

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 32 0 2004020003 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.1: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 4) \cdot (x - 6)^2 > 0.$$

Parameter:

$x_1 =$ erste Grenze (> 0)
 $x_2 =$ zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung: $(x^2 - 4) \cdot (x - 6)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 6$ oder $x = \pm 2$.

Mittels Punktprobe erhalten wir $x < -2$ oder $2 < x < 6$ oder $6 < x$.

Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu $x < -2$ oder $(x > 2$ und $x \neq 6)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x < -6$ oder $2 < x < 6$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-2 < x < 2$ oder $6 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-6 < x < 2$ oder $2 < x$ | <input type="checkbox"/> 4 | $x < -6$ oder $-6 < x < -2$ oder $2 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-6 < x < -2$ oder $2 < x$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-6 < x < 2$ oder $2 < x < 6$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < -6$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x > 2$ oder $x > 6$ oder $x > -2$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-6 < x < 6$ oder $4 < x$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -2$ oder $2 < x < 6$ oder $6 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-4 < x < 6$ oder $6 < x < 4$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-6 < x < 2$ oder $6 < x$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x < -6$ oder $2 < x < 6$ | DF: 2 und 6 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-2 < x < 2$ oder $6 < x$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-6 < x < 2$ oder $2 < x$ | DF: Bereiche falsch und 2 und 6 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x < -6$ oder $-6 < x < -2$ oder $2 < x$ | DF: VZ falsch |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-6 < x < -2$ oder $2 < x$ | DF: VZ falsch und Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-6 < x < 2$ oder $2 < x < 6$ | DF: Bereiche falsch und 2 und 6 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < -6$ | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x > 2$ oder $x > 6$ oder $x > -2$ | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-6 < x < 6$ oder $4 < x$ | DF: Bereiche falsch und 2 und 6 vertauscht |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -2$ oder $2 < x < 6$ oder $6 < x$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-4 < x < 6$ oder $6 < x < 4$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-6 < x < 2$ oder $6 < x$ | DF: Bereiche falsch |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größergleich Grundlagen Nummer: 63 0 2004020002 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.2: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-8}{x-6}.$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 6$ Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-8}{x-6} && | \cdot x - 6 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 2 &&& x_3 = 4 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 2, 4, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir $2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$. Beachten Sie, dass 6 nicht im Definitionsbereich ist.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | |
|-----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $6 < x < 8$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x \leq 2$ oder $x \geq 4$ | <input type="checkbox"/> 3 | $-4 < x \leq -2$ oder $x > 6$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$ | <input type="checkbox"/> 5 | $6 \leq x \leq 8$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-4 \leq x \leq -2$ oder $x > 6$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $2 \leq x \leq 4$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x \leq -4$ oder $-2 \leq x < 6$ | <input type="checkbox"/> 9 | $2 < x < 4$ oder $x > 6$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $6 < x \leq 8$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x < 2$ oder $4 < x < 6$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $6 < x < 8$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x \leq 2$ oder $x \geq 4$ | DF: 6 als Grenze weggelassen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-4 < x \leq -2$ oder $x > 6$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$ | RF: \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $6 \leq x \leq 8$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-4 \leq x \leq -2$ oder $x > 6$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $2 \leq x \leq 4$ | DF: 6 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x \leq -4$ oder $-2 \leq x < 6$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $2 < x < 4$ oder $x > 6$ | RF: $>$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 10 | $6 < x \leq 8$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < 2$ oder $4 < x < 6$ | RF: $<$ gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$ | richtig |

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Betrag
keine	Grundlagen	Nummer: 67 0 2004020004	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 2.1.3: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 14| = |x + 32|.$$

Parameter:

x_1 = erste Lösung

x_2 = zweite Lösung $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also: $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 14$ $x_2 = 32$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $2 \cdot |x + 14| = |x + 32|$ wird zu $\pm 2 \cdot (x + 14) = \pm(x + 32)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = +(.)$, $+(.) = -(.)$, $-(.) = +(.)$ und $-(.) = -(.)$, wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall): } & +2 \cdot (x + 14) = +(x + 32) \\ & \Leftrightarrow 2x + 28 = x + 32 \\ & \Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall): } & +2 \cdot (x + 14) = -(x + 32) \\ & \Leftrightarrow 2x + 28 = -x - 32 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-60}{3} = -20 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes: $2 \cdot |4 + 14| = |4 + 32|$ (richtig) und $2 \cdot |-20 + 14| = |-20 + 32|$ (auch richtig).

