sei $n \in \mathbb{N}$, und seien $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{R}$, dann heißt $a_1 + a_2 + .. + a_n := \sum_{i=1}^{n} a_i$ endliche Summe.
a_5 ist hier gleich $x^{10 \cdot 5}$.
Wenden Sie die Formel für die geometrische Summe an.

$$\sum_{i=0}^{n} x^n \quad = \quad \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

Bedenken Sie $x^{an} = (x^a)^n$ und substituieren Sie $y = x^a$.

Rechnung:

Nach der Formel der geometrischen Summe gilt: $\sum_{i=0}^{5} q^i = \frac{1-q^6}{1-q}$. Wir substituieren $q = x^{10}$. Damit erhalten wir: $\sum_{i=0}^{5} x^{10 \cdot i} = \sum_{i=0}^{5} (x^{10})^i = \frac{1-(x^{10})^6}{1-x^{10}} = \frac{1-x^{60}}{1-x^{10}}$.

Angebotene Lösungen:

$\boxtimes$ $\frac{1-x^{60}}{1-x^{10}}$	$\boxed{2}$ $x^{50} + 1$	$\boxed{3}$ $(\frac{1-x^6}{1-x})^{10}$	$\boxed{4}$ $(\frac{1-x^{11}}{1-x})^5$
$\boxed{5}$ $(\frac{1-x^6}{1-x^{10}})^{10} + 1$	$\boxed{6}$ $\frac{1-x^{55}}{1-x^{10}}$	$\boxed{7}$ $1 + x^{50}$	$\boxed{8}$ $x^{10} + 1$
$\boxed{9}$ $\frac{1-x^{60}}{1-x^{10}} + 1$	$\boxed{10}$ x^{50}	$\boxed{11}$ $(\frac{1-x^{11}}{1-x^{10}})^5 + 1$	$\boxed{12}$ $\frac{1-x^{16}}{1-x} + 1$

Fehlerinterpretation:

$\boxtimes$ $\frac{1-x^{60}}{1-x^{10}}$	richtig
$\boxed{2}$ $x^{50} + 1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{3}$ $(\frac{1-x^6}{1-x})^{10}$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{4}$ $(\frac{1-x^{11}}{1-x})^5$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{5}$ $(\frac{1-x^6}{1-x^{10}})^{10} + 1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{6}$ $\frac{1-x^{55}}{1-x^{10}}$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{7}$ $1 + x^{50}$	DF: erster und letzter Summand angegeben
$\boxed{8}$ $x^{10} + 1$	DF: letzter Summand angegeben
$\boxed{9}$ $\frac{1-x^{60}}{1-x^{10}} + 1$	DF: erster Summand zus tzlich angegeben
$\boxed{10}$ x^{50}	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{11}$ $(\frac{1-x^{11}}{1-x^{10}})^5 + 1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt
$\boxed{12}$ $\frac{1-x^{16}}{1-x} + 1$	DF: Potenzgesetz falsch angewandt

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Summen
Indexverschiebung	Grundlagen	Nummer: 77 0 2004010006	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.5: Verschieben Sie bei der Summe $\sum_{i=5}^{9} \frac{x^i}{i!}$ den Index so, dass von 2 ab summiert wird.

Parameter:

x_1 = untere Grenze der Summe
x_2 = obere Grenze der Summe
x_3 = wohin der Index verschoben werden soll

Die Summe lautet: $\sum_{i=x_1}^{x_2} \frac{x^i}{i!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \qquad x_2 = 9 \qquad x_3 = 2$.

