

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2**

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 45 0 2004020003                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.1:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 1) \cdot (x - 5)^2 > 0.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze ( $> 0$ )  
 $x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 1$      $x_2 = 5$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:  $(x^2 - 1) \cdot (x - 5)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 5$  oder  $x = \pm 1$ .  
 Mittels Punktprobe erhalten wir  $x < -1$  oder  $1 < x < 5$  oder  $5 < x$ .  
 Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu  $x < -1$  oder  $(x > 1$  und  $x \neq 5)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                             |                                    |                                       |  |
|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1  | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -5$ | <input type="checkbox"/> 2            | $x < -5$ oder $1 < x < 5$              |
| <input type="checkbox"/> 3  | $-5 < x < 5$ oder $1 < x$          | <input type="checkbox"/> 4            | $-5 < x < -1$ oder $1 < x$             |
| <input type="checkbox"/> 5  | $-1 < x < 5$ oder $5 < x < 1$      | <input type="checkbox"/> 6            | $-5 < x < 1$ oder $1 < x < 5$          |
| <input type="checkbox"/> 7  | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -1$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ oder $5 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 9  | $-5 < x < 1$ oder $5 < x$          | <input type="checkbox"/> 10           | $-5 < x < 5$ oder $5 < x < 1$          |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$          | <input type="checkbox"/> 12           | $\emptyset$                            |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |  |  |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -5$     | DF: < Rechnen nicht verstanden                               |
| <input type="checkbox"/> 2            | $x < -5$ oder $1 < x < 5$              | DF: 1 und 5 vertauscht                                       |
| <input type="checkbox"/> 3            | $-5 < x < 5$ oder $1 < x$              | DF: Bereiche falsch und 1 und 5 vertauscht                   |
| <input type="checkbox"/> 4            | $-5 < x < -1$ oder $1 < x$             | DF: VZ falsch und Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 5            | $-1 < x < 5$ oder $5 < x < 1$          | DF: Bereiche falsch  |
| <input type="checkbox"/> 6            | $-5 < x < 1$ oder $1 < x < 5$          | DF: Bereiche falsch und 1 und 5 vertauscht                   |
| <input type="checkbox"/> 7            | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -1$     | DF: < Rechnen nicht verstanden                               |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ oder $5 < x$ | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 9            | $-5 < x < 1$ oder $5 < x$              | DF: Bereiche falsch  |
| <input type="checkbox"/> 10           | $-5 < x < 5$ oder $5 < x < 1$          | DF: Bereiche falsch und 1 und 5 vertauscht                   |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x < -1$ oder $1 < x < 5$              | DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt               |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\emptyset$                            | DF: es gibt Lösungen   |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
 keine                      Grundlagen                      Nummer: 56 0 2005020008                      Kl: 14G  
 Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.2:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$16^x - \frac{3}{16} 4^{x+2} = 28.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Basis der Potenz  $1 < x_1 \neq x_2$

$x_2, x_3$  Nullstellen  $1 < x_3 < x_2$

$x_4$  Summand im Exponent  $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also:  $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2-x_3}{x_1^4}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$   $x_2 = 7$   $x_3 = 4$   $x_4 = 2$ .

**Erklärung:**

Substituieren Sie  $4^x = u$ . Beachten Sie dabei, dass  $4^{x+1} = u \cdot 4$  und  $16^x = 4^x \cdot 4^x = x^2$  ist.