Angeborene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 ± 14 oder ± 32	<input type="checkbox"/> 2 -4	<input type="checkbox"/> 3 $\pm(4)$ oder $\pm(20)$	<input type="checkbox"/> 4 20
<input type="checkbox"/> 5 -4 oder 20	<input type="checkbox"/> 6 -20	<input type="checkbox"/> 7 \emptyset	<input type="checkbox"/> 8 14 oder 32
<input type="checkbox"/> 9 -20 oder 20	<input type="checkbox"/> 10 4 oder -4	<input type="checkbox"/> 11 4	<input checked="" type="checkbox"/> 4 oder -20

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 ± 14 oder ± 32	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und \pm davor geschrieben
<input type="checkbox"/> 2 -4	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 3 $\pm(4)$ oder $\pm(20)$	DF: \pm vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 4 20	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 5 -4 oder 20	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 6 -20	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 7 \emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 8 14 oder 32	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 9 -20 oder 20	DF: \pm vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 10 4 oder -4	DF: \pm vor die erste Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 11 4	DF: Fall 2,3 vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 4 oder -20	richtig

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 71 0 2004020005 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.4: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 6| = x + 5 + |x + 5|.$$

Parameter: $x_1 = \text{Knick der ersten Funktion}$ $x_2 = \text{Knick der zweiten Funktion } 0 < x_2 < x_1$ Die Gleichung lautet also: $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$ In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 5$.**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $|x + 6| = x + 5 + |x + 5|$ wird zu $\pm(x + 6) = x + 5 \pm (x + 5)$.

Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

$$\begin{aligned} +(\cdot) &= +(\cdot) & (x \geq -5) \\ +(\cdot) &= -(\cdot) & (-6 \leq x \leq -5) \\ -(\cdot) &= -(\cdot) & (x \leq -6) \\ -(\cdot) &= +(\cdot) & (x \leq -6) \text{ und } (x \geq -5) \quad (\text{dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } &+(x+6) = x+5+(x+5) \\ &\Leftrightarrow x = -4 \\ \text{2. Fall: } &+(x+6) = x+5-(x+5) \\ &\Leftrightarrow x = -6 \\ \text{3. Fall: } &-(x+6) = x+5-(x+5) \\ &\Leftrightarrow x = -6 \\ \text{4. Fall: } &-(x+6) = x+5+(x+5) \\ &\Leftrightarrow 3x = -4 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-4}{3} \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } &x = -4: \quad |-4+6| = -4+5+|-4+5| \\ &\Leftrightarrow \quad |2| = 1+|1| \\ &\Leftrightarrow \quad 2 = 2 \quad (\text{richtig}) \\ \text{2. + 3. Fall: } &x = -6: \quad |-6+6| = -6+5+|-6+5| \\ &\Leftrightarrow \quad 0 = 0 \quad (\text{richtig}) \\ \text{4. Fall: } &x = \frac{-4}{3}: \quad \left|\frac{-4}{3}+6\right| = \frac{-4}{3}+5+\left|\frac{-4}{3}+5\right| \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{2}{3} = \frac{11}{3} + \frac{11}{3} \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{2}{3} = \frac{22}{3} \quad (\text{falsch}) \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung: $x = -4$ oder $x = -6$.**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> $x = 4$ oder $x = -6$	<input checked="" type="checkbox"/> $x = -4$ oder $x = -6$	<input type="checkbox"/> $x = -6$
<input type="checkbox"/> $x = -4$ oder $x = -6$ oder $x = \frac{-4}{3}$	<input type="checkbox"/> $x = \frac{-4}{3}$	<input type="checkbox"/> $-6 \leq x \leq -4$
<input type="checkbox"/> $x \leq -6$ oder $-4 \leq x$	<input type="checkbox"/> $x \neq 0$	<input type="checkbox"/> $x = \pm 4$ oder $x = \pm 6$
<input type="checkbox"/> $x = -4$ oder $x = \pm 6$ oder $x = \frac{-4}{3}$	<input type="checkbox"/> $x = -4$	<input type="checkbox"/> $x = 0$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 4$ oder $x = -6$	RF: Vorzeichenfehler
<input checked="" type="checkbox"/> 2	$x = -4$ oder $x = -6$	richtig
<input type="checkbox"/> 3	$x = -6$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 4	$x = -4$ oder $x = -6$ oder $x = \frac{-4}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 5	$x = \frac{-4}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 6	$-6 \leq x \leq -4$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	$x \leq -6$ oder $-4 \leq x$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$x \neq 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 9	$x = \pm 4$ oder $x = \pm 6$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 10	$x = -4$ oder $x = \pm 6$ oder $x = \frac{-4}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 11	$x = -4$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 12	$x = 0$	DF: geratene Lösung

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 84 0 2004020001 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.5: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 4 > \frac{-3}{x}$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 0$. Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 4 &= \frac{-3}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 1 & && x_3 = 3 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 1, 3. Mittels Punktprobe erhalten wir $0 < x < 1$ oder $x > 3$.

