

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2

| | | | |
|----------|------------|------------------------|---------------|
| MV 04 | Blatt 02 | Kapitel 2.4 | Ungleichungen |
| größer | Grundlagen | Nummer: 2 0 2004020003 | Kl: 14G |
| Grad: 20 | Zeit: 20 | Quelle: keine | W |

Aufgabe 2.1.1: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 1) \cdot (x - 5)^2 > 0.$$

Parameter:

$x_1 =$ erste Grenze (> 0)

$x_2 =$ zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung: $(x^2 - 1) \cdot (x - 5)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 5$ oder $x = \pm 1$.

Mittels Punktprobe erhalten wir $x < -1$ oder $1 < x < 5$ oder $5 < x$.

Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu $x < -1$ oder $(x > 1$ und $x \neq 5)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-5 < x < -1$ oder $1 < x$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -5$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x < 1$ oder $x < 5$ oder $x < -1$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-1 < x < 5$ oder $5 < x < 1$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | \emptyset | <input type="checkbox"/> 6 | $-5 < x < 1$ oder $5 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-1 < x < 1$ oder $1 < x < 5$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ oder $5 < x$ | <input type="checkbox"/> 10 | $x < -5$ oder $-5 < x < -1$ oder $1 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-1 < x < 5$ oder $1 < x$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-5 < x < 1$ oder $1 < x < 5$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-5 < x < -1$ oder $1 < x$ | DF: VZ falsch und Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > -5$ | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x < 1$ oder $x < 5$ oder $x < -1$ | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-1 < x < 5$ oder $5 < x < 1$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 5 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-5 < x < 1$ oder $5 < x$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ | DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 8 | $-1 < x < 1$ oder $1 < x < 5$ | DF: Bereiche falsch |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $x < -1$ oder $1 < x < 5$ oder $5 < x$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x < -5$ oder $-5 < x < -1$ oder $1 < x$ | DF: VZ falsch |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-1 < x < 5$ oder $1 < x$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-5 < x < 1$ oder $1 < x < 5$ | DF: Bereiche falsch und 1 und 5 vertauscht |

| | | | |
|----------|------------|-------------------------|-------------|
| MV 04 | Blatt 02 | Kapitel 2.5 | Logarithmen |
| keine | Grundlagen | Nummer: 32 0 2004020007 | Kl: 14G |
| Grad: 30 | Zeit: 30 | Quelle: keine | W |

Aufgabe 2.1.2: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 7) = \log(121(x - 7)).$$

Parameter:

x_1 = zwei Nullstellen

x_2 = dritte Nullstelle $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 11$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Fassen Sie zuerst die Logarithmusterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

Rechnung:

Wir fassen zunächst die Logarithmusterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 7) = \log(121(x - 7)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 7)) = \log(121(x - 7)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 7)) = (121(x - 7)) \Leftrightarrow (x^2 - 121) \cdot (x - 7) = 0, \text{ also } x = \pm 11 \text{ oder } x = 7.$$

Die Probe ergibt folgendes:

| | | | |
|------------|------------------------------------|------------------------|--|
| $x = 7:$ | $\log 7^2 + \log(7 - 7)$ | $= \log(121(7 - 7))$ | keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist. |
| $x = 11:$ | $\log 11^2 + \log(11 - 7)$ | $= \log(121(11 - 7))$ | |
| | $\Leftrightarrow \log 121 \cdot 4$ | $= \log 484$ | richtig. |
| $x = -11:$ | $\log(-11)^2 + \log(-11 - 7)$ | $= \log(121(-11 - 7))$ | keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist. |

Damit ist die Lösung $x = 11$. Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung $x = 7$ herausgefallen.

