

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2**

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größergleich              Grundlagen              Nummer: 16 0 2004020002      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20      Quelle: keine      W

**Aufgabe 2.1.1:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-8}{x-6}.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze

$x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$        $x_2 = 4$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 6$  Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-8}{x-6} && | \cdot x - 6 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 2 &&& x_3 = 4 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 2, 4, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir  $2 \leq x \leq 4$  oder  $x > 6$ . Beachten Sie, dass 6 nicht im Definitionsbereich ist.

**Angebotene Lösungen:**

<input checked="" type="checkbox"/> 2	$2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 2	$6 < x < 8$	<input type="checkbox"/> 3	$2 \leq x \leq 4$
<input type="checkbox"/> 4	$6 \leq x \leq 8$	<input type="checkbox"/> 5	$x \leq 2$ oder $x \geq 4$	<input type="checkbox"/> 6	$x < 2$ oder $4 < x < 6$
<input type="checkbox"/> 7	$6 < x \leq 8$	<input type="checkbox"/> 8	$x < 2$ oder $x < 4$ oder $x < 6$	<input type="checkbox"/> 9	$x > -4$ oder $-2 < x < 6$
<input type="checkbox"/> 10	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 11	$x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$	<input type="checkbox"/> 12	$-4 \leq x \leq -2$ oder $x > 6$

**Fehlerinterpretation:**

<input checked="" type="checkbox"/> 2	$2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$	richtig
<input type="checkbox"/> 2	$6 < x < 8$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 3	$2 \leq x \leq 4$	DF: 6 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 4	$6 \leq x \leq 8$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 5	$x \leq 2$ oder $x \geq 4$	DF: 6 als Grenze weggelassen und $\leq$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 6	$x < 2$ oder $4 < x < 6$	RF: $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	$6 < x \leq 8$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$x < 2$ oder $x < 4$ oder $x < 6$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	$x > -4$ oder $-2 < x < 6$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und $\leq$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 10	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 11	$x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$	RF: $\leq$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 12	$-4 \leq x \leq -2$ oder $x > 6$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen

**Aufgabe 2.1.2:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 9.5| = |x + 23|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Lösung

$x_2$  = zweite Lösung  $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also:  $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 9.5$      $x_2 = 23$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm$ (Ausdruck) statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $2 \cdot |x + 9.5| = |x + 23|$  wird zu  $\pm 2 \cdot (x + 9.5) = \pm(x + 23)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(.) = +(.),$   $+(.) = -(.),$   $-(. ) = +(.)$  und  $-(. ) = -(.)$ , wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall):} \quad & +2 \cdot (x + 9.5) = +(x + 23) \\ & \Leftrightarrow 2x + 19 = x + 23 \\ & \Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall):} \quad & +2 \cdot (x + 9.5) = -(x + 23) \\ & \Leftrightarrow 2x + 19 = -x - 23 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-42}{3} = -14 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:  $2 \cdot |4 + 9.5| = |4 + 23|$  (richtig) und  $2 \cdot |-14 + 9.5| = |-14 + 23|$  (auch richtig).

**Angebotene Lösungen:**

- |   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\emptyset$              | <input type="checkbox"/> 2    9.5 oder 23          | <input type="checkbox"/> 3    4                    | <input type="checkbox"/> 4    -14        |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5    4 oder -14 | <input type="checkbox"/> 6 $\pm 9.5$ oder $\pm 23$ | <input type="checkbox"/> 7 $\pm(4)$ oder $\pm(14)$ | <input type="checkbox"/> 8    -4         |
| <input type="checkbox"/> 9    14                    | <input type="checkbox"/> 10    -14 oder 14         | <input type="checkbox"/> 11    -4 oder 14          | <input type="checkbox"/> 12    4 oder -4 |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\emptyset$              | DF: es gibt Lösungen  |
| <input type="checkbox"/> 2    9.5 oder 23           | DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben                             |
| <input type="checkbox"/> 3    4                     | DF: Fall 2,3 vergessen  |
| <input type="checkbox"/> 4    -14                   | DF: Fall 1,4 vergessen  |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5    4 oder -14 | richtig   |
| <input type="checkbox"/> 6 $\pm 9.5$ oder $\pm 23$  | DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und $\pm$ davor geschrieben |
| <input type="checkbox"/> 7 $\pm(4)$ oder $\pm(14)$  | DF: $\pm$ vor beide Lösungen geschrieben                                  |
| <input type="checkbox"/> 8    -4                    | DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen                            |
| <input type="checkbox"/> 9    14                    | DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen                            |
| <input type="checkbox"/> 10    -14 oder 14          | DF: $\pm$ vor die zweite Lösung geschrieben                               |
| <input type="checkbox"/> 11    -4 oder 14           | DF: falsches Vorzeichen   |
| <input type="checkbox"/> 12    4 oder -4            | DF: $\pm$ vor die erste Lösung geschrieben                                |

**Aufgabe 2.1.3:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick im negativen Bereich

$x_2$  = Knick im positiven Bereich  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$   $x_2 = 3$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|$  wird zu  $\frac{x-10}{2} \pm \left( \frac{x+4}{2} \right) = \mp(x-3)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(.) = -(.)$  ( $x \geq 3$ )  $+(.) = +(.)$  ( $4 \leq x \leq 3$ )  $-(.) = +(.)$  ( $x \leq 4$ )  $-(.) = -(.)$  ( $x \leq 4$ ) und ( $x \geq 3$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall: } \quad \frac{x-10}{2} + \left( \frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Fall: } \quad \frac{x-10}{2} + \left( \frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= x-3 \\ \Leftrightarrow 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ Fall: } \quad \frac{x-10}{2} - \left( \frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= x-3 \\ \Leftrightarrow x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{ Fall: } \quad \frac{x-10}{2} - \left( \frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow x &= 10 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall: } \quad x = 3: \quad \frac{3-10}{2} + \left| \frac{3+4}{2} \right| &= -|3-3| \\ \Leftrightarrow \frac{-7}{2} + \frac{3+4}{2} &= 0 \quad (\text{richtig}) \end{aligned}$$

2. Fall:  $0 = 0$ : (ist immer richtig)  
Damit ist die Lösung der Definitionsbereich

$$\begin{aligned} 3. \text{ Fall: } \quad x = -4: \quad \frac{-4-10}{2} + \left| \frac{-4+4}{2} \right| &= -|-4-3| \\ \Leftrightarrow -7 &= -7 \quad (\text{richtig}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{ Fall: } \quad x = 10: \quad \frac{10-10}{2} + \left| \frac{10+4}{2} \right| &= -|10-3| \\ \Leftrightarrow 7 &= -7 \quad (\text{falsch}) \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung:  $-4 \leq x \leq 3$  = Definitionsbereich vom 2. Fall.

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1 $\emptyset$	<input type="checkbox"/> 2 $x \leq -4$ oder $x \geq 3$	<input type="checkbox"/> 3 $x = 0$
<input type="checkbox"/> 4 $x = -4$	<input type="checkbox"/> 5 $x = 3$	<input type="checkbox"/> 6 $x = -4$ oder $x = 10$
<input type="checkbox"/> 7 $x = -4$ oder $x = 3$	<input checked="" type="checkbox"/> 8 $-4 \leq x \leq 3$	<input type="checkbox"/> 9 $x \geq 3$
<input type="checkbox"/> 10 $x = 3$ oder $x = 10$	<input type="checkbox"/> 11 $x \leq -4$	<input type="checkbox"/> 12 $x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1 $\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 2 $x \leq -4$ oder $x \geq 3$	DF: Relationsfehler
<input type="checkbox"/> 3 $x = 0$	DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt
<input type="checkbox"/> 4 $x = -4$	DF: 1 + 2. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 5 $x = 3$	DF: 3 + 2. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 6 $x = -4$ oder $x = 10$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 7 $x = -4$ oder $x = 3$	DF: 2. Fall falsch interpretiert
<input checked="" type="checkbox"/> 8 $-4 \leq x \leq 3$	richtig
<input type="checkbox"/> 9 $x \geq 3$	DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler
<input type="checkbox"/> 10 $x = 3$ oder $x = 10$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 11 $x \leq -4$	DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler
<input type="checkbox"/> 12 $x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 38 0 2004020007                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.4:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 2) = \log(25(x - 2)).$$

**Parameter:**

$x_1$  = zwei Nullstellen  
 $x_2$  = dritte Nullstelle  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$      $x_2 = 2$ .

**Erklärung:**

Fassen Sie zuerst die Logarithmsterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

**Rechnung:**

Wir fassen zunächst die Logarithmsterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 2) = \log(25(x - 2)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 2)) = \log(25(x - 2)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 2)) = (25(x - 2)) \Leftrightarrow (x^2 - 25) \cdot (x - 2) = 0, \text{ also } x = \pm 5 \text{ oder } x = 2.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 2:$	$\log 2^2 + \log(2 - 2)$	$=$	$\log(25(2 - 2))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 5:$	$\log 5^2 + \log(5 - 2)$	$=$	$\log(25(5 - 2))$	
	$\Leftrightarrow \log 25 \cdot 3$	$=$	$\log 75$	richtig.
$x = -5:$	$\log(-5)^2 + \log(-5 - 2)$	$=$	$\log(25(-5 - 2))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung  $x = 5$ . Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung  $x = 2$  herausgefallen.

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = \log 5$	<input type="checkbox"/> 2	$x = 2$	<input type="checkbox"/> 3	$x = -5$
<input type="checkbox"/> 4	$x = \pm 5$	<input type="checkbox"/> 5	$x = 2^5$	<input type="checkbox"/> 6	$x = \log 5$ oder $x = \log 2$
<input type="checkbox"/> 7	$x = \log 2$	<input type="checkbox"/> 8	$x = \log 25$ oder $x = \log 2$	<input type="checkbox"/> 9	$x = \pm 5$ oder $x = 2$
<input type="checkbox"/> 10	$x = 25$ oder $x = 2$	<input checked="" type="checkbox"/> X	$x = 5$	<input type="checkbox"/> 12	$x = 25$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = \log 5$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 2	$x = 2$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 3	$x = -5$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 4	$x = \pm 5$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 5	$x = 2^5$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 6	$x = \log 5$ oder $x = \log 2$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 7	$x = \log 2$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 8	$x = \log 25$ oder $x = \log 2$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 9	$x = \pm 5$ oder $x = 2$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 10	$x = 25$ oder $x = 2$	DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen
<input checked="" type="checkbox"/> X	$x = 5$	richtig
<input type="checkbox"/> 12	$x = 25$	DF: Wurzel nicht gezogen

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 80 0 2004020003                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.5:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 9) \cdot (x - 5)^2 > 0.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  erste Grenze ( $> 0$ )  
 $x_2 =$  zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$        $x_2 = 5$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:  $(x^2 - 9) \cdot (x - 5)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 5$  oder  $x = \pm 3$ .  
 Mittels Punktprobe erhalten wir  $x < -3$  oder  $3 < x < 5$  oder  $5 < x$ .  
 Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu  $x < -3$  oder  $(x > 3$  und  $x \neq 5)$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input checked="" type="checkbox"/> X	$x < -3$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$	<input type="checkbox"/> 2	$x < -3$ oder $3 < x < 5$
<input type="checkbox"/> 3	$x < -5$ oder $-5 < x < -3$ oder $3 < x$	<input type="checkbox"/> 4	$x > 3$ oder $x > 5$ oder $x > -3$
<input type="checkbox"/> 5	$-5 < x < 3$ oder $3 < x < 5$	<input type="checkbox"/> 6	$-5 < x < 3$ oder $3 < x$
<input type="checkbox"/> 7	$-5 < x < 5$ oder $5 < x < 9$	<input type="checkbox"/> 8	$-9 < x < 5$ oder $5 < x < 9$
<input type="checkbox"/> 9	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 10	$x < -5$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$
<input type="checkbox"/> 11	$-3 < x < 3$ oder $5 < x$	<input type="checkbox"/> 12	$-5 < x < 3$ oder $5 < x$

**Fehlerinterpretation:**

<input checked="" type="checkbox"/>	$x < -3$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$	richtig
<input type="checkbox"/>	$x < -3$ oder $3 < x < 5$	DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt
<input type="checkbox"/>	$x < -5$ oder $-5 < x < -3$ oder $3 < x$	DF: VZ falsch
<input type="checkbox"/>	$x > 3$ oder $x > 5$ oder $x > -3$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$-5 < x < 3$ oder $3 < x < 5$	DF: Bereiche falsch und 3 und 5 vertauscht
<input type="checkbox"/>	$-5 < x < 3$ oder $3 < x$	DF: Bereiche falsch und 3 und 5 vertauscht
<input type="checkbox"/>	$-5 < x < 5$ oder $5 < x < 9$	DF: Bereiche falsch und 3 und 5 vertauscht
<input type="checkbox"/>	$-9 < x < 5$ oder $5 < x < 9$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/>	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/>	$x < -5$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$	DF: 3 und 5 vertauscht
<input type="checkbox"/>	$-3 < x < 3$ oder $5 < x$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/>	$-5 < x < 3$ oder $5 < x$	DF: Bereiche falsch

