

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2**

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.4	Ungleichungen
größer	Grundlagen	Nummer: 32 0 2004020003	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 20	Quelle: keine	W

**Aufgabe 2.1.1:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 4) \cdot (x - 6)^2 > 0.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  erste Grenze ( $> 0$ )  
 $x_2 =$  zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$   $x_2 = 6$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:  $(x^2 - 4) \cdot (x - 6)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 6$  oder  $x = \pm 2$ .

Mittels Punktprobe erhalten wir  $x < -2$  oder  $2 < x < 6$  oder  $6 < x$ .

Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu  $x < -2$  oder  $(x > 2$  und  $x \neq 6)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x < -6$ oder $2 < x < 6$          | <input type="checkbox"/> 2 $-2 < x < 2$ oder $6 < x$                         |
| <input type="checkbox"/> 3 $-6 < x < 2$ oder $2 < x$          | <input type="checkbox"/> 4 $x < -6$ oder $-6 < x < -2$ oder $2 < x$          |
| <input type="checkbox"/> 5 $-6 < x < -2$ oder $2 < x$         | <input type="checkbox"/> 6 $-6 < x < 2$ oder $2 < x < 6$                     |
| <input type="checkbox"/> 7 $x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < -6$ | <input type="checkbox"/> 8 $x > 2$ oder $x > 6$ oder $x > -2$                |
| <input type="checkbox"/> 9 $-6 < x < 6$ oder $4 < x$          | <input checked="" type="checkbox"/> X $x < -2$ oder $2 < x < 6$ oder $6 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 11 $-4 < x < 6$ oder $6 < x < 4$     | <input type="checkbox"/> 12 $-6 < x < 2$ oder $6 < x$                        |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x < -6$ oder $2 < x < 6$                         | DF: 2 und 6 vertauscht                                       |
| <input type="checkbox"/> 2 $-2 < x < 2$ oder $6 < x$                         | DF: Bereiche falsch  |
| <input type="checkbox"/> 3 $-6 < x < 2$ oder $2 < x$                         | DF: Bereiche falsch und 2 und 6 vertauscht                   |
| <input type="checkbox"/> 4 $x < -6$ oder $-6 < x < -2$ oder $2 < x$          | DF: VZ falsch  |
| <input type="checkbox"/> 5 $-6 < x < -2$ oder $2 < x$                        | DF: VZ falsch und Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 6 $-6 < x < 2$ oder $2 < x < 6$                     | DF: Bereiche falsch und 2 und 6 vertauscht                   |
| <input type="checkbox"/> 7 $x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < -6$                | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden                             |
| <input type="checkbox"/> 8 $x > 2$ oder $x > 6$ oder $x > -2$                | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden                             |
| <input type="checkbox"/> 9 $-6 < x < 6$ oder $4 < x$                         | DF: Bereiche falsch und 2 und 6 vertauscht                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> X $x < -2$ oder $2 < x < 6$ oder $6 < x$ | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 11 $-4 < x < 6$ oder $6 < x < 4$                    | DF: Bereiche falsch  |
| <input type="checkbox"/> 12 $-6 < x < 2$ oder $6 < x$                        | DF: Bereiche falsch  |

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.4	Ungleichungen
größergleich	Grundlagen	Nummer: 63 0 2004020002	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 20	Quelle: keine	W

**Aufgabe 2.1.2:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-8}{x-6}.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze

$x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$   $x_2 = 4$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 6$  Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-8}{x-6} && | \cdot x - 6 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 2 &&& x_3 = 4 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 2, 4, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir  $2 \leq x \leq 4$  oder  $x > 6$ . Beachten Sie, dass 6 nicht im Definitionsbereich ist.