Angeborene Lösungen:

| | | | | | |
|-----------------------------|---------------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = \log 121$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x = \pm 11$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $x = 11$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = 121$ oder $x = 7$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x = \log 11$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x = \log 121$ oder $x = \log 7$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = \log 11$ oder $x = \log 7$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x = 121$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x = -11$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 2^{11}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x = \pm 11$ oder $x = 7$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x = 2^7$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = \log 121$ | DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x = \pm 11$ | DF: Probe vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $x = 11$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = 121$ oder $x = 7$ | DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x = \log 11$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x = \log 121$ oder $x = \log 7$ | DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = \log 11$ oder $x = \log 7$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x = 121$ | DF: Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x = -11$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 2^{11}$ | DF: am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x = \pm 11$ oder $x = 7$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 12 | $x = 2^7$ | DF: am Ende potenziert |

| | | | |
|----------|------------|-------------------------|---------|
| MV 04 | Blatt 02 | Kapitel 2.5 | Betrag |
| keine | Grundlagen | Nummer: 38 0 2004020005 | Kl: 14G |
| Grad: 30 | Zeit: 30 | Quelle: keine | W |

Aufgabe 2.1.3: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 6| = x + 2 + |x + 2|.$$

Parameter: $x_1 = \text{Knick der ersten Funktion}$ $x_2 = \text{Knick der zweiten Funktion } 0 < x_2 < x_1$ Die Gleichung lautet also: $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$ In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 2$.**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $|x + 6| = x + 2 + |x + 2|$ wird zu $\pm(x + 6) = x + 2 \pm (x + 2)$.

Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

$$\begin{aligned} +(\cdot) &= +(\cdot) & (x \geq -2) \\ +(\cdot) &= -(\cdot) & (-6 \leq x \leq -2) \\ -(\cdot) &= -(\cdot) & (x \leq -6) \\ -(\cdot) &= +(\cdot) & (x \leq -6) \text{ und } (x \geq -2) \quad (\text{dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall: } &+(x+6) = x+2+(x+2) \\ &\Leftrightarrow x = 2 \\ 2. \text{ Fall: } &+(x+6) = x+2-(x+2) \\ &\Leftrightarrow x = -6 \\ 3. \text{ Fall: } &-(x+6) = x+2-(x+2) \\ &\Leftrightarrow x = -6 \\ 4. \text{ Fall: } &-(x+6) = x+2+(x+2) \\ &\Leftrightarrow 3x = 2 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall: } &x = 2: &|2+6| &= &2+2+|2+2| \\ &\Leftrightarrow &|8| &= &4+|4| \\ &\Leftrightarrow &8 &= &8 && \text{(richtig)} \\ 2. + 3. \text{ Fall: } &x = -6: &|-6+6| &= &-6+2+|-6+2| \\ &\Leftrightarrow &0 &= &0 && \text{(richtig)} \\ 4. \text{ Fall: } &x = \frac{2}{3}: &|\frac{2}{3}+6| &= &\frac{2}{3}+2+|\frac{2}{3}+2| \\ &\Leftrightarrow &\frac{16}{3} &= &\frac{8}{3}+\frac{8}{3} \\ &\Leftrightarrow &\frac{16}{3} &= &\frac{16}{3} && \text{(falsch)} \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung: $x = 2$ oder $x = -6$.**Angebotene Lösungen:**

| | | | | | |
|-----------------------------|---------------------------------|--|---|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-6 \leq x \leq 2$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x = 2$ oder $x = \pm 6$ oder $x = \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $x = 2$ oder $x = -6$ oder $x = \frac{2}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = -6$ oder $x = \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x = -2$ oder $x = -6$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x = -2$ oder $x = 6$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = 2$ oder $x = 6$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x = \pm 2$ oder $x = \pm 6$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x = 2$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = -6$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 | $x = 2$ oder $x = -6$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x = 2$ oder $x = \pm 6$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|--|---|---------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-6 \leq x \leq 2$ | DF: Ungleichung gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x = 2$ oder $x = \pm 6$ oder $x = \frac{2}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x = 2$ oder $x = -6$ oder $x = \frac{2}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = -6$ oder $x = \frac{2}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x = -2$ oder $x = -6$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x = -2$ oder $x = 6$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = 2$ oder $x = 6$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x = \pm 2$ oder $x = \pm 6$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x = 2$ | DF: eine Lösung vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = -6$ | DF: eine Lösung vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 | $x = 2$ oder $x = -6$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | $x = 2$ oder $x = \pm 6$ | RF: Vorzeichenfehler |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
keine Grundlagen Nummer: 41 0 2005020008 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.4: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$16^x - \frac{3}{64} 4^{x+3} = 10.$$

