

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2**

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Logarithmen
keine	Grundlagen	Nummer: 17 0 2004020007	Kl: 14G
Grad: 30	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 2.1.1:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 6) = \log(64(x - 6)).$$

**Parameter:**

$x_1$  = zwei Nullstellen

$x_2$  = dritte Nullstelle  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 8$   $x_2 = 6$ .

**Erklärung:**

Fassen Sie zuerst die Logarithmsterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

**Rechnung:**

Wir fassen zunächst die Logarithmsterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 6) = \log(64(x - 6)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 6)) = \log(64(x - 6)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 6)) = (64(x - 6)) \Leftrightarrow (x^2 - 64) \cdot (x - 6) = 0, \text{ also } x = \pm 8 \text{ oder } x = 6.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 6:$	$\log 6^2 + \log(6 - 6)$	$= \log(64(6 - 6))$	keine Lösung, da log 0 nicht definiert ist.
$x = 8:$	$\log 8^2 + \log(8 - 6)$	$= \log(64(8 - 6))$	
	$\Leftrightarrow \log 64 \cdot 2$	$= \log 128$	richtig.
$x = -8:$	$\log(-8)^2 + \log(-8 - 6)$	$= \log(64(-8 - 6))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung  $x = 8$ . Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung  $x = 6$  herausgefallen.

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = \log 64$ oder $x = \log 6$	<input type="checkbox"/> 2	$x = -8$	<input type="checkbox"/> 3	$x = 2^8$
<input checked="" type="checkbox"/> 4	$x = 8$	<input type="checkbox"/> 5	$x = \log 6$	<input type="checkbox"/> 6	$x = 2^8$ oder $x = 2^6$
<input type="checkbox"/> 7	$x = 64$	<input type="checkbox"/> 8	$x = \log 64$	<input type="checkbox"/> 9	$x = \pm 8$
<input type="checkbox"/> 10	$x = \log 8$	<input type="checkbox"/> 11	$x = 64$ oder $x = 6$	<input type="checkbox"/> 12	$x = \pm 8$ oder $x = 6$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = \log 64$ oder $x = \log 6$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 2	$x = -8$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 3	$x = 2^8$	DF: am Ende potenziert
<input checked="" type="checkbox"/> 4	$x = 8$	richtig
<input type="checkbox"/> 5	$x = \log 6$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 6	$x = 2^8$ oder $x = 2^6$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 7	$x = 64$	DF: Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 8	$x = \log 64$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 9	$x = \pm 8$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 10	$x = \log 8$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 11	$x = 64$ oder $x = 6$	DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 12	$x = \pm 8$ oder $x = 6$	DF: Probe vergessen

**Aufgabe 2.1.2:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 11| = x + 8 + |x + 8|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick der ersten Funktion

$x_2$  = Knick der zweiten Funktion  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 11$   $x_2 = 8$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $|x + 11| = x + 8 + |x + 8|$  wird zu  $\pm(x + 11) = x + 8 \pm (x + 8)$ .

Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

- $+(\cdot) = +(\cdot)$  ( $x \geq -8$ )
- $+(\cdot) = -(\cdot)$  ( $-11 \leq x \leq -8$ )
- $-(\cdot) = -(\cdot)$  ( $x \leq -11$ )
- $-(\cdot) = +(\cdot)$  ( $x \leq -11$ ) und ( $x \geq -8$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