**Rechnung:**

Wir substituieren  $4^x = u$ . Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 16^x - \frac{3}{16} 4^{x+2} = 28 &\Leftrightarrow u^2 - \frac{3}{16} u \cdot 4^2 = 28 \\ \Leftrightarrow u^2 - 3u - 28 = 0 &\Leftrightarrow u = 7 \text{ oder } u = -4 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution  $u = 4^x$  oder  $x = \log_4(u)$ . Weil  $4^x$  nicht negativ sein kann fällt die Lösung  $u = -4$  weg und die Lösung ist  $x = \log_4(7)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $7^4$ oder $(-4)^4$ | <input type="checkbox"/> 2 $\log_7(4)$                   | <input type="checkbox"/> 3 $\log_7(4)$ oder $-\log_4(4)$ | <input type="checkbox"/> 4 $4^7$ oder $4^{-4}$    |
| <input type="checkbox"/> 5 unlösbar            | <input type="checkbox"/> 6 $\log_4(7)$ oder $-\log_4(4)$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{448}{3}$               | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\log_4(7)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $4^7$               | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{3}{16} - 2$           | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{3}{4}$                | <input type="checkbox"/> 12 $7^4$                 |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $7^4$ oder $(-4)^4$           | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 2 $\log_7(4)$                   | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 3 $\log_7(4)$ oder $-\log_4(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 4 $4^7$ oder $4^{-4}$           | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 5 unlösbar                      | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 6 $\log_4(7)$ oder $-\log_4(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{448}{3}$               | DF: Lösung geraten       |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\log_4(7)$        | richtig                  |
| <input type="checkbox"/> 9 $4^7$                         | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{3}{16} - 2$           | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{3}{4}$                | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 12 $7^4$                        | DF: Am Ende potenziert   |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 61 0 2004020005                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.3:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 8| = x + 7 + |x + 7|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick der ersten Funktion

$x_2$  = Knick der zweiten Funktion  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 8$   $x_2 = 7$ .

### Erklärung:

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

### Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $|x + 8| = x + 7 + |x + 7|$  wird zu  $\pm(x + 8) = x + 7 \pm (x + 7)$ .

Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

- $+(\cdot) = +(\cdot)$  ( $x \geq -7$ )
- $+(\cdot) = -(\cdot)$  ( $-8 \leq x \leq -7$ )
- $-(\cdot) = -(\cdot)$  ( $x \leq -8$ )
- $-(\cdot) = +(\cdot)$  ( $x \leq -8$ ) und ( $x \geq -7$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

- 1. Fall:  $+(x + 8) = x + 7 + (x + 7)$   
 $\Leftrightarrow x = -6$
- 2. Fall:  $+(x + 8) = x + 7 - (x + 7)$   
 $\Leftrightarrow x = -8$
- 3. Fall:  $-(x + 8) = x + 7 - (x + 7)$   
 $\Leftrightarrow x = -8$
- 4. Fall:  $-(x + 8) = x + 7 + (x + 7)$   
 $\Leftrightarrow 3x = -6$   
 $\Leftrightarrow x = -2$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall:  $x = -6$ :  $|-6 + 8| = -6 + 7 + |-6 + 7|$   
 $\Leftrightarrow |2| = 1 + |1|$   
 $\Leftrightarrow 2 = 2$  (richtig)

2. + 3. Fall:  $x = -8$ :  $|-8 + 8| = -8 + 7 + |-8 + 7|$   
 $\Leftrightarrow 0 = 0$  (richtig)

4. Fall:  $x = -2$ :  $|-2 + 8| = -2 + 7 + |-2 + 7|$   
 $\Leftrightarrow \frac{2}{3} = 5 + 5$   
 $\Leftrightarrow \frac{2}{3} = 10$  (falsch)

Damit ist die Lösung:  $x = -6$  oder  $x = -8$ .

### Angebotene Lösungen:

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -6$ oder $x = \pm 8$ oder $x = \frac{-6}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 $x = 6$ oder $x = 8$         | <input type="checkbox"/> 3 $x = -6$ oder $x = -8$       |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = 7$   | <input type="checkbox"/> 5 $x = \pm 6$ oder $x = \pm 8$ | <input type="checkbox"/> 6 $x \neq 0$                   |
| <input type="checkbox"/> 7 $-8 \leq x \leq -6$                               | <input type="checkbox"/> 8 $x = -6$                     | <input type="checkbox"/> 9 $x \leq -8$ oder $-6 \leq x$ |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -8$   | <input type="checkbox"/> 11 $x = -6$ oder $x = 8$       | <input type="checkbox"/> 12 $x = \frac{-6}{3}$          |

### Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = -6$ oder $x = \pm 8$ oder $x = \frac{-6}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 2	$x = 6$ oder $x = 8$	RF: Vorzeichenfehler
<input checked="" type="checkbox"/> 3	$x = -6$ oder $x = -8$	richtig
<input type="checkbox"/> 4	$x = 7$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 5	$x = \pm 6$ oder $x = \pm 8$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 6	$x \neq 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 7	$-8 \leq x \leq -6$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$x = -6$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 9	$x \leq -8$ oder $-6 \leq x$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 10	$x = -8$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 11	$x = -6$ oder $x = 8$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 12	$x = \frac{-6}{3}$	DF: Probe vergessen

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
größergleich              Grundlagen              Nummer: 79 0 2004020002      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 20      Quelle: keine      W

**Aufgabe 2.1.4:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-18}{x-9}.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze

$x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$        $x_2 = 6$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 9$  Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-18}{x-9} && | \cdot x - 9 \\ \Leftrightarrow x^2 - 9x + 18 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 3 &&& x_3 = 6 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 3, 6, 9. Mittels Punktprobe erhalten wir  $3 \leq x \leq 6$  oder  $x > 9$ . Beachten Sie, dass 9 nicht im Definitionsbereich ist.

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x < 3$ oder $6 < x < 9$	<input type="checkbox"/> 2	$x \leq 3$ oder $6 \leq x < 9$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 3$ oder $x < 6$ oder $x < 9$
<input type="checkbox"/> 4	$3 \leq x \leq 6$	<input type="checkbox"/> 5	$9 < x \leq 18$	<input type="checkbox"/> 6	$x \leq -6$ oder $-3 \leq x < 9$
<input type="checkbox"/> 7	$-6 < x \leq -3$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 8	$3 < x < 6$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 9	$9 < x < 18$
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$3 \leq x \leq 6$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 11	$-6 \leq x \leq -3$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 12	$x > 3$ oder $x > 6$ oder $x > 9$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x < 3$ oder $6 < x < 9$	RF: $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	$x \leq 3$ oder $6 \leq x < 9$	RF: $\leq$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 3	$x < 3$ oder $x < 6$ oder $x < 9$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	$3 \leq x \leq 6$	DF: 9 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 5	$9 < x \leq 18$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 6	$x \leq -6$ oder $-3 \leq x < 9$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und $\leq$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	$-6 < x \leq -3$ oder $x > 9$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen
<input type="checkbox"/> 8	$3 < x < 6$ oder $x > 9$	RF: $>$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 9	$9 < x < 18$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$3 \leq x \leq 6$ oder $x > 9$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$-6 \leq x \leq -3$ oder $x > 9$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen
<input type="checkbox"/> 12	$x > 3$ oder $x > 6$ oder $x > 9$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 82 0 2004020001                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.5:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 12 > \frac{-35}{x}$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze

$x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$      $x_2 = 7$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 0$ . Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 12 &= \frac{-35}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 12x + 35 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 5 & && x_3 = 7 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 5, 7. Mittels Punktprobe erhalten wir  $0 < x < 5$  oder  $x > 7$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 2	$x < 5$ oder $x < 7$ oder $x < 0$	<input type="checkbox"/> 3	$12 < x < 35$
<input type="checkbox"/> 4	$x < 12$ oder $x > 35$	<input type="checkbox"/> 5	$x < 5$ oder $x > 7$	<input type="checkbox"/> 6	$x > 5$ oder $x > 7$ oder $x > 0$
<input type="checkbox"/> 7	$0 < x$ oder $12 < x < 35$	<input checked="" type="checkbox"/> 8	$0 < x < 5$ oder $x > 7$	<input type="checkbox"/> 9	$-5 < x < -7$
<input type="checkbox"/> 10	$5 < x < 7$	<input type="checkbox"/> 11	$x < -5$ oder $-7 < x < 0$	<input type="checkbox"/> 12	$x < -5$ oder $x > -7$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 2	$x < 5$ oder $x < 7$ oder $x < 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$12 < x < 35$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 4	$x < 12$ oder $x > 35$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 5	$x < 5$ oder $x > 7$	RF: 0 als Grenze weggelassen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 6	$x > 5$ oder $x > 7$ oder $x > 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$0 < x$ oder $12 < x < 35$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input checked="" type="checkbox"/> 8	$0 < x < 5$ oder $x > 7$	richtig
<input type="checkbox"/> 9	$-5 < x < -7$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 10	$5 < x < 7$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 11	$x < -5$ oder $-7 < x < 0$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 12	$x < -5$ oder $x > -7$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 84 0 2004020007                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.6:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 7) = \log(100(x - 7)).$$

**Parameter:**

$x_1$  = zwei Nullstellen  
 $x_2$  = dritte Nullstelle  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 10$      $x_2 = 7$ .