**Angebotene Lösungen:**

- |                             |                                |                             |                                  |                                       |                                  |
|-----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1  | $6 < x < 8$                    | <input type="checkbox"/> 2  | $x \leq 2$ oder $x \geq 4$       | <input type="checkbox"/> 3            | $-4 < x \leq -2$ oder $x > 6$    |
| <input type="checkbox"/> 4  | $x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$ | <input type="checkbox"/> 5  | $6 \leq x \leq 8$                | <input type="checkbox"/> 6            | $-4 \leq x \leq -2$ oder $x > 6$ |
| <input type="checkbox"/> 7  | $2 \leq x \leq 4$              | <input type="checkbox"/> 8  | $x \leq -4$ oder $-2 \leq x < 6$ | <input type="checkbox"/> 9            | $2 < x < 4$ oder $x > 6$         |
| <input type="checkbox"/> 10 | $6 < x \leq 8$                 | <input type="checkbox"/> 11 | $x < 2$ oder $4 < x < 6$         | <input checked="" type="checkbox"/> X | $2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$   |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                                  |   |
|---------------------------------------|----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1            | $6 < x < 8$                      | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet                     |
| <input type="checkbox"/> 2            | $x \leq 2$ oder $x \geq 4$       | DF: 6 als Grenze weggelassen und $\leq$ gerechnet           |
| <input type="checkbox"/> 3            | $-4 < x \leq -2$ oder $x > 6$    | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen                      |
| <input type="checkbox"/> 4            | $x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$   | RF: $\leq$ gerechnet  |
| <input type="checkbox"/> 5            | $6 \leq x \leq 8$                | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet                     |
| <input type="checkbox"/> 6            | $-4 \leq x \leq -2$ oder $x > 6$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen                      |
| <input type="checkbox"/> 7            | $2 \leq x \leq 4$                | DF: 6 als Grenze weggelassen                                |
| <input type="checkbox"/> 8            | $x \leq -4$ oder $-2 \leq x < 6$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und $\leq$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9            | $2 < x < 4$ oder $x > 6$         | RF: $>$ gerechnet   |
| <input type="checkbox"/> 10           | $6 < x \leq 8$                   | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet                     |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x < 2$ oder $4 < x < 6$         | RF: $<$ gerechnet   |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$   | richtig   |

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Betrag
keine	Grundlagen	Nummer: 67 0 2004020004	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 2.1.3:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 14| = |x + 32|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Lösung

$x_2$  = zweite Lösung  $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also:  $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 14$   $x_2 = 32$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $2 \cdot |x + 14| = |x + 32|$  wird zu  $\pm 2 \cdot (x + 14) = \pm(x + 32)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(.) = +(.)$ ,  $+(.) = -(.)$ ,  $-(.) = +(.)$  und  $-(.) = -(.)$ , wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall): } & +2 \cdot (x + 14) = +(x + 32) \\ & \Leftrightarrow 2x + 28 = x + 32 \\ & \Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall): } & +2 \cdot (x + 14) = -(x + 32) \\ & \Leftrightarrow 2x + 28 = -x - 32 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-60}{3} = -20 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:  $2 \cdot |4 + 14| = |4 + 32|$  (richtig) und  $2 \cdot |-20 + 14| = |-20 + 32|$  (auch richtig).

**Angeborene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1 $\pm 14$ oder $\pm 32$	<input type="checkbox"/> 2 $-4$	<input type="checkbox"/> 3 $\pm(4)$ oder $\pm(20)$	<input type="checkbox"/> 4 $20$
<input type="checkbox"/> 5 $-4$ oder $20$	<input type="checkbox"/> 6 $-20$	<input type="checkbox"/> 7 $\emptyset$	<input type="checkbox"/> 8 $14$ oder $32$
<input type="checkbox"/> 9 $-20$ oder $20$	<input type="checkbox"/> 10 $4$ oder $-4$	<input type="checkbox"/> 11 $4$	<input checked="" type="checkbox"/> 4 oder $-20$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1 $\pm 14$ oder $\pm 32$	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und $\pm$ davor geschrieben
<input type="checkbox"/> 2 $-4$	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 3 $\pm(4)$ oder $\pm(20)$	DF: $\pm$ vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 4 $20$	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 5 $-4$ oder $20$	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 6 $-20$	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 7 $\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 8 $14$ oder $32$	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 9 $-20$ oder $20$	DF: $\pm$ vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 10 $4$ oder $-4$	DF: $\pm$ vor die erste Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 11 $4$	DF: Fall 2,3 vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 4 oder $-20$	richtig

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 71 0 2004020005                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.4:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 6| = x + 5 + |x + 5|.$$

**Parameter:** $x_1 =$  Knick der ersten Funktion $x_2 =$  Knick der zweiten Funktion  $0 < x_2 < x_1$ Die Gleichung lautet also:  $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$ In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 6$   $x_2 = 5$ .**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $|x + 6| = x + 5 + |x + 5|$  wird zu  $\pm(x + 6) = x + 5 \pm (x + 5)$ .

Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

$$\begin{aligned} +(\cdot) &= +(\cdot) & (x \geq -5) \\ +(\cdot) &= -(\cdot) & (-6 \leq x \leq -5) \\ -(\cdot) &= -(\cdot) & (x \leq -6) \\ -(\cdot) &= +(\cdot) & (x \leq -6) \text{ und } (x \geq -5) \quad (\text{dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } &+(x+6) = x+5+(x+5) \\ &\Leftrightarrow x = -4 \\ \text{2. Fall: } &+(x+6) = x+5-(x+5) \\ &\Leftrightarrow x = -6 \\ \text{3. Fall: } &-(x+6) = x+5-(x+5) \\ &\Leftrightarrow x = -6 \\ \text{4. Fall: } &-(x+6) = x+5+(x+5) \\ &\Leftrightarrow 3x = -4 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-4}{3} \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } &x = -4: \quad |-4+6| = -4+5+|-4+5| \\ &\Leftrightarrow \quad |2| = 1+|1| \\ &\Leftrightarrow \quad 2 = 2 \quad (\text{richtig}) \\ \text{2. + 3. Fall: } &x = -6: \quad |-6+6| = -6+5+|-6+5| \\ &\Leftrightarrow \quad 0 = 0 \quad (\text{richtig}) \\ \text{4. Fall: } &x = \frac{-4}{3}: \quad \left|\frac{-4}{3}+6\right| = \frac{-4}{3}+5+\left|\frac{-4}{3}+5\right| \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{2}{3} = \frac{11}{3} + \frac{11}{3} \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{2}{3} = \frac{22}{3} \quad (\text{falsch}) \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung:  $x = -4$  oder  $x = -6$ .**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> $x = 4$ oder $x = -6$	<input checked="" type="checkbox"/> $x = -4$ oder $x = -6$	<input type="checkbox"/> $x = -6$
<input type="checkbox"/> $x = -4$ oder $x = -6$ oder $x = \frac{-4}{3}$	<input type="checkbox"/> $x = \frac{-4}{3}$	<input type="checkbox"/> $-6 \leq x \leq -4$
<input type="checkbox"/> $x \leq -6$ oder $-4 \leq x$	<input type="checkbox"/> $x \neq 0$	<input type="checkbox"/> $x = \pm 4$ oder $x = \pm 6$
<input type="checkbox"/> $x = -4$ oder $x = \pm 6$ oder $x = \frac{-4}{3}$	<input type="checkbox"/> $x = -4$	<input type="checkbox"/> $x = 0$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = 4$ oder $x = -6$	RF: Vorzeichenfehler
<input checked="" type="checkbox"/> 2	$x = -4$ oder $x = -6$	richtig
<input type="checkbox"/> 3	$x = -6$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 4	$x = -4$ oder $x = -6$ oder $x = \frac{-4}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 5	$x = \frac{-4}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 6	$-6 \leq x \leq -4$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	$x \leq -6$ oder $-4 \leq x$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$x \neq 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 9	$x = \pm 4$ oder $x = \pm 6$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 10	$x = -4$ oder $x = \pm 6$ oder $x = \frac{-4}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 11	$x = -4$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 12	$x = 0$	DF: geratene Lösung

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 84 0 2004020001                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.5:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 4 > \frac{-3}{x}$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze

$x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 1$      $x_2 = 3$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 0$ . Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 4 &= \frac{-3}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 1 & && x_3 = 3 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 1, 3. Mittels Punktprobe erhalten wir  $0 < x < 1$  oder  $x > 3$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$0 < x < 1$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/> 2	$x < 1$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 0$ oder $1 < x < 3$
<input type="checkbox"/> 4	$x < 4$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/> 5	$x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 0$	<input type="checkbox"/> 6	$x < -1$ oder $x > -3$
<input type="checkbox"/> 7	$0 < x < 4$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/> 8	$4 < x < 3$	<input type="checkbox"/> 9	$x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 0$
<input type="checkbox"/> 10	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 11	$1 < x < 3$	<input type="checkbox"/> 12	$-1 < x < 0$ oder $x < -3$

**Fehlerinterpretation:**

<input checked="" type="checkbox"/> 2	$0 < x < 1$ oder $x > 3$	richtig
<input type="checkbox"/> 3	$x < 1$ oder $x > 3$	RF: 0 als Grenze weggelassen und $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 4	$x < 0$ oder $1 < x < 3$	RF: $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 5	$x < 4$ oder $x > 3$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 6	$x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 0$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$x < -1$ oder $x > -3$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 8	$0 < x < 4$ oder $x > 3$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 9	$4 < x < 3$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 10	$x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 0$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 12	$1 < x < 3$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 13	$-1 < x < 0$ oder $x < -3$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 88 0 2005020008                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.6:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$36^x - \frac{1}{2592} 6^{x+5} = 10.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Basis der Potenz  $1 < x_1 \neq x_2$   
 $x_2, x_3$  Nullstellen  $1 < x_3 < x_2$   
 $x_4$  Summand im Exponent  $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also:  $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2-x_3}{x_1^4}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 6$      $x_2 = 5$      $x_3 = 2$      $x_4 = 5$ .

