

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2**

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Betrag
keine	Grundlagen	Nummer: 15 0 2004020004	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 2.1.1:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 14| = |x + 32|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Lösung

$x_2$  = zweite Lösung  $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also:  $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 14$   $x_2 = 32$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $2 \cdot |x + 14| = |x + 32|$  wird zu  $\pm 2 \cdot (x + 14) = \pm(x + 32)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(\cdot) = +(\cdot)$ ,  $+(\cdot) = -(\cdot)$ ,  $-(\cdot) = +(\cdot)$  und  $-(\cdot) = -(\cdot)$ , wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall): } & +2 \cdot (x + 14) = +(x + 32) \\ & \Leftrightarrow 2x + 28 = x + 32 \\ & \Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall): } & +2 \cdot (x + 14) = -(x + 32) \\ & \Leftrightarrow 2x + 28 = -x - 32 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-60}{3} = -20 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:  $2 \cdot |4 + 14| = |4 + 32|$  (richtig) und  $2 \cdot |-20 + 14| = |-20 + 32|$  (auch richtig).

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1 $\pm(4)$ oder $\pm(20)$	<input type="checkbox"/> 2 $-4$ oder $20$	<input type="checkbox"/> 3 $14$ oder $32$	<input type="checkbox"/> 4 $-20$
<input type="checkbox"/> 5 $20$	<input checked="" type="checkbox"/> 6 $4$ oder $-20$	<input type="checkbox"/> 7 $4$	<input type="checkbox"/> 8 $-20$ oder $20$
<input type="checkbox"/> 9 $4$ oder $-4$	<input type="checkbox"/> 10 $\emptyset$	<input type="checkbox"/> 11 $-4$	<input type="checkbox"/> 12 $\pm 14$ oder $\pm 32$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1 $\pm(4)$ oder $\pm(20)$	DF: $\pm$ vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 2 $-4$ oder $20$	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 3 $14$ oder $32$	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 4 $-20$	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 5 $20$	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 6 $4$ oder $-20$	richtig
<input type="checkbox"/> 7 $4$	DF: Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 8 $-20$ oder $20$	DF: $\pm$ vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 9 $4$ oder $-4$	DF: $\pm$ vor die erste Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 10 $\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 11 $-4$	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 12 $\pm 14$ oder $\pm 32$	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und $\pm$ davor geschrieben

**Aufgabe 2.1.2:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$36^x - \frac{5}{1296} 6^{x+4} = 24.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  Basis der Potenz  $1 < x_1 \neq x_2$   
 $x_2, x_3$  Nullstellen  $1 < x_3 < x_2$   
 $x_4$  Summand im Exponent  $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also:  $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2-x_3}{x_1^4}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 6$      $x_2 = 8$      $x_3 = 3$      $x_4 = 4$ .

**Erklärung:**

Substituieren Sie  $6^x = u$ . Beachten Sie dabei, dass  $6^{x+1} = u \cdot 6$  und  $36^x = 6^x \cdot 6^x = u^2$  ist.

**Rechnung:**

Wir substituieren  $6^x = u$ . Damit erhalten wir:

$$36^x - \frac{5}{1296} 6^{x+4} = 24 \Leftrightarrow u^2 - \frac{5}{1296} u \cdot 6^4 = 24$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 5u - 24 = 0 \Leftrightarrow u = 8 \text{ oder } u = -3$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution  $u = 6^x$  oder  $x = \log_6(u)$ . Weil  $6^x$  nicht negativ sein kann fällt die Lösung  $u = -3$  weg und die Lösung ist  $x = \log_6(8)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\log_6(8)$ | <input type="checkbox"/> unlösbar            | <input type="checkbox"/> $\log_8(6)$ oder $-\log_3(6)$ | <input type="checkbox"/> $\frac{54}{5}$      |
| <input type="checkbox"/> $8^6$                  | <input type="checkbox"/> $6^8$ oder $6^{-3}$ | <input type="checkbox"/> $\log_8(6)$                   | <input type="checkbox"/> $8^6$ oder $(-3)^6$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{1296} - 4$   | <input type="checkbox"/> $\frac{31104}{5}$   | <input type="checkbox"/> $\log_6(8)$ oder $-\log_6(3)$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{216}$     |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\log_6(8)$        | richtig                  |
| <input type="checkbox"/> unlösbar                      | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> $\log_8(6)$ oder $-\log_3(6)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> $\frac{54}{5}$                | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> $8^6$                         | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> $6^8$ oder $6^{-3}$           | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> $\log_8(6)$                   | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> $8^6$ oder $(-3)^6$           | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{1296} - 4$          | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> $\frac{31104}{5}$             | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> $\log_6(8)$ oder $-\log_6(3)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{216}$               | DF: Lösung geraten       |

**Aufgabe 2.1.3:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-5}{x-6}.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  erste Grenze  
 $x_2 =$  zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 1$   $x_2 = 5$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 6$  Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5}{x-6} && | \cdot x - 6 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 1 &&& x_3 = 5 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 1, 5, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir  $1 \leq x \leq 5$  oder  $x > 6$ . Beachten Sie, dass 6 nicht im Definitionsbereich ist.

