

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größergleich Grundlagen Nummer: 16 0 2004020002 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.1: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-8}{x-6}.$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 6$ Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-8}{x-6} && | \cdot x - 6 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 2 &&& x_3 = 4 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 2, 4, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir $2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$. Beachten Sie, dass 6 nicht im Definitionsbereich ist.

Angebotene Lösungen:

| | | | | | |
|---------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 2 | $2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$ | <input type="checkbox"/> 2 | $6 < x < 8$ | <input type="checkbox"/> 3 | $2 \leq x \leq 4$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $6 \leq x \leq 8$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x \leq 2$ oder $x \geq 4$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x < 2$ oder $4 < x < 6$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $6 < x \leq 8$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x < 2$ oder $x < 4$ oder $x < 6$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x > -4$ oder $-2 < x < 6$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | \emptyset | <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-4 \leq x \leq -2$ oder $x > 6$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> 2 | $2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 2 | $6 < x < 8$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $2 \leq x \leq 4$ | DF: 6 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $6 \leq x \leq 8$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x \leq 2$ oder $x \geq 4$ | DF: 6 als Grenze weggelassen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x < 2$ oder $4 < x < 6$ | RF: $<$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 | $6 < x \leq 8$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x < 2$ oder $x < 4$ oder $x < 6$ | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x > -4$ oder $-2 < x < 6$ | RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 10 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$ | RF: \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-4 \leq x \leq -2$ oder $x > 6$ | RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen |

Aufgabe 2.1.2: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 9.5| = |x + 23|.$$

Parameter:

x_1 = erste Lösung

x_2 = zweite Lösung $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also: $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9.5$ $x_2 = 23$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe \pm (Ausdruck) statt $|$ Ausdruck $|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $2 \cdot |x + 9.5| = |x + 23|$ wird zu $\pm 2 \cdot (x + 9.5) = \pm(x + 23)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = +(.)$, $+(.) = -(.)$, $-(.) = +(.)$ und $-(.) = -(.)$, wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall):} \quad & +2 \cdot (x + 9.5) = +(x + 23) \\ & \Leftrightarrow 2x + 19 = x + 23 \\ & \Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall):} \quad & +2 \cdot (x + 9.5) = -(x + 23) \\ & \Leftrightarrow 2x + 19 = -x - 23 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-42}{3} = -14 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes: $2 \cdot |4 + 9.5| = |4 + 23|$ (richtig) und $2 \cdot |-14 + 9.5| = |-14 + 23|$ (auch richtig).

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 \emptyset | <input type="checkbox"/> 2 9.5 oder 23 | <input type="checkbox"/> 3 4 | <input type="checkbox"/> 4 -14 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 4 oder -14 | <input type="checkbox"/> 6 ± 9.5 oder ± 23 | <input type="checkbox"/> 7 $\pm(4)$ oder $\pm(14)$ | <input type="checkbox"/> 8 -4 |
| <input type="checkbox"/> 9 14 | <input type="checkbox"/> 10 -14 oder 14 | <input type="checkbox"/> 11 -4 oder 14 | <input type="checkbox"/> 12 4 oder -4 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 2 9.5 oder 23 | DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben |
| <input type="checkbox"/> 3 4 | DF: Fall 2,3 vergessen |
| <input type="checkbox"/> 4 -14 | DF: Fall 1,4 vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 4 oder -14 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 ± 9.5 oder ± 23 | DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und \pm davor geschrieben |
| <input type="checkbox"/> 7 $\pm(4)$ oder $\pm(14)$ | DF: \pm vor beide Lösungen geschrieben |
| <input type="checkbox"/> 8 -4 | DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen |
| <input type="checkbox"/> 9 14 | DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 -14 oder 14 | DF: \pm vor die zweite Lösung geschrieben |
| <input type="checkbox"/> 11 -4 oder 14 | DF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 12 4 oder -4 | DF: \pm vor die erste Lösung geschrieben |