**Erklärung:**

Substituieren Sie  $6^x = u$ . Beachten Sie dabei, dass  $6^{x+1} = u \cdot 6$  und  $36^x = 6^x \cdot 6^x = x^2$  ist.

**Rechnung:**

Wir substituieren  $6^x = u$ . Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 36^x - \frac{1}{2592} 6^{x+5} = 10 &\Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{2592} u \cdot 6^5 = 10 \\ \Leftrightarrow u^2 - 3u - 10 = 0 &\Leftrightarrow u = 5 \text{ oder } u = -2 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution  $u = 6^x$  oder  $x = \log_6(u)$ . Weil  $6^x$  nicht negativ sein kann fällt die Lösung  $u = -2$  weg und die Lösung ist  $x = \log_6(5)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |                               |                             |                      |                             |                               |                                       |                     |
|----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|---------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $6^5$                         | <input type="checkbox"/> 2  | $5^6$                | <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{1296}{5}$              | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\log_6(5)$         |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\log_6(5)$ oder $-\log_6(2)$ | <input type="checkbox"/> 6  | $5^6$ oder $(-2)^6$  | <input type="checkbox"/> 7  | $\log_5(6)$ oder $-\log_2(6)$ | <input type="checkbox"/> 8            | $\log_5(6)$         |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{432}$               | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{1}{2592} - 5$ | <input type="checkbox"/> 11 | unlösbar                      | <input type="checkbox"/> 12           | $6^5$ oder $6^{-2}$ |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$6^5$	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 2	$5^6$	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{1296}{5}$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/> 4	$\log_6(5)$	richtig
<input type="checkbox"/> 5	$\log_6(5)$ oder $-\log_6(2)$	DF: falsch logarithmiert
<input type="checkbox"/> 6	$5^6$ oder $(-2)^6$	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 7	$\log_5(6)$ oder $-\log_2(6)$	DF: falsch logarithmiert
<input type="checkbox"/> 8	$\log_5(6)$	DF: falsch logarithmiert
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{432}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{2592} - 5$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 11	unlösbar	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 12	$6^5$ oder $6^{-2}$	DF: Am Ende potenziert

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 89 0 2004020006                      Kl: 14G  
Grad: 60 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.7:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-17}{2} + \left| \frac{x+7}{2} \right| = -|x-5|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick im negativen Bereich  
 $x_2$  = Knick im positiven Bereich  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7$      $x_2 = 5$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $\frac{x-17}{2} + \left| \frac{x+7}{2} \right| = -|x-5|$  wird zu  $\frac{x-17}{2} \pm \left( \frac{x+7}{2} \right) = \mp(x-5)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(.) = -(.)$  ( $x \geq 5$ )     $+(.) = +(.)$  ( $7 \leq x \leq 5$ )     $-(.) = +(.)$  ( $x \leq 7$ )  
 $-(.) = -(.)$  ( $x \leq 7$ ) und ( $x \geq 5$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

1. Fall:  $\frac{x-17}{2} + \left( \frac{x+7}{2} \right) = -(x-5)$   
 $\Leftrightarrow x-5 = -x+5$   
 $\Leftrightarrow 2x = 10$   
 $\Leftrightarrow x = 5$
2. Fall:  $\frac{x-17}{2} + \left( \frac{x+7}{2} \right) = +(x-5)$   
 $\Leftrightarrow x-5 = x-5$   
 $\Leftrightarrow 0 = 0$
3. Fall:  $\frac{x-17}{2} - \left( \frac{x+7}{2} \right) = +(x-5)$   
 $\Leftrightarrow -12 = x-5$   
 $\Leftrightarrow x = -7$
4. Fall:  $\frac{x-17}{2} - \left( \frac{x+7}{2} \right) = -(x-5)$   
 $\Leftrightarrow -12 = -x+5$   
 $\Leftrightarrow x = 17$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall:  $x = 5$ :  $\frac{5-17}{2} + \left| \frac{5+7}{2} \right| = -|5-5|$   
 $\Leftrightarrow \frac{-12}{2} + \frac{5+7}{2} = 0$  (richtig)
2. Fall:  $0 = 0$ : (ist immer richtig)  
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall:  $x = -7$ :  $\frac{-7-17}{2} + \left| \frac{-7+7}{2} \right| = -|-7-5|$   
 $\Leftrightarrow -12 = -12$  (richtig)
4. Fall:  $x = 17$ :  $\frac{17-17}{2} + \left| \frac{17+7}{2} \right| = -|17-5|$   
 $\Leftrightarrow 12 = -12$  (falsch)

Damit ist die Lösung:  $-7 \leq x \leq 5 =$  Definitionsbereich vom 2. Fall.