Angebotene Lösungen:

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$0 < x < 1$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/> 2	$x < 1$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 0$ oder $1 < x < 3$
<input type="checkbox"/> 4	$x < 4$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/> 5	$x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 0$	<input type="checkbox"/> 6	$x < -1$ oder $x > -3$
<input type="checkbox"/> 7	$0 < x < 4$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/> 8	$4 < x < 3$	<input type="checkbox"/> 9	$x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 0$
<input type="checkbox"/> 10	\emptyset	<input type="checkbox"/> 11	$1 < x < 3$	<input type="checkbox"/> 12	$-1 < x < 0$ oder $x < -3$

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$0 < x < 1$ oder $x > 3$	richtig
<input type="checkbox"/> 2	$x < 1$ oder $x > 3$	RF: 0 als Grenze weggelassen und $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 3	$x < 0$ oder $1 < x < 3$	RF: $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 4	$x < 4$ oder $x > 3$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 5	$x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 0$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	$x < -1$ oder $x > -3$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 7	$0 < x < 4$ oder $x > 3$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 8	$4 < x < 3$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 9	$x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 0$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 11	$1 < x < 3$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 12	$-1 < x < 0$ oder $x < -3$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
keine Grundlagen Nummer: 88 0 2005020008 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.6: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$36^x - \frac{1}{2592} 6^{x+5} = 10.$$

Parameter:

x_1 = Basis der Potenz $1 < x_1 \neq x_2$
 x_2, x_3 Nullstellen $1 < x_3 < x_2$
 x_4 Summand im Exponent $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also: $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2-x_3}{x_1^4}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 5$ $x_3 = 2$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Substituieren Sie $6^x = u$. Beachten Sie dabei, dass $6^{x+1} = u \cdot 6$ und $36^x = 6^x \cdot 6^x = u^2$ ist.

Rechnung:

Wir substituieren $6^x = u$. Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 36^x - \frac{1}{2592} 6^{x+5} = 10 &\Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{2592} u \cdot 6^5 = 10 \\ \Leftrightarrow u^2 - 3u - 10 = 0 &\Leftrightarrow u = 5 \text{ oder } u = -2 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution $u = 6^x$ oder $x = \log_6(u)$. Weil 6^x nicht negativ sein kann fällt die Lösung $u = -2$ weg und die Lösung ist $x = \log_6(5)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|----------------------|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|---------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 6^5 | <input type="checkbox"/> 2 | 5^6 | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{1296}{5}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\log_6(5)$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\log_6(5)$ oder $-\log_6(2)$ | <input type="checkbox"/> 6 | 5^6 oder $(-2)^6$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\log_5(6)$ oder $-\log_2(6)$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\log_5(6)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{432}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{1}{2592} - 5$ | <input type="checkbox"/> 11 | unlösbar | <input type="checkbox"/> 12 | 6^5 oder 6^{-2} |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	6^5	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 2	5^6	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{1296}{5}$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/> 4	$\log_6(5)$	richtig
<input type="checkbox"/> 5	$\log_6(5)$ oder $-\log_6(2)$	DF: falsch logarithmiert
<input type="checkbox"/> 6	5^6 oder $(-2)^6$	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 7	$\log_5(6)$ oder $-\log_2(6)$	DF: falsch logarithmiert
<input type="checkbox"/> 8	$\log_5(6)$	DF: falsch logarithmiert
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{432}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{2592} - 5$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 11	unlösbar	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 12	6^5 oder 6^{-2}	DF: Am Ende potenziert

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 89 0 2004020006 Kl: 14G
Grad: 60 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.7: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-17}{2} + \left| \frac{x+7}{2} \right| = -|x-5|.$$

Parameter:

x_1 = Knick im negativen Bereich
 x_2 = Knick im positiven Bereich $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $\frac{x-17}{2} + \left| \frac{x+7}{2} \right| = -|x-5|$ wird zu $\frac{x-17}{2} \pm \left(\frac{x+7}{2} \right) = \mp(x-5)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = -(.)$ ($x \geq 5$) $+(.) = +(.)$ ($7 \leq x \leq 5$) $-(.) = +(.)$ ($x \leq 7$)
 $-(.) = -(.)$ ($x \leq 7$) und ($x \geq 5$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

