

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.4	Ungleichungen
größer	Grundlagen	Nummer: 6 0 2004020001	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 20	Quelle: keine	W

Aufgabe 2.1.1: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 8 > \frac{-12}{x}$$

Parameter: x_1 = erste Grenze x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)Die Ungleichung lautet also: $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$ In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 6$.**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 0$. Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 8 &= \frac{-12}{x} \quad \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 &= 0 \quad \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_1 = 2 & \quad x_2 = 6 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 2, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir $0 < x < 2$ oder $x > 6$.**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x < -2$ oder $-6 < x < 0$	<input checked="" type="checkbox"/> 2	$0 < x < 2$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 8$ oder $x > 12$
<input type="checkbox"/> 4	$x < 2$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 5	$x < -2$ oder $x > -6$	<input type="checkbox"/> 6	$-2 < x < -6$
<input type="checkbox"/> 7	$8 < x < 12$	<input type="checkbox"/> 8	$x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < 0$	<input type="checkbox"/> 9	$0 < x < 8$ oder $x > 12$
<input type="checkbox"/> 10	$0 < x$ oder $8 < x < 12$	<input type="checkbox"/> 11	$2 < x < 6$	<input type="checkbox"/> 12	$x < 0$ oder $2 < x < 6$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x < -2$ oder $-6 < x < 0$	RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und $<$ gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/> 2	$0 < x < 2$ oder $x > 6$	richtig
<input type="checkbox"/> 3	$x < 8$ oder $x > 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 4	$x < 2$ oder $x > 6$	RF: 0 als Grenze weggelassen und $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 5	$x < -2$ oder $x > -6$	RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 6	$-2 < x < -6$	RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 7	$8 < x < 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 8	$x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < 0$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	$0 < x < 8$ oder $x > 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 10	$0 < x$ oder $8 < x < 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 11	$2 < x < 6$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 12	$x < 0$ oder $2 < x < 6$	RF: $<$ gerechnet

Aufgabe 2.1.2: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 4) = \log(36(x - 4)).$$

Parameter:

x_1 = zwei Nullstellen
 x_2 = dritte Nullstelle $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 4$.

Erklärung:

Fassen Sie zuerst die Logarithmusterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

Rechnung:

Wir fassen zunächst die Logarithmusterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 4) = \log(36(x - 4)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 4)) = \log(36(x - 4)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 4)) = (36(x - 4)) \Leftrightarrow (x^2 - 36) \cdot (x - 4) = 0, \text{ also } x = \pm 6 \text{ oder } x = 4.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 4:$	$\log 4^2 + \log(4 - 4)$	$= \log(36(4 - 4))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 6:$	$\log 6^2 + \log(6 - 4)$	$= \log(36(6 - 4))$	
	$\Leftrightarrow \log 36 \cdot 2$	$= \log 72$	richtig.
$x = -6:$	$\log(-6)^2 + \log(-6 - 4)$	$= \log(36(-6 - 4))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung $x = 6$. Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung $x = 4$ herausgefallen.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x = \pm 6$	<input type="checkbox"/> 2	$x = \log 36$	<input type="checkbox"/> 3	$x = 2^6$ oder $x = 2^4$
<input type="checkbox"/> 4	$x = 2^6$	<input type="checkbox"/> 5	$x = \log 6$ oder $x = \log 4$	<input type="checkbox"/> 6	$x = \log 6$
<input type="checkbox"/> 7	$x = 4$	<input checked="" type="checkbox"/> 8	$x = 6$	<input type="checkbox"/> 9	$x = \log 36$ oder $x = \log 4$
<input type="checkbox"/> 10	$x = 2^4$	<input type="checkbox"/> 11	$x = 36$ oder $x = 4$	<input type="checkbox"/> 12	$x = -6$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = \pm 6$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 2	$x = \log 36$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 3	$x = 2^6$ oder $x = 2^4$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 4	$x = 2^6$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 5	$x = \log 6$ oder $x = \log 4$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 6	$x = \log 6$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 7	$x = 4$	DF: Probe vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 8	$x = 6$	richtig
<input type="checkbox"/> 9	$x = \log 36$ oder $x = \log 4$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 10	$x = 2^4$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 11	$x = 36$ oder $x = 4$	DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 12	$x = -6$	DF: Probe vergessen