**Angebotene Lösungen:**

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -7$ oder $x = 5$ oder $x = 17$ | <input type="checkbox"/> 2 $\emptyset$                 | <input type="checkbox"/> 3 $x = -7$ oder $x = 5$         |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \leq -7$                         | <input type="checkbox"/> 5 $x \leq -7$ oder $x \geq 5$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 $-7 \leq x \leq 5$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 0$                             | <input type="checkbox"/> 8 $x \geq 5$                  | <input type="checkbox"/> 9 $x = -7$ oder $x = 17$        |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = 5$ oder $x = 17$              | <input type="checkbox"/> 11 $x = -7$                   | <input type="checkbox"/> 12 $x = 5$                      |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -7$ oder $x = 5$ oder $x = 17$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert                   |
| <input type="checkbox"/> 2 $\emptyset$                         | DF: es gibt Lösungen                                   |
| <input type="checkbox"/> 3 $x = -7$ oder $x = 5$               | DF: 2. Fall falsch interpretiert                       |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \leq -7$                         | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler            |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \leq -7$ oder $x \geq 5$         | DF: Relationsfehler                                    |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 $-7 \leq x \leq 5$       | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 0$                             | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt             |
| <input type="checkbox"/> 8 $x \geq 5$                          | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler            |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = -7$ oder $x = 17$              | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = 5$ oder $x = 17$              | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = -7$                           | DF: 1 + 2. Fall vergessen                              |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = 5$                            | DF: 3 + 2. Fall vergessen                              |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
 keine                      Grundlagen                      Nummer: 98 0 2004020007                      Kl: 14G  
 Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.8:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 6) = \log(64(x - 6)).$$

**Parameter:**

$x_1 =$  zwei Nullstellen  
 $x_2 =$  dritte Nullstelle  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 8$        $x_2 = 6$ .

**Erklärung:**

Fassen Sie zuerst die Logarithmusterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

**Rechnung:**

Wir fassen zunächst die Logarithmusterme zusammen:  
 $\log x^2 + \log(x - 6) = \log(64(x - 6)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 6)) = \log(64(x - 6)).$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 6)) = (64(x - 6)) \Leftrightarrow (x^2 - 64) \cdot (x - 6) = 0, \text{ also } x = \pm 8 \text{ oder } x = 6.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 6:$	$\log 6^2 + \log(6 - 6)$	$=$	$\log(64(6 - 6))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 8:$	$\log 8^2 + \log(8 - 6)$	$=$	$\log(64(8 - 6))$	
	$\Leftrightarrow \log 64 \cdot 2$	$=$	$\log 128$	richtig.
$x = -8:$	$\log(-8)^2 + \log(-8 - 6)$	$=$	$\log(64(-8 - 6))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung  $x = 8$ . Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung  $x = 6$  herausgefallen.

#### Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 2^8$	<input type="checkbox"/> 2	$x = -8$	<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm 8$ oder $x = 6$
<input type="checkbox"/> 4	$x = 2^8$ oder $x = 2^6$	<input checked="" type="checkbox"/> 5	$x = 8$	<input type="checkbox"/> 6	$x = 64$ oder $x = 6$
<input type="checkbox"/> 7	$x = \log 6$	<input type="checkbox"/> 8	$x = 6$	<input type="checkbox"/> 9	$x = 2^6$
<input type="checkbox"/> 10	$x = \pm 8$	<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 64$	<input type="checkbox"/> 12	$x = \log 8$

#### Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 2^8$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 2	$x = -8$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm 8$ oder $x = 6$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 4	$x = 2^8$ oder $x = 2^6$	DF: am Ende potenziert
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$x = 8$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$x = 64$ oder $x = 6$	DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 7	$x = \log 6$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 8	$x = 6$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 9	$x = 2^6$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 10	$x = \pm 8$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 64$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 12	$x = \log 8$	DF: am Ende logarithmiert

#### Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>