Erklärung:

Sei $\sum_{i=0}^{n} a_i$ eine endliche Summe, dann kann der Summationsindex (um eine ganze Zahl l) verschoben werden, das heißt, wir substituieren $i := k - l$. Der neue Summationsindex heißt jetzt k.

$$\sum_{i=0}^{i=n} a_i \quad = \quad \sum_{k-l=0}^{k-l=n} a_{k-l} = \quad \sum_{k=l}^{n+l} a_{k-l}$$

Rechnung:

$5 - 2 = 3$, also ist $i = j + 3$.
$\sum_{i=5}^{9} \frac{x^i}{i!} = \sum_{j+(3)=5}^{j+(3)=9} \frac{x^{j+(3)}}{(j+(3))!} = \sum_{j=2}^{6} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$

Angebotene Lösungen:

1 $\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	2 $\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j-5}}{(j-5)!}$	3 $\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j+9}}{(j+9)!}$	4 $\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$
5 $\sum_{j=2}^{-2} \frac{x^{j+3}}{(j-3)!}$	6 $\sum_{j=6}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$	7 $\sum_{j=2}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j+3)!}$	8 $\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j-9}}{(j-9)!}$
9 $\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j+5}}{(j+5)!}$	☒ $\sum_{j=2}^{6} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	11 $\sum_{j=2}^{6} \frac{x^{j-3}}{(j+3)!}$	12 $\sum_{j=2}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$

Fehlerinterpretation:

1	$\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
2	$\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j-5}}{(j-5)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
3	$\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j+9}}{(j+9)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
4	$\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
5	$\sum_{j=2}^{-2} \frac{x^{j+3}}{(j-3)!}$	DF: falsch verschoben
6	$\sum_{j=6}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$	DF: falsch verschoben
7	$\sum_{j=2}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j+3)!}$	DF: falsch verschoben
8	$\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j-9}}{(j-9)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
9	$\sum_{j=5}^{9} \frac{x^{j+5}}{(j+5)!}$	DF: alte Grenzen beibehalten
☒	$\sum_{j=2}^{6} \frac{x^{j+3}}{(j+3)!}$	richtig
11	$\sum_{j=2}^{6} \frac{x^{j-3}}{(j+3)!}$	DF: falsch verschoben
12	$\sum_{j=2}^{-2} \frac{x^{j-3}}{(j-3)!}$	DF: falsch verschoben

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Summen
keine	Grundlagen	Nummer: 89 0 2004010001	Kl: 14G
Grad: 10 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.6: Berechnen Sie $\sum_{i=3}^{8} 5i + 5$

Parameter:

x_1 = Untere Grenze der Summe
x_2 = Obere Grenze der Summe
x_3 = Faktor in der Summe
x_4 = Minuend in der Summe

Damit lautet die Summenformel: $\sum_{i=x_1}^{x_2} x_3 i + x_4$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 8 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 5$.

Erklärung:

Sei $n \in \mathbb{N}$, und seien $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{R}$, dann heißt $a_1 + a_2 + .. + a_n := \sum_{i=1}^{n} a_i$ endliche Summe. Beispiel:

$$\sum_{i=6}^{10} i - 3 \quad = (6-3) + (7-3) + (8-3) + (9-3) + (10-3) \quad = \quad 25$$

Rechnung:

$(5 \cdot 3 + 5) + (5 \cdot 4 + 5) + (5 \cdot 5 + 5) + (5 \cdot 6 + 5) + (5 \cdot 7 + 5) + (5 \cdot 8 + 5)$
$= 20 + 25 + 30 + 35 + 40 + 45 = 195$

Angebotene Lösungen:

☒ 195	2 3	3 11	4 175
5 2000000000	6 20	7 5	8 65
9 300	10 245	11 8	12 45

Fehlerinterpretation:

☒	195	richtig
2	3	DF: untere Grenze
3	11	DF: untere + obere Grenze
4	175	DF: letzter Summand weggelassen
5	2000000000	DF: als Produkt gerechnet
6	20	DF: erster Summand angegeben
7	5	DF: Anzahl der Summanden
8	65	DF: erster und letzter Summand addiert
9	300	DF: zwei Summanden zuviel
10	245	DF: ein Summand zuviel
11	8	DF: obere Grenze
12	45	DF: letzter Summand angegeben

MV 04	Blatt 01	Kapitel 2.1	Summen
Indexverschiebung	Grundlagen	Nummer: 102 0 2004010007	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 1.1.7: Verschieben Sie bei der Summe $\sum_{i=5}^{8} a_i \cdot x^i$ den Index so, dass bis zum Index 10 hin summiert wird.