Aufgabe 2.1.3: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$16^x - \frac{1}{1024} 4^{x+5} = 30.$$

Parameter:

x_1 = Basis der Potenz $1 < x_1 \neq x_2$

x_2, x_3 Nullstellen $1 < x_3 < x_2$

x_4 Summand im Exponent $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also: $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2-x_3}{x_1^4}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 6$ $x_3 = 5$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Substituieren Sie $4^x = u$. Beachten Sie dabei, dass $4^{x+1} = u \cdot 4$ und $16^x = 4^x \cdot 4^x = x^2$ ist.

Rechnung:

Wir substituieren $4^x = u$. Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 16^x - \frac{1}{1024} 4^{x+5} = 30 &\Leftrightarrow u^2 - \frac{1}{1024} u \cdot 4^5 = 30 \\ \Leftrightarrow u^2 - 1u - 30 = 0 &\Leftrightarrow u = 6 \text{ oder } u = -5 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution $u = 4^x$ oder $x = \log_4(u)$. Weil 4^x nicht negativ sein kann fällt die Lösung $u = -5$ weg und die Lösung ist $x = \log_4(6)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------|-----------------------------|---------------------|--|-------------------------------|-----------------------------|------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 4^6 | <input type="checkbox"/> 2 | 6^4 | <input type="checkbox"/> 3 | 30720 | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{256}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | 6^4 oder $(-5)^4$ | <input type="checkbox"/> 6 | 4^6 oder 4^{-5} | <input type="checkbox"/> 7 | $\log_4(6)$ oder $-\log_4(5)$ | <input type="checkbox"/> 8 | unlösbar |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{1024} - 5$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\log_6(4)$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 | $\log_4(6)$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{512}{15}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|-------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 4^6 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 2 | 6^4 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 3 | 30720 | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{256}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 | 6^4 oder $(-5)^4$ | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 6 | 4^6 oder 4^{-5} | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\log_4(6)$ oder $-\log_4(5)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 8 | unlösbar | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{1024} - 5$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\log_6(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 | $\log_4(6)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{512}{15}$ | DF: Lösung geraten |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 52 0 2004020003 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.4: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 9) \cdot (x - 5)^2 > 0.$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze (> 0)

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung: $(x^2 - 9) \cdot (x - 5)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 5$ oder $x = \pm 3$.

Mittels Punktprobe erhalten wir $x < -3$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$.

Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu $x < -3$ oder $(x > 3$ und $x \neq 5)$.

Angeborene Lösungen:

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$x < -3$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$	<input type="checkbox"/> 2	$-5 < x < 3$ oder $3 < x < 5$
<input type="checkbox"/> 3	$x < -5$ oder $-5 < x < -3$ oder $3 < x$	<input type="checkbox"/> 4	$-9 < x < 5$ oder $5 < x < 9$
<input type="checkbox"/> 5	$x < -5$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$	<input type="checkbox"/> 6	$-5 < x < 3$ oder $5 < x$
<input type="checkbox"/> 7	$-5 < x < 5$ oder $5 < x < 9$	<input type="checkbox"/> 8	$-3 < x < 3$ oder $5 < x$
<input type="checkbox"/> 9	$x < -3$ oder $3 < x < 5$	<input type="checkbox"/> 10	\emptyset
<input type="checkbox"/> 11	$-5 < x < -3$ oder $3 < x$	<input type="checkbox"/> 12	$x < -5$ oder $3 < x < 5$