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 81 0 2004020001                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.6:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 4 > \frac{-3}{x}$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze

$x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 1$      $x_2 = 3$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 0$ . Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 4 &= \frac{-3}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 1 & && x_3 = 3 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 1, 3. Mittels Punktprobe erhalten wir  $0 < x < 1$  oder  $x > 3$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/>	$x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 0$	<input type="checkbox"/>	$4 < x < 3$	<input type="checkbox"/>	$x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 0$
<input checked="" type="checkbox"/>	$0 < x < 1$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/>	$x < 1$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/>	$x < -1$ oder $-3 < x < 0$
<input type="checkbox"/>	$x < 0$ oder $1 < x < 3$	<input type="checkbox"/>	$x < -1$ oder $x > -3$	<input type="checkbox"/>	$1 < x < 3$
<input type="checkbox"/>	$x < 4$ oder $x > 3$	<input type="checkbox"/>	$-1 < x < -3$	<input type="checkbox"/>	$0 < x$ oder $4 < x < 3$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$4 < x < 3$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 3	$x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 4	$0 < x < 1$ oder $x > 3$	richtig
<input type="checkbox"/> 5	$x < 1$ oder $x > 3$	RF: 0 als Grenze weggelassen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 6	$x < -1$ oder $-3 < x < 0$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	$x < 0$ oder $1 < x < 3$	RF: < gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$x < -1$ oder $x > -3$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 9	$1 < x < 3$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 10	$x < 4$ oder $x > 3$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 11	$-1 < x < -3$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 12	$0 < x$ oder $4 < x < 3$	DF: Ag nur abgeschrieben

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                              Grundlagen                      Nummer: 93 0 2004020005                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.7:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 3| = x + 2 + |x + 2|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick der ersten Funktion  
 $x_2$  = Knick der zweiten Funktion  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$      $x_2 = 2$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $|x + 3| = x + 2 + |x + 2|$  wird zu  $\pm(x + 3) = x + 2 \pm (x + 2)$ .

Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

$$\begin{aligned} +(\cdot) &= +(\cdot) & (x \geq -2) \\ +(\cdot) &= -(\cdot) & (-3 \leq x \leq -2) \\ -(\cdot) &= -(\cdot) & (x \leq -3) \\ -(\cdot) &= +(\cdot) & (x \leq -3) \text{ und } (x \geq -2) \quad (\text{dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } &+(x + 3) = x + 2 + (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = -1 \\ \text{2. Fall: } &+(x + 3) = x + 2 - (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = -3 \\ \text{3. Fall: } &-(x + 3) = x + 2 - (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = -3 \\ \text{4. Fall: } &-(x + 3) = x + 2 + (x + 2) \\ &\Leftrightarrow 3x = -1 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ Fall: } x = -1: & \quad |-1+3| = -1+2+|-1+2| \\
 \Leftrightarrow & \quad |2| = 1+|1| \\
 \Leftrightarrow & \quad 2 = 2 \qquad \qquad \qquad \text{(richtig)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. + 3. \text{ Fall: } x = -3: & \quad |-3+3| = -3+2+|-3+2| \\
 \Leftrightarrow & \quad 0 = 0 \qquad \qquad \qquad \text{(richtig)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \text{ Fall: } x = \frac{-1}{3}: & \quad \left| \frac{-1}{3} + 3 \right| = \frac{-1}{3} + 2 + \left| \frac{-1}{3} + 2 \right| \\
 \Leftrightarrow & \quad \frac{2}{3} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} \\
 \Leftrightarrow & \quad \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \qquad \qquad \qquad \text{(falsch)}
 \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung:  $x = -1$  oder  $x = -3$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                             |   |                                       |                        |                             |                      |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|------------------------|-----------------------------|----------------------|
| <input type="checkbox"/> 1  | $x = -1$ oder $x = \pm 3$ oder $x = \frac{-1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2            | $x = -3$               | <input type="checkbox"/> 3  | $\emptyset$          |
| <input type="checkbox"/> 4  | $x = -1$ oder $x = \pm 3$                         | <input checked="" type="checkbox"/> X | $x = -1$ oder $x = -3$ | <input type="checkbox"/> 6  | $x = 0$              |
| <input type="checkbox"/> 7  | $x = -1$ oder $x = -3$ oder $x = \frac{-1}{3}$    | <input type="checkbox"/> 8            | $x = 1$ oder $x = -3$  | <input type="checkbox"/> 9  | $x = 1$ oder $x = 3$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = -1$ oder $x = 3$                             | <input type="checkbox"/> 11           | $x = \frac{-1}{3}$     | <input type="checkbox"/> 12 | $x = 2$              |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |   |                           |
|---------------------------------------|---|---------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x = -1$ oder $x = \pm 3$ oder $x = \frac{-1}{3}$ | DF: Probe vergessen       |
| <input type="checkbox"/> 2            | $x = -3$  | DF: eine Lösung vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3            | $\emptyset$                                       | DF: es gibt Lösungen      |
| <input type="checkbox"/> 4            | $x = -1$ oder $x = \pm 3$                         | RF: Vorzeichenfehler      |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $x = -1$ oder $x = -3$                            | richtig                   |
| <input type="checkbox"/> 6            | $x = 0$   | DF: geratene Lösung       |
| <input type="checkbox"/> 7            | $x = -1$ oder $x = -3$ oder $x = \frac{-1}{3}$    | DF: Probe vergessen       |
| <input type="checkbox"/> 8            | $x = 1$ oder $x = -3$                             | RF: Vorzeichenfehler      |
| <input type="checkbox"/> 9            | $x = 1$ oder $x = 3$                              | RF: Vorzeichenfehler      |
| <input type="checkbox"/> 10           | $x = -1$ oder $x = 3$                             | RF: Vorzeichenfehler      |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x = \frac{-1}{3}$                                | DF: Probe vergessen       |
| <input type="checkbox"/> 12           | $x = 2$   | DF: geratene Lösung       |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 109 0 2005020008                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.8:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$36^x - \frac{1}{432} 6^{x+4} = 28.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  Basis der Potenz  $1 < x_1 \neq x_2$   
 $x_2, x_3$  Nullstellen  $1 < x_3 < x_2$   
 $x_4$  Summand im Exponent  $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also:  $\{x_1^2\}^x - \left\{ \frac{x_2 - x_3}{x_1^{x_4}} \right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 6$      $x_2 = 7$      $x_3 = 4$      $x_4 = 4$ .