Parameter:

x_1 = Basis der Potenz $1 < x_1 \neq x_2$
 x_2, x_3 Nullstellen $1 < x_3 < x_2$
 x_4 Summand im Exponent $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also: $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2-x_3}{x_1^4}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 5$ $x_3 = 2$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Substituieren Sie $4^x = u$. Beachten Sie dabei, dass $4^{x+1} = u \cdot 4$ und $16^x = 4^x \cdot 4^x = x^2$ ist.

Rechnung:

Wir substituieren $4^x = u$. Damit erhalten wir:

$$16^x - \frac{3}{64} 4^{x+3} = 10 \Leftrightarrow u^2 - \frac{3}{64} u \cdot 4^3 = 10$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 3u - 10 = 0 \Leftrightarrow u = 5 \text{ oder } u = -2$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution $u = 4^x$ oder $x = \log_4(u)$. Weil 4^x nicht negativ sein kann fällt die Lösung $u = -2$ weg und die Lösung ist $x = \log_4(5)$.

Angebotene Lösungen:

| | | | | | | | |
|----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|---------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\log_5(4)$ | <input type="checkbox"/> 2 | 5^4 | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{3}{64} - 3$ | <input type="checkbox"/> 4 | unlösbar |
| <input type="checkbox"/> 5 | 5^4 oder $(-2)^4$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $\log_4(5)$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{32}{15}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{640}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\log_4(5)$ oder $-\log_4(2)$ | <input type="checkbox"/> 10 | 4^5 oder 4^{-2} | <input type="checkbox"/> 11 | $\log_5(4)$ oder $-\log_2(4)$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{3}{16}$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\log_5(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 2 | 5^4 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{3}{64} - 3$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 | unlösbar | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 | 5^4 oder $(-2)^4$ | DF: Am Ende potenziert |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $\log_4(5)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{32}{15}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{640}{3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\log_4(5)$ oder $-\log_4(2)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 10 | 4^5 oder 4^{-2} | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\log_5(4)$ oder $-\log_2(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{3}{16}$ | DF: Lösung geraten |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 66 0 2004020001 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.5: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 5 > \frac{-4}{x}$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze
 x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 0$. Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 5 &= \frac{-4}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 1 & && x_3 = 4 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 1, 4. Mittels Punktprobe erhalten wir $0 < x < 1$ oder $x > 4$.

Angebotene Lösungen:

| | | | | | |
|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-1 < x < 0$ oder $x < -4$ | <input type="checkbox"/> 2 | \emptyset | <input checked="" type="checkbox"/> X | $0 < x < 1$ oder $x > 4$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-1 < x < -4$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x < 1$ oder $x > 4$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x < -1$ oder $-4 < x < 0$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $1 < x < 4$ | <input type="checkbox"/> 8 | $0 < x$ oder $5 < x < 4$ | <input type="checkbox"/> 9 | $5 < x < 4$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $0 < x < 5$ oder $x > 4$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x < 5$ oder $x > 4$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x < 0$ oder $1 < x < 4$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-1 < x < 0$ oder $x < -4$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen |
| <input type="checkbox"/> 2 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $0 < x < 1$ oder $x > 4$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-1 < x < -4$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x < 1$ oder $x > 4$ | RF: 0 als Grenze weggelassen und $<$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x < -1$ oder $-4 < x < 0$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und $<$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 | $1 < x < 4$ | RF: 0 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $0 < x$ oder $5 < x < 4$ | DF: Ag nur beschrieben |
| <input type="checkbox"/> 9 | $5 < x < 4$ | DF: Ag nur beschrieben |
| <input type="checkbox"/> 10 | $0 < x < 5$ oder $x > 4$ | DF: Ag nur beschrieben |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < 5$ oder $x > 4$ | DF: Ag nur beschrieben |
| <input type="checkbox"/> 12 | $x < 0$ oder $1 < x < 4$ | RF: $<$ gerechnet |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 97 0 2004020004 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.6: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 13| = |x + 34|.$$