Parameter:

x_1 = untere Grenze der Summe
x_2 = obere Grenze der Summe
x_3 = wohin der Index verschoben werden soll

Die Summe lautet also: $\sum_{i=x_1}^{x_2} a_i \cdot x^i$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \qquad x_2 = 8$.

Erklärung:

Sei $\sum_{i=0}^{n} a_i$ eine endliche Summe, dann kann der Summationsindex (um eine ganze Zahl l) verschoben werden, das heißt, wir substituieren $i := k - l$. Der neue Summationsindex heißt jetzt k.

$$\sum_{i=0}^{i=n} a_i \quad = \quad \sum_{k-l=0}^{k-l=n} a_{k-l} = \quad \sum_{k=l}^{n+l} a_{k-l}$$

Rechnung:

10 - 8 = 2 also ist $i = j - 2$.
$\sum_{i=5}^{8} a_i \cdot x^i = \sum_{(j-2)=5}^{(j-2)=8} a_{(j-2)} \cdot x^{(j-2)} = \sum_{j=7}^{j=10} a_{j-2} \cdot x^{j-2}$

Angebotene Lösungen:

1 $\sum_{j=3}^{j=10} a_{j+10} \cdot x^{j+10}$	2 $\sum_{j=5}^{j=8} a_{j-18} \cdot x^{j-18}$	3 $\sum_{j=8}^{j=10} a_j \cdot x^j$	☒ $\sum_{j=7}^{j=10} a_{j-2} \cdot x^{j-2}$
5 $\sum_{j=3}^{j=10} a_{j-10} \cdot x^{j-10}$	6 $\sum_{j=7}^{j=10} a_j \cdot x^j$	7 $\sum_{j=3}^{j=10} a_{j+2} \cdot x^{j+2}$	8 $\sum_{j=5}^{j=8} a_{j-2} \cdot x^{j-2}$
9 $\sum_{j=7}^{j=10} a_{j+10} \cdot x^{j+10}$	10 $\sum_{j=7}^{j=10} a_{j+2} \cdot x^{j+2}$	11 $\sum_{j=3}^{j=10} a_{j-2} \cdot x^{j-2}$	12 $\sum_{j=7}^{j=10} a_{j-10} \cdot x^{j-10}$

Fehlerinterpretation:

1	$\sum_{j=3}^{j=10} a_{j+10} \cdot x^{j+10}$	DF: falsch verschoben
2	$\sum_{j=5}^{j=8} a_{j-18} \cdot x^{j-18}$	DF: falsch verschoben
3	$\sum_{j=8}^{j=10} a_{j} \cdot x^{j}$	DF: falsch verschoben
☒	$\sum_{j=7}^{j=10} a_{j-2} \cdot x^{j-2}$	richtig
5	$\sum_{j=3}^{j=10} a_{j-10} \cdot x^{j-10}$	DF: falsch verschoben
6	$\sum_{j=7}^{j=10} a_{j} \cdot x^{j}$	DF: falsch verschoben
7	$\sum_{j=3}^{j=10} a_{j+2} \cdot x^{j+2}$	DF: falsch verschoben
8	$\sum_{j=5}^{j=8} a_{j-2} \cdot x^{j-2}$	DF: falsch verschoben
9	$\sum_{j=7}^{j=10} a_{j+10} \cdot x^{j+10}$	DF: falsch verschoben
10	$\sum_{j=7}^{j=10} a_{j+2} \cdot x^{j+2}$	DF: falsch verschoben
11	$\sum_{j=3}^{j=10} a_{j-2} \cdot x^{j-2}$	DF: falsch verschoben
12	$\sum_{j=7}^{j=10} a_{j-10} \cdot x^{j-10}$	DF: falsch verschoben

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu