

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 45 0 2004020003 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.1: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 1) \cdot (x - 5)^2 > 0.$$

Parameter:

$x_1 =$ erste Grenze (> 0)
 $x_2 =$ zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung: $(x^2 - 1) \cdot (x - 5)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 5$ oder $x = \pm 1$.

Mittels Punktprobe erhalten wir $x < -1$ oder $1 < x < 5$ oder $5 < x$.

Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu $x < -1$ oder $(x > 1$ und $x \neq 5)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -5$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x < -5$ oder $1 < x < 5$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-5 < x < 5$ oder $1 < x$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-5 < x < -1$ oder $1 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-1 < x < 5$ oder $5 < x < 1$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-5 < x < 1$ oder $1 < x < 5$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -1$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ oder $5 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-5 < x < 1$ oder $5 < x$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-5 < x < 5$ oder $5 < x < 1$ |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ | <input type="checkbox"/> 12 | \emptyset |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -5$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x < -5$ oder $1 < x < 5$ | DF: 1 und 5 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-5 < x < 5$ oder $1 < x$ | DF: Bereiche falsch und 1 und 5 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-5 < x < -1$ oder $1 < x$ | DF: VZ falsch und Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-1 < x < 5$ oder $5 < x < 1$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-5 < x < 1$ oder $1 < x < 5$ | DF: Bereiche falsch und 1 und 5 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -1$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ oder $5 < x$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-5 < x < 1$ oder $5 < x$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-5 < x < 5$ oder $5 < x < 1$ | DF: Bereiche falsch und 1 und 5 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ | DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 12 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
 keine Grundlagen Nummer: 56 0 2005020008 Kl: 14G
 Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.2: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$16^x - \frac{3}{16} 4^{x+2} = 28.$$

Parameter:

x_1 = Basis der Potenz $1 < x_1 \neq x_2$

x_2, x_3 Nullstellen $1 < x_3 < x_2$

x_4 Summand im Exponent $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also: $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2-x_3}{x_1^4}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 7$ $x_3 = 4$ $x_4 = 2$.

Erklärung:

Substituieren Sie $4^x = u$. Beachten Sie dabei, dass $4^{x+1} = u \cdot 4$ und $16^x = 4^x \cdot 4^x = x^2$ ist.

Rechnung:

Wir substituieren $4^x = u$. Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 16^x - \frac{3}{16} 4^{x+2} = 28 &\Leftrightarrow u^2 - \frac{3}{16} u \cdot 4^2 = 28 \\ \Leftrightarrow u^2 - 3u - 28 = 0 &\Leftrightarrow u = 7 \text{ oder } u = -4 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution $u = 4^x$ oder $x = \log_4(u)$. Weil 4^x nicht negativ sein kann fällt die Lösung $u = -4$ weg und die Lösung ist $x = \log_4(7)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 7^4 oder $(-4)^4$ | <input type="checkbox"/> 2 $\log_7(4)$ | <input type="checkbox"/> 3 $\log_7(4)$ oder $-\log_4(4)$ | <input type="checkbox"/> 4 4^7 oder 4^{-4} |
| <input type="checkbox"/> 5 unlösbar | <input type="checkbox"/> 6 $\log_4(7)$ oder $-\log_4(4)$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{448}{3}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\log_4(7)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 4^7 | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{3}{16} - 2$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{3}{4}$ | <input type="checkbox"/> 12 7^4 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 7^4 oder $(-4)^4$ | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 2 $\log_7(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 3 $\log_7(4)$ oder $-\log_4(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 4 4^7 oder 4^{-4} | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 5 unlösbar | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 6 $\log_4(7)$ oder $-\log_4(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{448}{3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\log_4(7)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 4^7 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{3}{16} - 2$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{3}{4}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 7^4 | DF: Am Ende potenziert |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 61 0 2004020005 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.3: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 8| = x + 7 + |x + 7|.$$

Parameter:

x_1 = Knick der ersten Funktion

x_2 = Knick der zweiten Funktion $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $|x + 8| = x + 7 + |x + 7|$ wird zu $\pm(x + 8) = x + 7 \pm (x + 7)$.

Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

- $+(\cdot) = +(\cdot)$ ($x \geq -7$)
- $+(\cdot) = -(\cdot)$ ($-8 \leq x \leq -7$)
- $-(\cdot) = -(\cdot)$ ($x \leq -8$)
- $-(\cdot) = +(\cdot)$ ($x \leq -8$) und ($x \geq -7$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

- 1. Fall: $+(x + 8) = x + 7 + (x + 7)$
 $\Leftrightarrow x = -6$
- 2. Fall: $+(x + 8) = x + 7 - (x + 7)$
 $\Leftrightarrow x = -8$
- 3. Fall: $-(x + 8) = x + 7 - (x + 7)$
 $\Leftrightarrow x = -8$
- 4. Fall: $-(x + 8) = x + 7 + (x + 7)$
 $\Leftrightarrow 3x = -6$
 $\Leftrightarrow x = -2$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall: $x = -6$: $|-6 + 8| = -6 + 7 + |-6 + 7|$
 $\Leftrightarrow |2| = 1 + |1|$
 $\Leftrightarrow 2 = 2$ (richtig)

2. + 3. Fall: $x = -8$: $|-8 + 8| = -8 + 7 + |-8 + 7|$
 $\Leftrightarrow 0 = 0$ (richtig)

4. Fall: $x = -2$: $|-2 + 8| = -2 + 7 + |-2 + 7|$
 $\Leftrightarrow \frac{2}{3} = 5 + 5$
 $\Leftrightarrow \frac{2}{3} = 10$ (falsch)

Damit ist die Lösung: $x = -6$ oder $x = -8$.

Angebotene Lösungen:

- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -6$ oder $x = \pm 8$ oder $x = \frac{-6}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 $x = 6$ oder $x = 8$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 $x = -6$ oder $x = -8$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = 7$ | <input type="checkbox"/> 5 $x = \pm 6$ oder $x = \pm 8$ | <input type="checkbox"/> 6 $x \neq 0$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $-8 \leq x \leq -6$ | <input type="checkbox"/> 8 $x = -6$ | <input type="checkbox"/> 9 $x \leq -8$ oder $-6 \leq x$ |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -8$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = -6$ oder $x = 8$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = \frac{-6}{3}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = -6$ oder $x = \pm 8$ oder $x = \frac{-6}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 2	$x = 6$ oder $x = 8$	RF: Vorzeichenfehler
<input checked="" type="checkbox"/> 3	$x = -6$ oder $x = -8$	richtig
<input type="checkbox"/> 4	$x = 7$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 5	$x = \pm 6$ oder $x = \pm 8$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 6	$x \neq 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 7	$-8 \leq x \leq -6$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$x = -6$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 9	$x \leq -8$ oder $-6 \leq x$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 10	$x = -8$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 11	$x = -6$ oder $x = 8$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 12	$x = \frac{-6}{3}$	DF: Probe vergessen

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
größergleich Grundlagen Nummer: 79 0 2004020002 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.4: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-18}{x-9}.$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 9$ Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-18}{x-9} && | \cdot x - 9 \\ \Leftrightarrow x^2 - 9x + 18 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 3 &&& x_3 = 6 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 3, 6, 9. Mittels Punktprobe erhalten wir $3 \leq x \leq 6$ oder $x > 9$. Beachten Sie, dass 9 nicht im Definitionsbereich ist.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x < 3$ oder $6 < x < 9$	<input type="checkbox"/> 2	$x \leq 3$ oder $6 \leq x < 9$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 3$ oder $x < 6$ oder $x < 9$
<input type="checkbox"/> 4	$3 \leq x \leq 6$	<input type="checkbox"/> 5	$9 < x \leq 18$	<input type="checkbox"/> 6	$x \leq -6$ oder $-3 \leq x < 9$
<input type="checkbox"/> 7	$-6 < x \leq -3$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 8	$3 < x < 6$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 9	$9 < x < 18$
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$3 \leq x \leq 6$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 11	$-6 \leq x \leq -3$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 12	$x > 3$ oder $x > 6$ oder $x > 9$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x < 3$ oder $6 < x < 9$	RF: $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	$x \leq 3$ oder $6 \leq x < 9$	RF: \leq gerechnet
<input type="checkbox"/> 3	$x < 3$ oder $x < 6$ oder $x < 9$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	$3 \leq x \leq 6$	DF: 9 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 5	$9 < x \leq 18$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 6	$x \leq -6$ oder $-3 \leq x < 9$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	$-6 < x \leq -3$ oder $x > 9$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen
<input type="checkbox"/> 8	$3 < x < 6$ oder $x > 9$	RF: $>$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 9	$9 < x < 18$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$3 \leq x \leq 6$ oder $x > 9$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$-6 \leq x \leq -3$ oder $x > 9$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen
<input type="checkbox"/> 12	$x > 3$ oder $x > 6$ oder $x > 9$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 82 0 2004020001 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.5: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 12 > \frac{-35}{x}$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 0$. Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 12 &= \frac{-35}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 12x + 35 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 5 & && x_3 = 7 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 5, 7. Mittels Punktprobe erhalten wir $0 < x < 5$ oder $x > 7$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	\emptyset	<input type="checkbox"/> 2	$x < 5$ oder $x < 7$ oder $x < 0$	<input type="checkbox"/> 3	$12 < x < 35$
<input type="checkbox"/> 4	$x < 12$ oder $x > 35$	<input type="checkbox"/> 5	$x < 5$ oder $x > 7$	<input type="checkbox"/> 6	$x > 5$ oder $x > 7$ oder $x > 0$
<input type="checkbox"/> 7	$0 < x$ oder $12 < x < 35$	<input checked="" type="checkbox"/> 8	$0 < x < 5$ oder $x > 7$	<input type="checkbox"/> 9	$-5 < x < -7$
<input type="checkbox"/> 10	$5 < x < 7$	<input type="checkbox"/> 11	$x < -5$ oder $-7 < x < 0$	<input type="checkbox"/> 12	$x < -5$ oder $x > -7$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 2	$x < 5$ oder $x < 7$ oder $x < 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$12 < x < 35$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 4	$x < 12$ oder $x > 35$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 5	$x < 5$ oder $x > 7$	RF: 0 als Grenze weggelassen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 6	$x > 5$ oder $x > 7$ oder $x > 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$0 < x$ oder $12 < x < 35$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input checked="" type="checkbox"/> 8	$0 < x < 5$ oder $x > 7$	richtig
<input type="checkbox"/> 9	$-5 < x < -7$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 10	$5 < x < 7$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 11	$x < -5$ oder $-7 < x < 0$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 12	$x < -5$ oder $x > -7$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
keine Grundlagen Nummer: 84 0 2004020007 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.6: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 7) = \log(100(x - 7)).$$

Parameter:

x_1 = zwei Nullstellen
 x_2 = dritte Nullstelle $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Fassen Sie zuerst die Logarithmsterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

Rechnung:

Wir fassen zunächst die Logarithmsterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 7) = \log(100(x - 7)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 7)) = \log(100(x - 7)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 7)) = (100(x - 7)) \Leftrightarrow (x^2 - 100) \cdot (x - 7) = 0, \text{ also } x = \pm 10 \text{ oder } x = 7.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 7:$	$\log 7^2 + \log(7 - 7)$	$= \log(100(7 - 7))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 10:$	$\log 10^2 + \log(10 - 7)$	$= \log(100(10 - 7))$	
	$\Leftrightarrow \log 100 \cdot 3$	$= \log 300$	richtig.
$x = -10:$	$\log(-10)^2 + \log(-10 - 7)$	$= \log(100(-10 - 7))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung $x = 10$. Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung $x = 7$ herausgefallen.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x = -10$	<input checked="" type="checkbox"/> 2	$x = 10$	<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm 10$ oder $x = 7$
<input type="checkbox"/> 4	$x = 7$	<input type="checkbox"/> 5	$x = 2^{10}$	<input type="checkbox"/> 6	$x = \log 10$
<input type="checkbox"/> 7	$x = \pm 10$	<input type="checkbox"/> 8	$x = 2^7$	<input type="checkbox"/> 9	$x = \log 100$ oder $x = \log 7$
<input type="checkbox"/> 10	$x = \log 7$	<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 100$	<input type="checkbox"/> 12	$x = 100$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = -10$	DF: Probe vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 2	$x = 10$	richtig
<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm 10$ oder $x = 7$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 4	$x = 7$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 5	$x = 2^{10}$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 6	$x = \log 10$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 7	$x = \pm 10$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 8	$x = 2^7$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 9	$x = \log 100$ oder $x = \log 7$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 10	$x = \log 7$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 100$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 12	$x = 100$	DF: Wurzel nicht gezogen

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 95 0 2004020004 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.7: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 13.5| = |x + 33|.$$

Parameter:

x_1 = erste Lösung
 x_2 = zweite Lösung $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also: $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 13.5$ $x_2 = 33$.

Erklärung:

- Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
- Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
- Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $2 \cdot |x + 13.5| = |x + 33|$ wird zu $\pm 2 \cdot (x + 13.5) = \pm(x + 33)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = +(.)$, $+(.) = -(.)$, $-(.) = +(.)$ und $-(.) = -(.)$, wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall):} \quad & +2 \cdot (x + 13.5) = +(x + 33) \\ & \Leftrightarrow 2x + 27 = x + 33 \\ & \Leftrightarrow x = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall):} \quad & +2 \cdot (x + 13.5) = -(x + 33) \\ & \Leftrightarrow 2x + 27 = -x - 33 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-60}{3} = -20 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes: $2 \cdot |6 + 13.5| = |6 + 33|$ (richtig) und $2 \cdot |-20 + 13.5| = |-20 + 33|$ (auch richtig).

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	-6	<input type="checkbox"/> 2	6	<input type="checkbox"/> 3	-20	<input type="checkbox"/> 4	13.5 oder 33
<input type="checkbox"/> 5	± 13.5 oder ± 33	<input checked="" type="checkbox"/> 6	6 oder -20	<input type="checkbox"/> 7	$\pm(6)$ oder $\pm(20)$	<input type="checkbox"/> 8	-20 oder 20
<input type="checkbox"/> 9	-6 oder 20	<input type="checkbox"/> 10	\emptyset	<input type="checkbox"/> 11	20	<input type="checkbox"/> 12	6 oder -6

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	-6	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 2	6	DF: Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 3	-20	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 4	13.5 oder 33	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 5	± 13.5 oder ± 33	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und \pm davor geschrieben
<input checked="" type="checkbox"/> 6	6 oder -20	richtig
<input type="checkbox"/> 7	$\pm(6)$ oder $\pm(20)$	DF: \pm vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 8	-20 oder 20	DF: \pm vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 9	-6 oder 20	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 10	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 11	20	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 12	6 oder -6	DF: \pm vor die erste Lösung geschrieben

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 98 0 2004020006 Kl: 14G
Grad: 60 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.8: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|.$$

Parameter:

x_1 = Knick im negativen Bereich

x_2 = Knick im positiven Bereich $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|$ wird zu $\frac{x-10}{2} \pm \left(\frac{x+4}{2} \right) = \mp(x-3)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(\cdot) = -(\cdot)$ ($x \geq 3$) $+(\cdot) = +(\cdot)$ ($4 \leq x \leq 3$) $-(\cdot) = +(\cdot)$ ($x \leq 4$)
 $-(\cdot) = -(\cdot)$ ($x \leq 4$) und ($x \geq 3$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } \quad \frac{x-10}{2} + \left(\frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall: } \quad \frac{x-10}{2} + \left(\frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= x-3 \\ \Leftrightarrow 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. Fall: } \quad \frac{x-10}{2} - \left(\frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= x-3 \\ \Leftrightarrow x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. Fall: } \quad \frac{x-10}{2} - \left(\frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow x &= 10 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall: $x = 3$: $\frac{3-10}{2} + \left| \frac{3+4}{2} \right| = -|3-3|$
 $\Leftrightarrow \frac{-7}{2} + \frac{3+4}{2} = 0$ (richtig)
2. Fall: $0 = 0$: (ist immer richtig)
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall: $x = -4$: $\frac{-4-10}{2} + \left| \frac{-4+4}{2} \right| = -|-4-3|$
 $\Leftrightarrow \frac{-14}{2} + 0 = -7$ (richtig)
4. Fall: $x = 10$: $\frac{10-10}{2} + \left| \frac{10+4}{2} \right| = -|10-3|$
 $\Leftrightarrow 0 + 7 = -7$ (falsch)

Damit ist die Lösung: $-4 \leq x \leq 3 =$ Definitionsbereich vom 2. Fall.

Angebotene Lösungen:

- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 0$ | <input type="checkbox"/> 2 $x \geq 3$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 $-4 \leq x \leq 3$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$ | <input type="checkbox"/> 5 $x = 3$ oder $x = 10$ | <input type="checkbox"/> 6 $x = -4$ oder $x = 10$ |
| <input type="checkbox"/> 7 \emptyset | <input type="checkbox"/> 8 $x = 3$ | <input type="checkbox"/> 9 $x = -4$ |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -4$ oder $x = 3$ | <input type="checkbox"/> 11 $x \leq -4$ oder $x \geq 3$ | <input type="checkbox"/> 12 $x \leq -4$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 0$ | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt |
| <input type="checkbox"/> 2 $x \geq 3$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 $-4 \leq x \leq 3$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = 3$ oder $x = 10$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = -4$ oder $x = 10$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 7 \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 8 $x = 3$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = -4$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -4$ oder $x = 3$ | DF: 2. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 11 $x \leq -4$ oder $x \geq 3$ | DF: Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 12 $x \leq -4$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>