**Erklärung:**

Fassen Sie zuerst die Logarithmsterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

**Rechnung:**

Wir fassen zunächst die Logarithmsterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 7) = \log(100(x - 7)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 7)) = \log(100(x - 7)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 7)) = (100(x - 7)) \Leftrightarrow (x^2 - 100) \cdot (x - 7) = 0, \text{ also } x = \pm 10 \text{ oder } x = 7.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 7:$	$\log 7^2 + \log(7 - 7)$	$= \log(100(7 - 7))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 10:$	$\log 10^2 + \log(10 - 7)$	$= \log(100(10 - 7))$	
	$\Leftrightarrow \log 100 \cdot 3$	$= \log 300$	richtig.
$x = -10:$	$\log(-10)^2 + \log(-10 - 7)$	$= \log(100(-10 - 7))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung  $x = 10$ . Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung  $x = 7$  herausgefallen.

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = -10$	<input checked="" type="checkbox"/> 2	$x = 10$	<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm 10$ oder $x = 7$
<input type="checkbox"/> 4	$x = 7$	<input type="checkbox"/> 5	$x = 2^{10}$	<input type="checkbox"/> 6	$x = \log 10$
<input type="checkbox"/> 7	$x = \pm 10$	<input type="checkbox"/> 8	$x = 2^7$	<input type="checkbox"/> 9	$x = \log 100$ oder $x = \log 7$
<input type="checkbox"/> 10	$x = \log 7$	<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 100$	<input type="checkbox"/> 12	$x = 100$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = -10$	DF: Probe vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 2	$x = 10$	richtig
<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm 10$ oder $x = 7$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 4	$x = 7$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 5	$x = 2^{10}$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 6	$x = \log 10$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 7	$x = \pm 10$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 8	$x = 2^7$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 9	$x = \log 100$ oder $x = \log 7$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 10	$x = \log 7$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 100$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 12	$x = 100$	DF: Wurzel nicht gezogen

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 95 0 2004020004                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.7:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 13.5| = |x + 33|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Lösung  
 $x_2$  = zweite Lösung  $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also:  $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 13.5$      $x_2 = 33$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $2 \cdot |x + 13.5| = |x + 33|$  wird zu  $\pm 2 \cdot (x + 13.5) = \pm(x + 33)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(.) = +(.)$ ,  $+(.) = -(.)$ ,  $-(.) = +(.)$  und  $-(.) = -(.)$ , wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall):} \quad +2 \cdot (x + 13.5) &= +(x + 33) \\ \Leftrightarrow 2x + 27 &= x + 33 \\ \Leftrightarrow x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall):} \quad +2 \cdot (x + 13.5) &= -(x + 33) \\ \Leftrightarrow 2x + 27 &= -x - 33 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-60}{3} = -20 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:  $2 \cdot |6 + 13.5| = |6 + 33|$  (richtig) und  $2 \cdot |-20 + 13.5| = |-20 + 33|$  (auch richtig).