**Erklärung:**

Substituieren Sie  $6^x = u$ . Beachten Sie dabei, dass  $6^{x+1} = u \cdot 6$  und  $36^x = 6^x \cdot 6^x = u^2$  ist.

**Rechnung:**

Wir substituieren  $6^x = u$ . Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 36^x - \frac{1}{432} 6^{x+4} &= 28 \Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{432} u \cdot 6^4 = 28 \\
 \Leftrightarrow u^2 - 3u - 28 &= 0 \Leftrightarrow u = 7 \text{ oder } u = -4
 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution  $u = 6^x$  oder  $x = \log_6(u)$ . Weil  $6^x$  nicht negativ sein kann fällt die Lösung  $u = -4$  weg und die Lösung ist  $x = \log_6(7)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                                     |                               |                             |                               |                             |                     |                             |                     |
|-------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------|
| <input type="checkbox"/> 1          | $\log_7(6)$ oder $-\log_4(6)$ | <input type="checkbox"/> 2  | 12096                         | <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{1}{432} - 4$ | <input type="checkbox"/> 4  | $7^6$ oder $(-4)^6$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | $\log_6(7)$                   | <input type="checkbox"/> 6  | $\log_6(7)$ oder $-\log_6(4)$ | <input type="checkbox"/> 7  | $6^7$ oder $6^{-4}$ | <input type="checkbox"/> 8  | $\log_7(6)$         |
| <input type="checkbox"/> 9          | $6^7$                         | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{108}{7}$               | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{1}{72}$      | <input type="checkbox"/> 12 | $7^6$               |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                     |                               |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1          | $\log_7(6)$ oder $-\log_4(6)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 2          | 12096                         | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 3          | $\frac{1}{432} - 4$           | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 4          | $7^6$ oder $(-4)^6$           | DF: Am Ende potenziert   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | $\log_6(7)$                   | richtig                  |
| <input type="checkbox"/> 6          | $\log_6(7)$ oder $-\log_6(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 7          | $6^7$ oder $6^{-4}$           | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 8          | $\log_7(6)$                   | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 9          | $6^7$                         | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 10         | $\frac{108}{7}$               | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 11         | $\frac{1}{72}$                | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 12         | $7^6$                         | DF: Am Ende potenziert   |

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>