Parameter:

x_1 = erste Lösung
 x_2 = zweite Lösung $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also: $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 13$ $x_2 = 34$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $2 \cdot |x + 13| = |x + 34|$ wird zu $\pm 2 \cdot (x + 13) = \pm(x + 34)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = +(.)$, $+(.) = -(.)$, $-(.) = +(.)$ und $-(.) = -(.)$, wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall):} \quad +2 \cdot (x + 13) &= +(x + 34) \\ \Leftrightarrow 2x + 26 &= x + 34 \\ \Leftrightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall):} \quad +2 \cdot (x + 13) &= -(x + 34) \\ \Leftrightarrow 2x + 26 &= -x - 34 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-60}{3} = -20 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes: $2 \cdot |8 + 13| = |8 + 34|$ (richtig) und $2 \cdot |-20 + 13| = |-20 + 34|$ (auch richtig).

Angebote Lösung:

| | | | | | | | |
|----------------------------|------------|-----------------------------|------------------------|---------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|-------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | -8 | <input type="checkbox"/> 2 | -20 oder 20 | <input type="checkbox"/> 3 | $\pm(8)$ oder $\pm(20)$ | <input type="checkbox"/> 4 | 8 oder -8 |
| <input type="checkbox"/> 5 | -8 oder 20 | <input type="checkbox"/> 6 | 20 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 | 8 oder -20 | <input type="checkbox"/> 8 | 13 oder 34 |
| <input type="checkbox"/> 9 | 8 | <input type="checkbox"/> 10 | ± 13 oder ± 34 | <input type="checkbox"/> 11 | -20 | <input type="checkbox"/> 12 | \emptyset |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|-------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | -8 | DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen |
| <input type="checkbox"/> 2 | -20 oder 20 | DF: \pm vor die zweite Lösung geschrieben |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\pm(8)$ oder $\pm(20)$ | DF: \pm vor beide Lösungen geschrieben |
| <input type="checkbox"/> 4 | 8 oder -8 | DF: \pm vor die erste Lösung geschrieben |
| <input type="checkbox"/> 5 | -8 oder 20 | DF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 6 | 20 | DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | 8 oder -20 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 | 13 oder 34 | DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben |
| <input type="checkbox"/> 9 | 8 | DF: Fall 2,3 vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 | ± 13 oder ± 34 | DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und \pm davor geschrieben |
| <input type="checkbox"/> 11 | -20 | DF: Fall 1,4 vergessen |
| <input type="checkbox"/> 12 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
größergleich Grundlagen Nummer: 100 0 2004020002 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.7: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-3}{x-4}.$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 4$ Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3}{x-4} && | \cdot x - 4 \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 1 &&& x_3 = 3 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 1, 3, 4. Mittels Punktprobe erhalten wir $1 \leq x \leq 3$ oder $x > 4$. Beachten Sie, dass 4 nicht im Definitionsbereich ist.

Angebotene Lösungen:

| | | | | | |
|-----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $4 < x \leq 3$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 4$ | <input type="checkbox"/> 3 | $x < 1$ oder $3 < x < 4$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $1 < x < 3$ oder $x > 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $1 \leq x \leq 3$ oder $x > 4$ | <input type="checkbox"/> 6 | $4 \leq x \leq 3$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x > -3$ oder $-1 < x < 4$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x \leq -3$ oder $-1 \leq x < 4$ | <input type="checkbox"/> 9 | $4 < x < 3$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | \emptyset | <input type="checkbox"/> 11 | $x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 4$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x \leq 1$ oder $3 \leq x < 4$ |