Aufgabe 2.1.3: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|.$$

Parameter:

x_1 = Knick im negativen Bereich

x_2 = Knick im positiven Bereich $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|$ wird zu $\frac{x-10}{2} \pm \left(\frac{x+4}{2} \right) = \mp(x-3)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = -(.)$ ($x \geq 3$) $+(.) = +(.)$ ($4 \leq x \leq 3$) $-(.) = +(.)$ ($x \leq 4$) $-(.) = -(.)$ ($x \leq 4$) und ($x \geq 3$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } \frac{x-10}{2} + \left(\frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall: } \frac{x-10}{2} + \left(\frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= x-3 \\ \Leftrightarrow 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. Fall: } \frac{x-10}{2} - \left(\frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= x-3 \\ \Leftrightarrow x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. Fall: } \frac{x-10}{2} - \left(\frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow x &= 10 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } x=3: \quad \frac{3-10}{2} + \left| \frac{3+4}{2} \right| &= -|3-3| \\ \Leftrightarrow \frac{-7}{2} + \frac{3+4}{2} &= 0 \quad (\text{richtig}) \end{aligned}$$

2. Fall: $0=0$: (ist immer richtig)
Damit ist die Lösung der Definitionsbereich

$$\begin{aligned} \text{3. Fall: } x=-4: \quad \frac{-4-10}{2} + \left| \frac{-4+4}{2} \right| &= -|-4-3| \\ \Leftrightarrow -7 &= -7 \quad (\text{richtig}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. Fall: } x=10: \quad \frac{10-10}{2} + \left| \frac{10+4}{2} \right| &= -|10-3| \\ \Leftrightarrow 7 &= -7 \quad (\text{falsch}) \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung: $-4 \leq x \leq 3$ = Definitionsbereich vom 2. Fall.

Angebotene Lösungen:

| | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------|---------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | \emptyset | <input type="checkbox"/> 2 | $x \leq -4$ oder $x \geq 3$ | <input type="checkbox"/> 3 | $x = 0$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = -4$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x = 3$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x = -4$ oder $x = 10$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = -4$ oder $x = 3$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $-4 \leq x \leq 3$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x \geq 3$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 3$ oder $x = 10$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq -4$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x \leq -4$ oder $x \geq 3$ | DF: Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x = 0$ | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = -4$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x = 3$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x = -4$ oder $x = 10$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = -4$ oder $x = 3$ | DF: 2. Fall falsch interpretiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $-4 \leq x \leq 3$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x \geq 3$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 3$ oder $x = 10$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq -4$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 12 | $x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
keine Grundlagen Nummer: 38 0 2004020007 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.4: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 2) = \log(25(x - 2)).$$

Parameter:

x_1 = zwei Nullstellen
 x_2 = dritte Nullstelle $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 2$.

Erklärung:

Fassen Sie zuerst die Logarithmsterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

Rechnung:

Wir fassen zunächst die Logarithmsterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 2) = \log(25(x - 2)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 2)) = \log(25(x - 2)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 2)) = (25(x - 2)) \Leftrightarrow (x^2 - 25) \cdot (x - 2) = 0, \text{ also } x = \pm 5 \text{ oder } x = 2.$$

Die Probe ergibt folgendes:

| | | | |
|-----------|-----------------------------------|----------------------|--|
| $x = 2:$ | $\log 2^2 + \log(2 - 2)$ | $= \log(25(2 - 2))$ | keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist. |
| $x = 5:$ | $\log 5^2 + \log(5 - 2)$ | $= \log(25(5 - 2))$ | |
| | $\Leftrightarrow \log 25 \cdot 3$ | $= \log 75$ | richtig. |
| $x = -5:$ | $\log(-5)^2 + \log(-5 - 2)$ | $= \log(25(-5 - 2))$ | keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist. |

Damit ist die Lösung $x = 5$. Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung $x = 2$ herausgefallen.

Angebotene Lösungen:

| | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------|---------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = \log 5$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x = 2$ | <input type="checkbox"/> 3 | $x = -5$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = \pm 5$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x = 2^5$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x = \log 5$ oder $x = \log 2$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = \log 2$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x = \log 25$ oder $x = \log 2$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x = \pm 5$ oder $x = 2$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 25$ oder $x = 2$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $x = 5$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x = 25$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = \log 5$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x = 2$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x = -5$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = \pm 5$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x = 2^5$ | DF: am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x = \log 5$ oder $x = \log 2$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = \log 2$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x = \log 25$ oder $x = \log 2$ | DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x = \pm 5$ oder $x = 2$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 25$ oder $x = 2$ | DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $x = 5$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | $x = 25$ | DF: Wurzel nicht gezogen |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 80 0 2004020003 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.5: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 9) \cdot (x - 5)^2 > 0.$$

Parameter:

$x_1 =$ erste Grenze (> 0)
 $x_2 =$ zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung: $(x^2 - 9) \cdot (x - 5)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 5$ oder $x = \pm 3$.
 Mittels Punktprobe erhalten wir $x < -3$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$.
 Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu $x < -3$ oder $(x > 3$ und $x \neq 5)$.