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$x < -3$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$	richtig
<input type="checkbox"/> 2	$-5 < x < 3$ oder $3 < x < 5$	DF: Bereiche falsch und 3 und 5 vertauscht
<input type="checkbox"/> 3	$x < -5$ oder $-5 < x < -3$ oder $3 < x$	DF: VZ falsch
<input type="checkbox"/> 4	$-9 < x < 5$ oder $5 < x < 9$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/> 5	$x < -5$ oder $3 < x < 5$ oder $5 < x$	DF: 3 und 5 vertauscht
<input type="checkbox"/> 6	$-5 < x < 3$ oder $5 < x$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/> 7	$-5 < x < 5$ oder $5 < x < 9$	DF: Bereiche falsch und 3 und 5 vertauscht
<input type="checkbox"/> 8	$-3 < x < 3$ oder $5 < x$	DF: Bereiche falsch
<input type="checkbox"/> 9	$x < -3$ oder $3 < x < 5$	DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt
<input type="checkbox"/> 10	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 11	$-5 < x < -3$ oder $3 < x$	DF: VZ falsch und Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt
<input type="checkbox"/> 12	$x < -5$ oder $3 < x < 5$	DF: 3 und 5 vertauscht

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 58 0 2004020004 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.5: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 9.5| = |x + 23|.$$

Parameter:

x_1 = erste Lösung

x_2 = zweite Lösung $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also: $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9.5$ $x_2 = 23$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $2 \cdot |x + 9.5| = |x + 23|$ wird zu $\pm 2 \cdot (x + 9.5) = \pm(x + 23)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = +(.)$, $+(.) = -(.)$, $-(.) = +(.)$ und $-(.) = -(.)$, wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned}
 \text{1. Fall (= 4. Fall):} \quad & +2 \cdot (x + 9.5) = +(x + 23) \\
 & \Leftrightarrow 2x + 19 = x + 23 \\
 & \Leftrightarrow x = 4 \\
 \\
 \text{2. Fall (= 3. Fall):} \quad & +2 \cdot (x + 9.5) = -(x + 23) \\
 & \Leftrightarrow 2x + 19 = -x - 23 \\
 & \Leftrightarrow x = \frac{-42}{3} = -14
 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes: $2 \cdot |4 + 9.5| = |4 + 23|$ (richtig) und $2 \cdot |-14 + 9.5| = |-14 + 23|$ (auch richtig).

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 \emptyset	<input type="checkbox"/> 2 $\pm(4)$ oder $\pm(14)$	<input type="checkbox"/> 3 -14 oder 14	<input type="checkbox"/> 4 -4
<input type="checkbox"/> 5 4	<input type="checkbox"/> 6 -4 oder 14	<input type="checkbox"/> 7 9.5 oder 23	<input type="checkbox"/> 8 -14
<input type="checkbox"/> 9 ± 9.5 oder ± 23	<input checked="" type="checkbox"/> 10 4 oder -14	<input type="checkbox"/> 11 4 oder -4	<input type="checkbox"/> 12 14

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 \emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 2 $\pm(4)$ oder $\pm(14)$	DF: \pm vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 3 -14 oder 14	DF: \pm vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 4 -4	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 5 4	DF: Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 6 -4 oder 14	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 7 9.5 oder 23	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 8 -14	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 9 ± 9.5 oder ± 23	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und \pm davor geschrieben
<input checked="" type="checkbox"/> 10 4 oder -14	richtig
<input type="checkbox"/> 11 4 oder -4	DF: \pm vor die erste Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 12 14	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 59 0 2004020006 Kl: 14G
Grad: 60 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.6: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x - 16}{2} + \left| \frac{x + 6}{2} \right| = -|x - 5|.$$

Parameter:

x_1 = Knick im negativen Bereich
 x_2 = Knick im positiven Bereich $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $\frac{x-16}{2} + |\frac{x+6}{2}| = -|x-5|$ wird zu $\frac{x-16}{2} \pm (\frac{x+6}{2}) = \mp(x-5)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = -(.)$ ($x \geq 5$) $+(.) = +(.)$ ($6 \leq x \leq 5$) $-(.) = +(.)$ ($x \leq 6$) $-(.) = -(.)$ ($x \leq 6$) und ($x \geq 5$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall: } & \frac{x-16}{2} + (\frac{x+6}{2}) = -(x-5) \\ & \Leftrightarrow x-5 = -x+5 \\ & \Leftrightarrow 2x = 10 \\ & \Leftrightarrow x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Fall: } & \frac{x-16}{2} + (\frac{x+6}{2}) = +(x-5) \\ & \Leftrightarrow x-5 = x-5 \\ & \Leftrightarrow 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{ Fall: } & \frac{x-16}{2} - (\frac{x+6}{2}) = +(x-5) \\ & \Leftrightarrow -11 = x-5 \\ & \Leftrightarrow x = -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{ Fall: } & \frac{x-16}{2} - (\frac{x+6}{2}) = -(x-5) \\ & \Leftrightarrow -11 = -x+5 \\ & \Leftrightarrow x = 16 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall: } & x = 5: \quad \frac{5-16}{2} + |\frac{5+6}{2}| = -|5-5| \\ & \Leftrightarrow \frac{-11}{2} + \frac{11}{2} = 0 \quad (\text{richtig}) \end{aligned}$$

2. Fall: $0 = 0$: (ist immer richtig)
Damit ist die Lösung der Definitionsbereich

$$\begin{aligned} 3. \text{ Fall: } & x = -6: \quad \frac{-6-16}{2} + |\frac{-6+6}{2}| = -|-6-5| \\ & \Leftrightarrow -11 = -11 \quad (\text{richtig}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{ Fall: } & x = 16: \quad \frac{16-16}{2} + |\frac{16+6}{2}| = -|16-5| \\ & \Leftrightarrow 11 = -11 \quad (\text{falsch}) \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung: $-6 \leq x \leq 5 =$ Definitionsbereich vom 2. Fall.

Angebotene Lösungen:

- | | | |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 \emptyset | <input type="checkbox"/> 2 $x \geq 5$ | <input type="checkbox"/> 3 $x = 5$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = -6$ | <input type="checkbox"/> 5 $x = -6$ oder $x = 5$ | <input type="checkbox"/> 6 $x \leq -6$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = -6$ oder $x = 5$ oder $x = 16$ | <input type="checkbox"/> 8 $x = 5$ oder $x = 16$ | <input type="checkbox"/> 9 $x = 0$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 $-6 \leq x \leq 5$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = -6$ oder $x = 16$ | <input type="checkbox"/> 12 $x \leq -6$ oder $x \geq 5$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 2	$x \geq 5$	DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler
<input type="checkbox"/> 3	$x = 5$	DF: 3 + 2. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 4	$x = -6$	DF: 1 + 2. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 5	$x = -6$ oder $x = 5$	DF: 2. Fall falsch interpretiert
<input type="checkbox"/> 6	$x \leq -6$	DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler
<input type="checkbox"/> 7	$x = -6$ oder $x = 5$ oder $x = 16$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert
<input type="checkbox"/> 8	$x = 5$ oder $x = 16$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 9	$x = 0$	DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$-6 \leq x \leq 5$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$x = -6$ oder $x = 16$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 12	$x \leq -6$ oder $x \geq 5$	DF: Relationsfehler

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
größergleich Grundlagen Nummer: 61 0 2004020002 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.7: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-28}{x-11}.$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze

x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 11$ Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-28}{x-11} \quad | \cdot x - 11 \\ \Leftrightarrow x^2 - 11x + 28 &= 0 \quad \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 4 & \quad x_3 = 7 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 4, 7, 11. Mittels Punktprobe erhalten wir $4 \leq x \leq 7$ oder $x > 11$. Beachten Sie, dass 11 nicht im Definitionsbereich ist.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x < 4$ oder $7 < x < 11$	<input type="checkbox"/> 2	$-7 \leq x \leq -4$ oder $x > 11$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 4$ oder $x < 7$ oder $x < 11$
<input type="checkbox"/> 4	\emptyset	<input type="checkbox"/> 5	$x \leq 4$ oder $x \geq 7$	<input type="checkbox"/> 6	$4 \leq x \leq 7$
<input type="checkbox"/> 7	$11 < x \leq 28$	<input type="checkbox"/> 8	$x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > 11$	<input type="checkbox"/> 9	$11 \leq x \leq 28$
<input type="checkbox"/> 10	$x \leq 4$ oder $7 \leq x < 11$	<input type="checkbox"/> 11	$x > -7$ oder $-4 < x < 11$	<input checked="" type="checkbox"/> 12	$4 \leq x \leq 7$ oder $x > 11$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x < 4$ oder $7 < x < 11$	RF: $<$ gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	$-7 \leq x \leq -4$ oder $x > 11$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen
<input type="checkbox"/> 3	$x < 4$ oder $x < 7$ oder $x < 11$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 5	$x \leq 4$ oder $x \geq 7$	DF: 11 als Grenze weggelassen und \leq gerechnet
<input type="checkbox"/> 6	$4 \leq x \leq 7$	DF: 11 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 7	$11 < x \leq 28$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 8	$x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > 11$	DF: $<$ Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	$11 \leq x \leq 28$	RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 10	$x \leq 4$ oder $7 \leq x < 11$	RF: \leq gerechnet
<input type="checkbox"/> 11	$x > -7$ oder $-4 < x < 11$	RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/> X	$4 \leq x \leq 7$ oder $x > 11$	richtig

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 80 0 2004020005 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.8: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 5| = x + 2 + |x + 2|.$$

Parameter:

x_1 = Knick der ersten Funktion
 x_2 = Knick der zweiten Funktion $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 2$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $|x + 5| = x + 2 + |x + 2|$ wird zu $\pm(x + 5) = x + 2 \pm (x + 2)$.
Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

$$\begin{aligned} +(\cdot) &= +(\cdot) && (x \geq -2) \\ +(\cdot) &= -(\cdot) && (-5 \leq x \leq -2) \\ -(\cdot) &= -(\cdot) && (x \leq -5) \\ -(\cdot) &= +(\cdot) && (x \leq -5) \text{ und } (x \geq -2) \quad (\text{dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } &+(x + 5) = x + 2 + (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = 1 \\ \text{2. Fall: } &+(x + 5) = x + 2 - (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = -5 \\ \text{3. Fall: } &-(x + 5) = x + 2 - (x + 2) \\ &\Leftrightarrow x = -5 \\ \text{4. Fall: } &-(x + 5) = x + 2 + (x + 2) \\ &\Leftrightarrow 3x = 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{array}{lclcl}
1. \text{ Fall: } & x = 1: & |1 + 5| & = & 1 + 2 + |1 + 2| \\
& \Leftrightarrow & |6| & = & 3 + |3| \\
& \Leftrightarrow & 6 & = & 6 & \text{(richtig)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lclcl}
2. + 3. \text{ Fall: } & x = -5: & |-5 + 5| & = & -5 + 2 + |-5 + 2| \\
& \Leftrightarrow & 0 & = & 0 & \text{(richtig)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lclcl}
4. \text{ Fall: } & x = \frac{1}{3}: & |\frac{1}{3} + 5| & = & \frac{1}{3} + 2 + |\frac{1}{3} + 2| \\
& \Leftrightarrow & 2 & = & \frac{7}{3} + \frac{7}{3} \\
& \Leftrightarrow & 2 & = & \frac{14}{3} & \text{(falsch)}
\end{array}$$

Damit ist die Lösung: $x = 1$ oder $x = -5$.

Angebote Lösungen:

- | | | | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = 1$ oder $x = -5$ oder $x = \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x = -5$ oder $x = \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $x = 0$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = -1$ oder $x = -5$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x \neq 0$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x = \pm 1$ oder $x = \pm 5$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $x = 1$ oder $x = -5$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x = 1$ oder $x = \pm 5$ oder $x = \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x = 1$ oder $x = 5$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 1$ oder $x = \pm 5$ | <input type="checkbox"/> 11 | \emptyset | <input type="checkbox"/> 12 | $-5 \leq x \leq 1$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|---------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = 1$ oder $x = -5$ oder $x = \frac{1}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x = -5$ oder $x = \frac{1}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x = 0$ | DF: geratene Lösung |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = -1$ oder $x = -5$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x \neq 0$ | DF: geratene Lösung |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x = \pm 1$ oder $x = \pm 5$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $x = 1$ oder $x = -5$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x = 1$ oder $x = \pm 5$ oder $x = \frac{1}{3}$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x = 1$ oder $x = 5$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 1$ oder $x = \pm 5$ | RF: Vorzeichenfehler |
| <input type="checkbox"/> 11 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-5 \leq x \leq 1$ | DF: Ungleichung gerechnet |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>