1. Fall: $\frac{x-17}{2} + \left(\frac{x+7}{2} \right) = -(x-5)$
 $\Leftrightarrow x-5 = -x+5$
 $\Leftrightarrow 2x = 10$
 $\Leftrightarrow x = 5$
2. Fall: $\frac{x-17}{2} + \left(\frac{x+7}{2} \right) = +(x-5)$
 $\Leftrightarrow x-5 = x-5$
 $\Leftrightarrow 0 = 0$
3. Fall: $\frac{x-17}{2} - \left(\frac{x+7}{2} \right) = +(x-5)$
 $\Leftrightarrow -12 = x-5$
 $\Leftrightarrow x = -7$
4. Fall: $\frac{x-17}{2} - \left(\frac{x+7}{2} \right) = -(x-5)$
 $\Leftrightarrow -12 = -x+5$
 $\Leftrightarrow x = 17$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall: $x = 5$: $\frac{5-17}{2} + \left| \frac{5+7}{2} \right| = -|5-5|$
 $\Leftrightarrow \frac{-12}{2} + \frac{5+7}{2} = 0$ (richtig)
2. Fall: $0 = 0$: (ist immer richtig)
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall: $x = -7$: $\frac{-7-17}{2} + \left| \frac{-7+7}{2} \right| = -|-7-5|$
 $\Leftrightarrow -12 = -12$ (richtig)
4. Fall: $x = 17$: $\frac{17-17}{2} + \left| \frac{17+7}{2} \right| = -|17-5|$
 $\Leftrightarrow 12 = -12$ (falsch)

Damit ist die Lösung: $-7 \leq x \leq 5 =$ Definitionsbereich vom 2. Fall.

Angebote Lösung:

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -7$ oder $x = 5$ oder $x = 17$ | <input type="checkbox"/> 2 \emptyset | <input type="checkbox"/> 3 $x = -7$ oder $x = 5$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \leq -7$ | <input type="checkbox"/> 5 $x \leq -7$ oder $x \geq 5$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 $-7 \leq x \leq 5$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 0$ | <input type="checkbox"/> 8 $x \geq 5$ | <input type="checkbox"/> 9 $x = -7$ oder $x = 17$ |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = 5$ oder $x = 17$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = -7$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = 5$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -7$ oder $x = 5$ oder $x = 17$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 2 \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 3 $x = -7$ oder $x = 5$ | DF: 2. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \leq -7$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \leq -7$ oder $x \geq 5$ | DF: Relationsfehler |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 $-7 \leq x \leq 5$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 0$ | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt |
| <input type="checkbox"/> 8 $x \geq 5$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = -7$ oder $x = 17$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = 5$ oder $x = 17$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = -7$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = 5$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
 keine Grundlagen Nummer: 98 0 2004020007 Kl: 14G
 Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.8: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 6) = \log(64(x - 6)).$$

Parameter:

$x_1 =$ zwei Nullstellen
 $x_2 =$ dritte Nullstelle $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$ $x_2 = 6$.

Erklärung:

Fassen Sie zuerst die Logarithmusterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

Rechnung:

Wir fassen zunächst die Logarithmusterme zusammen:
 $\log x^2 + \log(x - 6) = \log(64(x - 6)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 6)) = \log(64(x - 6)).$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 6)) = (64(x - 6)) \Leftrightarrow (x^2 - 64) \cdot (x - 6) = 0, \text{ also } x = \pm 8 \text{ oder } x = 6.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 6:$	$\log 6^2 + \log(6 - 6)$	$=$	$\log(64(6 - 6))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 8:$	$\log 8^2 + \log(8 - 6)$	$=$	$\log(64(8 - 6))$	
	$\Leftrightarrow \log 64 \cdot 2$	$=$	$\log 128$	richtig.
$x = -8:$	$\log(-8)^2 + \log(-8 - 6)$	$=$	$\log(64(-8 - 6))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung $x = 8$. Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung $x = 6$ herausgefallen.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 2^8$	<input type="checkbox"/> 2	$x = -8$	<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm 8$ oder $x = 6$
<input type="checkbox"/> 4	$x = 2^8$ oder $x = 2^6$	<input checked="" type="checkbox"/> 5	$x = 8$	<input type="checkbox"/> 6	$x = 64$ oder $x = 6$
<input type="checkbox"/> 7	$x = \log 6$	<input type="checkbox"/> 8	$x = 6$	<input type="checkbox"/> 9	$x = 2^6$
<input type="checkbox"/> 10	$x = \pm 8$	<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 64$	<input type="checkbox"/> 12	$x = \log 8$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 2^8$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 2	$x = -8$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm 8$ oder $x = 6$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 4	$x = 2^8$ oder $x = 2^6$	DF: am Ende potenziert
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$x = 8$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$x = 64$ oder $x = 6$	DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 7	$x = \log 6$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 8	$x = 6$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 9	$x = 2^6$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 10	$x = \pm 8$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 64$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 12	$x = \log 8$	DF: am Ende logarithmiert

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>