Angebotene Lösungen:

| | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -3$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x < -3$ oder $3 < x < 5$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x < -5$ oder $-5 < x < -3$ oder $3 < x$ | <input type="checkbox"/> 4 | $x > 3$ oder $x > 5$ oder $x > -3$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-5 < x < 3$ oder $3 < x < 5$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-5 < x < 3$ oder $3 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-5 < x < 5$ oder $5 < x < 9$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-9 < x < 5$ oder $5 < x < 9$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | \emptyset | <input type="checkbox"/> 10 | $x < -5$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-3 < x < 3$ oder $5 < x$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-5 < x < 3$ oder $5 < x$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|-------------------------------------|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> | $x < -3$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> | $x < -3$ oder $3 < x < 5$ | DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> | $x < -5$ oder $-5 < x < -3$ oder $3 < x$ | DF: VZ falsch |
| <input type="checkbox"/> | $x > 3$ oder $x > 5$ oder $x > -3$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> | $-5 < x < 3$ oder $3 < x < 5$ | DF: Bereiche falsch und 3 und 5 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> | $-5 < x < 3$ oder $3 < x$ | DF: Bereiche falsch und 3 und 5 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> | $-5 < x < 5$ oder $5 < x < 9$ | DF: Bereiche falsch und 3 und 5 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> | $-9 < x < 5$ oder $5 < x < 9$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> | $x < -5$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$ | DF: 3 und 5 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> | $-3 < x < 3$ oder $5 < x$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> | $-5 < x < 3$ oder $5 < x$ | DF: Bereiche falsch |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 81 0 2004020001 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.6: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 4 > \frac{-3}{x}$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 0$. Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 4 &= \frac{-3}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 1 & && x_3 = 3 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 1, 3. Mittels Punktprobe erhalten wir $0 < x < 1$ oder $x > 3$.

Angebotene Lösungen:

| | | | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | $x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 0$ | <input type="checkbox"/> | $4 < x < 3$ | <input type="checkbox"/> | $x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 0$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | $0 < x < 1$ oder $x > 3$ | <input type="checkbox"/> | $x < 1$ oder $x > 3$ | <input type="checkbox"/> | $x < -1$ oder $-3 < x < 0$ |
| <input type="checkbox"/> | $x < 0$ oder $1 < x < 3$ | <input type="checkbox"/> | $x < -1$ oder $x > -3$ | <input type="checkbox"/> | $1 < x < 3$ |
| <input type="checkbox"/> | $x < 4$ oder $x > 3$ | <input type="checkbox"/> | $-1 < x < -3$ | <input type="checkbox"/> | $0 < x$ oder $4 < x < 3$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 0$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 | $4 < x < 3$ | DF: Ag nur abgeschrieben |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 0$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $0 < x < 1$ oder $x > 3$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x < 1$ oder $x > 3$ | RF: 0 als Grenze weggelassen und < gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x < -1$ oder $-3 < x < 0$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und < gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x < 0$ oder $1 < x < 3$ | RF: < gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x < -1$ oder $x > -3$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $1 < x < 3$ | RF: 0 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x < 4$ oder $x > 3$ | DF: Ag nur abgeschrieben |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-1 < x < -3$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 12 | $0 < x$ oder $4 < x < 3$ | DF: Ag nur abgeschrieben |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 93 0 2004020005 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.7: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 3| = x + 2 + |x + 2|.$$

Parameter:

x_1 = Knick der ersten Funktion
 x_2 = Knick der zweiten Funktion $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 2$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe \pm (Ausdruck) statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $|x + 3| = x + 2 + |x + 2|$ wird zu $\pm(x + 3) = x + 2 \pm (x + 2)$.
Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