- 1. Fall:  $+(x + 11) = x + 8 + (x + 8)$   
 $\Leftrightarrow x = -5$
- 2. Fall:  $+(x + 11) = x + 8 - (x + 8)$   
 $\Leftrightarrow x = -11$
- 3. Fall:  $-(x + 11) = x + 8 - (x + 8)$   
 $\Leftrightarrow x = -11$
- 4. Fall:  $-(x + 11) = x + 8 + (x + 8)$   
 $\Leftrightarrow 3x = -5$   
 $\Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned}
 \text{1. Fall: } x = -5: \quad & | -5 + 11 | = -5 + 8 + | -5 + 8 | \\
 \Leftrightarrow & |6| = 3 + |3| \\
 \Leftrightarrow & 6 = 6 \qquad \qquad \qquad \text{(richtig)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{2. + 3. Fall: } x = -11: \quad & | -11 + 11 | = -11 + 8 + | -11 + 8 | \\
 \Leftrightarrow & 0 = 0 \qquad \qquad \qquad \text{(richtig)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4. Fall: } x = -\frac{5}{3}: \quad & | \frac{-5}{3} + 11 | = \frac{-5}{3} + 8 + | \frac{-5}{3} + 8 | \\
 \Leftrightarrow & 2 = \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \\
 \Leftrightarrow & 2 = \frac{38}{3} \qquad \qquad \qquad \text{(falsch)}
 \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung:  $x = -5$  oder  $x = -11$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x \leq -11$ oder $-5 \leq x$	<input type="checkbox"/> 2	$x = -5$ oder $x = \pm 11$ oder $x = \frac{-5}{3}$	<input checked="" type="checkbox"/> 3	$x = -5$ oder $x = -11$
<input type="checkbox"/> 4	$x = -11$ oder $x = \frac{-5}{3}$	<input type="checkbox"/> 5	$x = \pm 5$ oder $x = \pm 11$	<input type="checkbox"/> 6	$x = -5$ oder $x = 11$
<input type="checkbox"/> 7	$x = 5$ oder $x = -11$	<input type="checkbox"/> 8	$x = -5$ oder $x = \pm 11$	<input type="checkbox"/> 9	$x = 5$ oder $x = 11$
<input type="checkbox"/> 10	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 11	$x \neq 0$	<input type="checkbox"/> 12	$x = 0$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x \leq -11$ oder $-5 \leq x$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	$x = -5$ oder $x = \pm 11$ oder $x = \frac{-5}{3}$	DF: Probe vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 3	$x = -5$ oder $x = -11$	richtig
<input type="checkbox"/> 4	$x = -11$ oder $x = \frac{-5}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 5	$x = \pm 5$ oder $x = \pm 11$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 6	$x = -5$ oder $x = 11$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 7	$x = 5$ oder $x = -11$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 8	$x = -5$ oder $x = \pm 11$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 9	$x = 5$ oder $x = 11$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 10	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 11	$x \neq 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 12	$x = 0$	DF: geratene Lösung

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
größergleich              Grundlagen              Nummer: 25 0 2004020002      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 20      Quelle: keine      W

**Aufgabe 2.1.3:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-8}{x-6}.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze

$x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$        $x_2 = 4$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 6$  Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-8}{x-6} && | \cdot x - 6 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 2 &&& x_3 = 4 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 2, 4, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir  $2 \leq x \leq 4$  oder  $x > 6$ . Beachten Sie, dass 6 nicht im Definitionsbereich ist.

**Angebotene Lösungen:**

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 2	$2 < x < 4$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 3	$x \leq 2$ oder $x \geq 4$
<input type="checkbox"/> 4	$2 \leq x \leq 4$	<input type="checkbox"/> 5	$x < 2$ oder $x < 4$ oder $x < 6$	<input type="checkbox"/> 6	$x < 2$ oder $4 < x < 6$
<input type="checkbox"/> 7	$x > -4$ oder $-2 < x < 6$	<input type="checkbox"/> 8	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 9	$x \leq -4$ oder $-2 \leq x < 6$
<input type="checkbox"/> 10	$-4 < x \leq -2$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 11	$x > 2$ oder $x > 4$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 12	$x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$

**Fehlerinterpretation:**

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$2 \leq x \leq 4$ oder $x > 6$	richtig
<input type="checkbox"/> 2	$2 < x < 4$ oder $x > 6$	RF: $>$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 3	$x \leq 2$ oder $x \geq 4$	DF: 6 als Grenze weggelassen und $\leq$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 4	$2 \leq x \leq 4$	DF: 6 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 5	$x < 2$ oder $x < 4$ oder $x < 6$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	$x < 2$ oder $4 < x < 6$	RF: $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	$x > -4$ oder $-2 < x < 6$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und $\leq$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 9	$x \leq -4$ oder $-2 \leq x < 6$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und $\leq$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 10	$-4 < x \leq -2$ oder $x > 6$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen
<input type="checkbox"/> 11	$x > 2$ oder $x > 4$ oder $x > 6$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$x \leq 2$ oder $4 \leq x < 6$	RF: $\leq$ gerechnet

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 38 0 2004020001                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.4:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 12 > \frac{-32}{x}$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze  
 $x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 8$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 0$ . Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 12 &= \frac{-32}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 12x + 32 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 4 & && x_3 = 8 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 4, 8. Mittels Punktprobe erhalten wir  $0 < x < 4$  oder  $x > 8$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x < 4$ oder $x > 8$	<input type="checkbox"/> 2	$4 < x < 8$	<input type="checkbox"/> 3	$0 < x < 12$ oder $x > 32$
<input type="checkbox"/> 4	$-4 < x < -8$	<input type="checkbox"/> 5	$x < 0$ oder $4 < x < 8$	<input type="checkbox"/> 6	$12 < x < 32$
<input type="checkbox"/> 7	$x < -4$ oder $-8 < x < 0$	<input type="checkbox"/> 8	$-4 < x < 0$ oder $x < -8$	<input checked="" type="checkbox"/> 9	$0 < x < 4$ oder $x > 8$
<input type="checkbox"/> 10	$x < -4$ oder $x > -8$	<input type="checkbox"/> 11	$x < 12$ oder $x > 32$	<input type="checkbox"/> 12	$x < 4$ oder $x < 8$ oder $x < 0$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x < 4$ oder $x > 8$	RF: 0 als Grenze weggelassen und $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	$4 < x < 8$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 3	$0 < x < 12$ oder $x > 32$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 4	$-4 < x < -8$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 5	$x < 0$ oder $4 < x < 8$	RF: $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 6	$12 < x < 32$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 7	$x < -4$ oder $-8 < x < 0$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$-4 < x < 0$ oder $x < -8$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$0 < x < 4$ oder $x > 8$	richtig
<input type="checkbox"/> 10	$x < -4$ oder $x > -8$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 11	$x < 12$ oder $x > 32$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 12	$x < 4$ oder $x < 8$ oder $x < 0$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 43 0 2004020004                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.5:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 13| = |x + 34|.$$

**Parameter:** $x_1$  = erste Lösung $x_2$  = zweite Lösung  $x_n > 0$ Die Gleichung lautet also:  $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$ In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 13$      $x_2 = 34$ .**Erklärung:**

- Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
- Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
- Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $2 \cdot |x + 13| = |x + 34|$  wird zu  $\pm 2 \cdot (x + 13) = \pm(x + 34)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(.) = +(.)$ ,  $+(.) = -(.)$ ,  $-(.) = +(.)$  und  $-(.) = -(.)$ , wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall):} \quad +2 \cdot (x + 13) &= +(x + 34) \\ \Leftrightarrow 2x + 26 &= x + 34 \\ \Leftrightarrow x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall):} \quad +2 \cdot (x + 13) &= -(x + 34) \\ \Leftrightarrow 2x + 26 &= -x - 34 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-60}{3} = -20 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:  $2 \cdot |8 + 13| = |8 + 34|$  (richtig) und  $2 \cdot |-20 + 13| = |-20 + 34|$  (auch richtig).**Angeborene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	8 oder -8	<input type="checkbox"/> 2	-8 oder 20	<input type="checkbox"/> 3	$\pm(8)$ oder $\pm(20)$	<input type="checkbox"/> 4	$\emptyset$
<input type="checkbox"/> 5	-20 oder 20	<input type="checkbox"/> 6	$\pm 13$ oder $\pm 34$	<input type="checkbox"/> 7	-8	<input type="checkbox"/> 8	-20
<input type="checkbox"/> 9	20	<input checked="" type="checkbox"/> 10	8 oder -20	<input type="checkbox"/> 11	8	<input type="checkbox"/> 12	13 oder 34

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	8 oder -8	DF: $\pm$ vor die erste Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 2	-8 oder 20	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 3	$\pm(8)$ oder $\pm(20)$	DF: $\pm$ vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 4	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 5	-20 oder 20	DF: $\pm$ vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 6	$\pm 13$ oder $\pm 34$	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und $\pm$ davor geschrieben
<input type="checkbox"/> 7	-8	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 8	-20	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 9	20	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 10	8 oder -20	richtig
<input type="checkbox"/> 11	8	DF: Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 12	13 oder 34	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 48 0 2005020008                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.6:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$4^x - \frac{7}{4} 2^{x+2} = 60.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  Basis der Potenz  $1 < x_1 \neq x_2$   
 $x_2, x_3$  Nullstellen  $1 < x_3 < x_2$   
 $x_4$  Summand im Exponent  $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also:  $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2-x_3}{x_1^{x_4}}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$      $x_2 = 12$      $x_3 = 5$      $x_4 = 2$ .

**Erklärung:**

Substituieren Sie  $2^x = u$ . Beachten Sie dabei, dass  $2^{x+1} = u \cdot 2$  und  $4^x = 2^x \cdot 2^x = u^2$  ist.

**Rechnung:**

Wir substituieren  $2^x = u$ . Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 4^x - \frac{7}{4} 2^{x+2} = 60 &\Leftrightarrow u^2 - \frac{7}{4} u \cdot 2^2 = 60 \\ \Leftrightarrow u^2 - 7u - 60 = 0 &\Leftrightarrow u = 12 \text{ oder } u = -5 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution  $u = 2^x$  oder  $x = \log_2(u)$ . Weil  $2^x$  nicht negativ sein kann fällt die Lösung  $u = -5$  weg und die Lösung ist  $x = \log_2(12)$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{240}{7}$	<input type="checkbox"/> 2	$\log_{12}(2)$ oder $-\log_5(2)$	<input type="checkbox"/> 3	$2^{12}$	<input type="checkbox"/> 4	$12^2$
<input type="checkbox"/> 5	$12^2$ oder $(-5)^2$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{7}{2}$	<input checked="" type="checkbox"/> 7	$\log_2(12)$	<input type="checkbox"/> 8	$\log_2(12)$ oder $-\log_2(5)$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{105}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{7}{4} - 2$	<input type="checkbox"/> 11	$2^{12}$ oder $2^{-5}$	<input type="checkbox"/> 12	unlösbar

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{240}{7}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 2	$\log_{12}(2)$ oder $-\log_5(2)$	DF: falsch logarithmiert
<input type="checkbox"/> 3	$2^{12}$	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 4	$12^2$	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 5	$12^2$ oder $(-5)^2$	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{7}{2}$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/> 7	$\log_2(12)$	richtig
<input type="checkbox"/> 8	$\log_2(12)$ oder $-\log_2(5)$	DF: falsch logarithmiert
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{105}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{7}{4} - 2$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 11	$2^{12}$ oder $2^{-5}$	DF: Am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 12	unlösbar	DF: Lösung geraten

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 83 0 2004020003                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.7:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 25) \cdot (x - 9)^2 > 0.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  erste Grenze ( $> 0$ )  
 $x_2 =$  zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$      $x_2 = 9$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:  $(x^2 - 25) \cdot (x - 9)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 9$  oder  $x = \pm 5$ .  
 Mittels Punktprobe erhalten wir  $x < -5$  oder  $5 < x < 9$  oder  $9 < x$ .  
 Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu  $x < -5$  oder  $(x > 5$  und  $x \neq 9)$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$-25 < x < 9$ oder $9 < x < 25$	<input type="checkbox"/> 2	$-9 < x < 9$ oder $9 < x < 25$
<input checked="" type="checkbox"/> 3	$x < -5$ oder $5 < x < 9$ oder $9 < x$	<input type="checkbox"/> 4	$-25 < x < 9$ oder $25 < x$
<input type="checkbox"/> 5	$x > 5$ oder $x > 9$ oder $x > -5$	<input type="checkbox"/> 6	$-5 < x < 5$ oder $5 < x < 9$
<input type="checkbox"/> 7	$-9 < x < 5$ oder $9 < x$	<input type="checkbox"/> 8	$x < 5$ oder $x < 9$ oder $x < -5$
<input type="checkbox"/> 9	$x < -9$ oder $5 < x < 9$ oder $9 < x$	<input type="checkbox"/> 10	$x < -9$ oder $5 < x < 9$
<input type="checkbox"/> 11	$x < 5$ oder $x < 9$ oder $x < -9$	<input type="checkbox"/> 12	$-9 < x < 5$ oder $5 < x < 9$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$-25 < x < 9$ oder $9 < x < 25$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/>	$-9 < x < 9$ oder $9 < x < 25$	DF: Bereiche falsch und 5 und 9 vertauscht
<input checked="" type="checkbox"/>	$x < -5$ oder $5 < x < 9$ oder $9 < x$	richtig
<input type="checkbox"/>	$-25 < x < 9$ oder $25 < x$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/>	$x > 5$ oder $x > 9$ oder $x > -5$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$-5 < x < 5$ oder $5 < x < 9$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/>	$-9 < x < 5$ oder $9 < x$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/>	$x < 5$ oder $x < 9$ oder $x < -5$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$x < -9$ oder $5 < x < 9$ oder $9 < x$	DF: 5 und 9 vertauscht
<input type="checkbox"/>	$x < -9$ oder $5 < x < 9$	DF: 5 und 9 vertauscht
<input type="checkbox"/>	$x < 5$ oder $x < 9$ oder $x < -9$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$-9 < x < 5$ oder $5 < x < 9$	DF: Bereiche falsch und 5 und 9 vertauscht