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	-6	<input type="checkbox"/> 2	6	<input type="checkbox"/> 3	-20	<input type="checkbox"/> 4	13.5 oder 33
<input type="checkbox"/> 5	$\pm 13.5$ oder $\pm 33$	<input checked="" type="checkbox"/> 6	6 oder -20	<input type="checkbox"/> 7	$\pm(6)$ oder $\pm(20)$	<input type="checkbox"/> 8	-20 oder 20
<input type="checkbox"/> 9	-6 oder 20	<input type="checkbox"/> 10	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 11	20	<input type="checkbox"/> 12	6 oder -6

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	-6	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 2	6	DF: Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 3	-20	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 4	13.5 oder 33	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 5	$\pm 13.5$ oder $\pm 33$	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und $\pm$ davor geschrieben
<input checked="" type="checkbox"/> 6	6 oder -20	richtig
<input type="checkbox"/> 7	$\pm(6)$ oder $\pm(20)$	DF: $\pm$ vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 8	-20 oder 20	DF: $\pm$ vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 9	-6 oder 20	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 10	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 11	20	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 12	6 oder -6	DF: $\pm$ vor die erste Lösung geschrieben

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 98 0 2004020006                      Kl: 14G  
Grad: 60 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.8:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick im negativen Bereich

$x_2$  = Knick im positiven Bereich  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 3$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|$  wird zu  $\frac{x-10}{2} \pm \left( \frac{x+4}{2} \right) = \mp(x-3)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(\cdot) = -(\cdot)$  ( $x \geq 3$ )     $+(\cdot) = +(\cdot)$  ( $4 \leq x \leq 3$ )     $-(\cdot) = +(\cdot)$  ( $x \leq 4$ )  
 $-(\cdot) = -(\cdot)$  ( $x \leq 4$ ) und ( $x \geq 3$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } \quad \frac{x-10}{2} + \left( \frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall: } \quad \frac{x-10}{2} + \left( \frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= x-3 \\ \Leftrightarrow 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. Fall: } \quad \frac{x-10}{2} - \left( \frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= x-3 \\ \Leftrightarrow x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. Fall: } \quad \frac{x-10}{2} - \left( \frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow x &= 10 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall:  $x = 3$ :  $\frac{3-10}{2} + \left| \frac{3+4}{2} \right| = -|3-3|$   
 $\Leftrightarrow \frac{-7}{2} + \frac{3+4}{2} = 0$  (richtig)
2. Fall:  $0 = 0$ : (ist immer richtig)  
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall:  $x = -4$ :  $\frac{-4-10}{2} + \left| \frac{-4+4}{2} \right| = -|-4-3|$   
 $\Leftrightarrow \frac{-14}{2} + 0 = -7$  (richtig)
4. Fall:  $x = 10$ :  $\frac{10-10}{2} + \left| \frac{10+4}{2} \right| = -|10-3|$   
 $\Leftrightarrow 0 + 7 = -7$  (falsch)

Damit ist die Lösung:  $-4 \leq x \leq 3 =$  Definitionsbereich vom 2. Fall.

**Angebotene Lösungen:**

- |  |   |  |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 0$                             | <input type="checkbox"/> 2 $x \geq 3$                   | <input checked="" type="checkbox"/> 3 $-4 \leq x \leq 3$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$ | <input type="checkbox"/> 5 $x = 3$ oder $x = 10$        | <input type="checkbox"/> 6 $x = -4$ oder $x = 10$        |
| <input type="checkbox"/> 7 $\emptyset$                         | <input type="checkbox"/> 8 $x = 3$                      | <input type="checkbox"/> 9 $x = -4$                      |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -4$ oder $x = 3$              | <input type="checkbox"/> 11 $x \leq -4$ oder $x \geq 3$ | <input type="checkbox"/> 12 $x \leq -4$                  |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 0$                             | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt             |
| <input type="checkbox"/> 2 $x \geq 3$                          | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler            |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 $-4 \leq x \leq 3$       | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert                   |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = 3$ oder $x = 10$               | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = -4$ oder $x = 10$              | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 7 $\emptyset$                         | DF: es gibt Lösungen                                   |
| <input type="checkbox"/> 8 $x = 3$                             | DF: 3 + 2. Fall vergessen                              |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = -4$                            | DF: 1 + 2. Fall vergessen                              |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -4$ oder $x = 3$              | DF: 2. Fall falsch interpretiert                       |
| <input type="checkbox"/> 11 $x \leq -4$ oder $x \geq 3$        | DF: Relationsfehler                                    |
| <input type="checkbox"/> 12 $x \leq -4$                        | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler            |

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>