Fehlerinterpretation:

| | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $4 < x \leq 3$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x > 1$ oder $x > 3$ oder $x > 4$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x < 1$ oder $3 < x < 4$ | RF: < gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $1 < x < 3$ oder $x > 4$ | RF: > gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $1 \leq x \leq 3$ oder $x > 4$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 | $4 \leq x \leq 3$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x > -3$ oder $-1 < x < 4$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x \leq -3$ oder $-1 \leq x < 4$ | RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $4 < x < 3$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 10 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < 1$ oder $x < 3$ oder $x < 4$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12 | $x \leq 1$ oder $3 \leq x < 4$ | RF: \leq gerechnet |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 106 0 2004020006 Kl: 14G
Grad: 60 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.8: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-7}{2} + \left| \frac{x+3}{2} \right| = -|x-2|.$$

Parameter:

x_1 = Knick im negativen Bereich

x_2 = Knick im positiven Bereich $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 2$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe \pm (Ausdruck) statt $|$ Ausdruck $|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $\frac{x-7}{2} + \left| \frac{x+3}{2} \right| = -|x-2|$ wird zu $\frac{x-7}{2} \pm \left(\frac{x+3}{2} \right) = \mp(x-2)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = -(.)$ ($x \geq 2$) $+(.) = +(.)$ ($3 \leq x \leq 2$) $-(.) = +(.)$ ($x \leq 3$) $-(.) = -(.)$ ($x \leq 3$) und ($x \geq 2$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } & \frac{x-7}{2} + \left(\frac{x+3}{2} \right) = -(x-2) \\ \Leftrightarrow & x-2 = -x+2 \\ \Leftrightarrow & 2x = 4 \\ \Leftrightarrow & x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall: } & \frac{x-7}{2} + \left(\frac{x+3}{2} \right) = +(x-2) \\ \Leftrightarrow & x-2 = x-2 \\ \Leftrightarrow & 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. Fall: } & \frac{x-7}{2} - \left(\frac{x+3}{2} \right) = +(x-2) \\ \Leftrightarrow & -5 = x-2 \\ \Leftrightarrow & x = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. Fall: } & \frac{x-7}{2} - \left(\frac{x+3}{2} \right) = -(x-2) \\ \Leftrightarrow & -5 = -x+2 \\ \Leftrightarrow & x = 7 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall: $x = 2$: $\frac{2-7}{2} + \left|\frac{2+3}{2}\right| = -|2-2|$
 $\Leftrightarrow \frac{-5}{2} + \frac{2+3}{2} = 0$ (richtig)
2. Fall: $0 = 0$: (ist immer richtig)
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall: $x = -3$: $\frac{-3-7}{2} + \left|\frac{-3+3}{2}\right| = -|-3-2|$
 $\Leftrightarrow \frac{-5}{2} + \frac{2+3}{2} = -5$ (richtig)
4. Fall: $x = 7$: $\frac{7-7}{2} + \left|\frac{7+3}{2}\right| = -|7-2|$
 $\Leftrightarrow \frac{0}{2} + \frac{10}{2} = -5$ (falsch)

Damit ist die Lösung: $-3 \leq x \leq 2 =$ Definitionsbereich vom 2. Fall.

Angebotene Lösungen:

- | | | |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 2$ | <input type="checkbox"/> 2 $x \geq 2$ | <input type="checkbox"/> 3 $x \leq -3$ oder $x \geq 2$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \leq -3$ | <input type="checkbox"/> 5 $x = 0$ | <input type="checkbox"/> 6 $x = -3$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 2$ oder $x = 7$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $-3 \leq x \leq 2$ | <input type="checkbox"/> 9 \emptyset |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -3$ oder $x = 2$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = -3$ oder $x = 2$ oder $x = 7$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = -3$ oder $x = 7$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 2$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 2 $x \geq 2$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 3 $x \leq -3$ oder $x \geq 2$ | DF: Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \leq -3$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = 0$ | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = -3$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 2$ oder $x = 7$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 $-3 \leq x \leq 2$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -3$ oder $x = 2$ | DF: 2. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = -3$ oder $x = 2$ oder $x = 7$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = -3$ oder $x = 7$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>