$$\begin{aligned} +(\cdot) &= +(\cdot) && (x \geq -2) \\ +(\cdot) &= -(\cdot) && (-3 \leq x \leq -2) \\ -(\cdot) &= -(\cdot) && (x \leq -3) \\ -(\cdot) &= +(\cdot) && (x \leq -3) \text{ und } (x \geq -2) \quad (\text{dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } &+(x + 3) = x + 2 + (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = -1 \\ \text{2. Fall: } &+(x + 3) = x + 2 - (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = -3 \\ \text{3. Fall: } &-(x + 3) = x + 2 - (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = -3 \\ \text{4. Fall: } &-(x + 3) = x + 2 + (x + 2) \\ &\Leftrightarrow 3x = -1 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ Fall: } x = -1: & \quad |-1+3| = -1+2+|-1+2| \\
 \Leftrightarrow & \quad |2| = 1+|1| \\
 \Leftrightarrow & \quad 2 = 2 \qquad \qquad \qquad \text{(richtig)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. + 3. \text{ Fall: } x = -3: & \quad |-3+3| = -3+2+|-3+2| \\
 \Leftrightarrow & \quad 0 = 0 \qquad \qquad \qquad \text{(richtig)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \text{ Fall: } x = \frac{-1}{3}: & \quad \left| \frac{-1}{3} + 3 \right| = \frac{-1}{3} + 2 + \left| \frac{-1}{3} + 2 \right| \\
 \Leftrightarrow & \quad \frac{2}{3} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} \\
 \Leftrightarrow & \quad \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \qquad \qquad \qquad \text{(falsch)}
 \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung: $x = -1$ oder $x = -3$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|------------------------|-----------------------------|----------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = -1$ oder $x = \pm 3$ oder $x = \frac{-1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x = -3$ | <input type="checkbox"/> 3 | \emptyset |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = -1$ oder $x = \pm 3$ | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $x = -1$ oder $x = -3$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x = 0$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = -1$ oder $x = -3$ oder $x = \frac{-1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x = 1$ oder $x = -3$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x = 1$ oder $x = 3$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = -1$ oder $x = 3$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x = \frac{-1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x = 2$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|---------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = -1$ oder $x = \pm 3$ oder $x = \frac{-1}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x = -3$ | DF: eine Lösung vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = -1$ oder $x = \pm 3$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $x = -1$ oder $x = -3$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x = 0$ | DF: geratene Lösung |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = -1$ oder $x = -3$ oder $x = \frac{-1}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x = 1$ oder $x = -3$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x = 1$ oder $x = 3$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = -1$ oder $x = 3$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x = \frac{-1}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 12 | $x = 2$ | DF: geratene Lösung |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
keine Grundlagen Nummer: 109 0 2005020008 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.8: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$36^x - \frac{1}{432} 6^{x+4} = 28.$$

Parameter:

- $x_1 =$ Basis der Potenz $1 < x_1 \neq x_2$
- x_2, x_3 Nullstellen $1 < x_3 < x_2$
- x_4 Summand im Exponent $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also: $\{x_1^2\}^x - \left\{ \frac{x_2 - x_3}{x_1^{x_4}} \right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 7$ $x_3 = 4$ $x_4 = 4$.

Erklärung:

Substituieren Sie $6^x = u$. Beachten Sie dabei, dass $6^{x+1} = u \cdot 6$ und $36^x = 6^x \cdot 6^x = u^2$ ist.

Rechnung:

Wir substituieren $6^x = u$. Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 36^x - \frac{1}{432} 6^{x+4} &= 28 \Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{432} u \cdot 6^4 = 28 \\
 \Leftrightarrow u^2 - 3u - 28 &= 0 \Leftrightarrow u = 7 \text{ oder } u = -4
 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution $u = 6^x$ oder $x = \log_6(u)$. Weil 6^x nicht negativ sein kann fällt die Lösung $u = -4$ weg und die Lösung ist $x = \log_6(7)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\log_7(6)$ oder $-\log_4(6)$ | <input type="checkbox"/> 2 | 12096 | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{1}{432} - 4$ | <input type="checkbox"/> 4 | 7^6 oder $(-4)^6$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\log_6(7)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\log_6(7)$ oder $-\log_6(4)$ | <input type="checkbox"/> 7 | 6^7 oder 6^{-4} | <input type="checkbox"/> 8 | $\log_7(6)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | 6^7 | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{108}{7}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{1}{72}$ | <input type="checkbox"/> 12 | 7^6 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\log_7(6)$ oder $-\log_4(6)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 2 | 12096 | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{1}{432} - 4$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 | 7^6 oder $(-4)^6$ | DF: Am Ende potenziert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\log_6(7)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\log_6(7)$ oder $-\log_6(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 7 | 6^7 oder 6^{-4} | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\log_7(6)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 9 | 6^7 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{108}{7}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{1}{72}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 | 7^6 | DF: Am Ende potenziert |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>