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 94 0 2004020006                      Kl: 14G  
Grad: 60 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 2.1.8:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-11}{2} + \left| \frac{x+5}{2} \right| = -|x-3|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick im negativen Bereich

$x_2$  = Knick im positiven Bereich  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$        $x_2 = 3$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $\frac{x-11}{2} + \left| \frac{x+5}{2} \right| = -|x-3|$  wird zu  $\frac{x-11}{2} \pm \left( \frac{x+5}{2} \right) = \mp(x-3)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(\cdot) = -(\cdot)$  ( $x \geq 3$ )       $+(\cdot) = +(\cdot)$  ( $5 \leq x \leq 3$ )       $-(\cdot) = +(\cdot)$  ( $x \leq 5$ )  
 $-(\cdot) = -(\cdot)$  ( $x \leq 5$ ) und ( $x \geq 3$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } & \frac{x-11}{2} + \left( \frac{x+5}{2} \right) = -(x-3) \\ \Leftrightarrow & x-3 = -x+3 \\ \Leftrightarrow & 2x = 6 \\ \Leftrightarrow & x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall: } & \frac{x-11}{2} + \left( \frac{x+5}{2} \right) = +(x-3) \\ \Leftrightarrow & x-3 = x-3 \\ \Leftrightarrow & 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. Fall: } & \frac{x-11}{2} - \left( \frac{x+5}{2} \right) = +(x-3) \\ \Leftrightarrow & -8 = x-3 \\ \Leftrightarrow & x = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. Fall: } & \frac{x-11}{2} - \left( \frac{x+5}{2} \right) = -(x-3) \\ \Leftrightarrow & -8 = -x+3 \\ \Leftrightarrow & x = 11 \end{aligned}$$



Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall:  $x = 3$ :  $\frac{3-11}{2} + \left| \frac{3+5}{2} \right| = -|3-3|$   
 $\Leftrightarrow \frac{-8}{2} + \frac{3+5}{2} = 0$  (richtig)
2. Fall:  $0 = 0$ : (ist immer richtig)  
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall:  $x = -5$ :  $\frac{-5-11}{2} + \left| \frac{-5+5}{2} \right| = -|-5-3|$   
 $\Leftrightarrow -8 = -8$  (richtig)
4. Fall:  $x = 11$ :  $\frac{11-11}{2} + \left| \frac{11+5}{2} \right| = -|11-3|$   
 $\Leftrightarrow 8 = -8$  (falsch)

Damit ist die Lösung:  $-5 \leq x \leq 3 =$  Definitionsbereich vom 2. Fall.

**Angebotene Lösungen:**

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x \leq -5$                 | <input type="checkbox"/> 2 $x = 3$ oder $x = 11$         | <input type="checkbox"/> 3 $x = -5$ oder $x = 11$              |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \leq -5$ oder $x \geq 3$ | <input type="checkbox"/> 5 $x \geq 3$                    | <input type="checkbox"/> 6 $x = -5$ oder $x = 3$ oder $x = 11$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 3$                     | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $-5 \leq x \leq 3$ | <input type="checkbox"/> 9 $x = -5$ oder $x = 3$               |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -5$                   | <input type="checkbox"/> 11 $x = 0$                      | <input type="checkbox"/> 12 $\emptyset$                        |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x \leq -5$                         | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler            |
| <input type="checkbox"/> 2 $x = 3$ oder $x = 11$               | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 $x = -5$ oder $x = 11$              | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \leq -5$ oder $x \geq 3$         | DF: Relationsfehler                                    |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \geq 3$                          | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler            |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = -5$ oder $x = 3$ oder $x = 11$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert                   |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 3$                             | DF: 3 + 2. Fall vergessen                              |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 $-5 \leq x \leq 3$       | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = -5$ oder $x = 3$               | DF: 2. Fall falsch interpretiert                       |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -5$                           | DF: 1 + 2. Fall vergessen                              |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = 0$                            | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt             |
| <input type="checkbox"/> 12 $\emptyset$                        | DF: es gibt Lösungen                                   |

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>