**Angeborene Lösungen:**

- |                             |                                   |                             |                               |                                       |                                  |
|-----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1  | $x \leq -5$ oder $-1 \leq x < 6$  | <input type="checkbox"/> 2  | $6 \leq x \leq 5$             | <input type="checkbox"/> 3            | $-5 \leq x \leq -1$ oder $x > 6$ |
| <input type="checkbox"/> 4  | $x < 1$ oder $x < 5$ oder $x < 6$ | <input type="checkbox"/> 5  | $-5 < x \leq -1$ oder $x > 6$ | <input type="checkbox"/> 6            | $1 < x < 5$ oder $x > 6$         |
| <input type="checkbox"/> 7  | $1 \leq x \leq 5$                 | <input type="checkbox"/> 8  | $x \leq 1$ oder $x \geq 5$    | <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $1 \leq x \leq 5$ oder $x > 6$   |
| <input type="checkbox"/> 10 | $6 < x \leq 5$                    | <input type="checkbox"/> 11 | $\emptyset$                   | <input type="checkbox"/> 12           | $6 < x < 5$                      |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                                   |   |
|---------------------------------------|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x \leq -5$ oder $-1 \leq x < 6$  | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und $\leq$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2            | $6 \leq x \leq 5$                 | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet                     |
| <input type="checkbox"/> 3            | $-5 \leq x \leq -1$ oder $x > 6$  | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen                      |
| <input type="checkbox"/> 4            | $x < 1$ oder $x < 5$ oder $x < 6$ | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden                            |
| <input type="checkbox"/> 5            | $-5 < x \leq -1$ oder $x > 6$     | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen                      |
| <input type="checkbox"/> 6            | $1 < x < 5$ oder $x > 6$          | RF: $>$ gerechnet   |
| <input type="checkbox"/> 7            | $1 \leq x \leq 5$                 | DF: 6 als Grenze weggelassen                                |
| <input type="checkbox"/> 8            | $x \leq 1$ oder $x \geq 5$        | DF: 6 als Grenze weggelassen und $\leq$ gerechnet           |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $1 \leq x \leq 5$ oder $x > 6$    | richtig   |
| <input type="checkbox"/> 10           | $6 < x \leq 5$                    | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet                     |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\emptyset$                       | DF: es gibt Lösungen  |
| <input type="checkbox"/> 12           | $6 < x < 5$                       | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet                     |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 52 0 2004020003                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.4:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 4) \cdot (x - 4)^2 > 0.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  erste Grenze ( $> 0$ )  
 $x_2 =$  zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$   $x_2 = 4$ .

### Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

### Rechnung:

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:  $(x^2 - 4) \cdot (x - 4)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 4$  oder  $x = \pm 2$ .

Mittels Punktprobe erhalten wir  $x < -2$  oder  $2 < x < 4$  oder  $4 < x$ .

Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu  $x < -2$  oder  $(x > 2$  und  $x \neq 4)$ .

### Angeborene Lösungen:

- |                                       |  |                             |  |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $-4 < x < 4$ oder $4 < x < 4$          | <input type="checkbox"/> 2  | $x < 2$ oder $x < 4$ oder $x < -4$       |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $x < -2$ oder $2 < x < 4$ oder $4 < x$ | <input type="checkbox"/> 4  | $-4 < x < 2$ oder $4 < x$                |
| <input type="checkbox"/> 5            | $-4 < x < 4$ oder $4 < x$              | <input type="checkbox"/> 6  | $-4 < x < 2$ oder $2 < x$                |
| <input type="checkbox"/> 7            | $x < -4$ oder $2 < x < 4$              | <input type="checkbox"/> 8  | $-2 < x < 2$ oder $4 < x$                |
| <input type="checkbox"/> 9            | $-2 < x < 2$ oder $2 < x < 4$          | <input type="checkbox"/> 10 | $x < -4$ oder $-4 < x < -2$ oder $2 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\emptyset$                            | <input type="checkbox"/> 12 | $x < -4$ oder $2 < x < 4$ oder $4 < x$   |

### Fehlerinterpretation:

- |                                       |  |  |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $-4 < x < 4$ oder $4 < x < 4$            | DF: Bereiche falsch und 2 und 4 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 2            | $x < 2$ oder $x < 4$ oder $x < -4$       | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden           |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $x < -2$ oder $2 < x < 4$ oder $4 < x$   | richtig                                    |
| <input type="checkbox"/> 4            | $-4 < x < 2$ oder $4 < x$                | DF: Bereiche falsch                        |
| <input type="checkbox"/> 5            | $-4 < x < 4$ oder $4 < x$                | DF: Bereiche falsch und 2 und 4 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 6            | $-4 < x < 2$ oder $2 < x$                | DF: Bereiche falsch und 2 und 4 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 7            | $x < -4$ oder $2 < x < 4$                | DF: 2 und 4 vertauscht                     |
| <input type="checkbox"/> 8            | $-2 < x < 2$ oder $4 < x$                | DF: Bereiche falsch                        |
| <input type="checkbox"/> 9            | $-2 < x < 2$ oder $2 < x < 4$            | DF: Bereiche falsch                        |
| <input type="checkbox"/> 10           | $x < -4$ oder $-4 < x < -2$ oder $2 < x$ | DF: VZ falsch                              |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\emptyset$                              | DF: es gibt Lösungen                       |
| <input type="checkbox"/> 12           | $x < -4$ oder $2 < x < 4$ oder $4 < x$   | DF: 2 und 4 vertauscht                     |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 72 0 2004020007                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.5:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 7) = \log(81(x - 7)).$$

### Parameter:

$x_1 =$  zwei Nullstellen

$x_2 =$  dritte Nullstelle  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 9$   $x_2 = 7$ .

**Erklärung:**

Fassen Sie zuerst die Logarithmusterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

**Rechnung:**

Wir fassen zunächst die Logarithmusterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 7) = \log(81(x - 7)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 7)) = \log(81(x - 7)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 7)) = (81(x - 7)) \Leftrightarrow (x^2 - 81) \cdot (x - 7) = 0, \text{ also } x = \pm 9 \text{ oder } x = 7.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{array}{llll} x = 7: & \log 7^2 + \log(7 - 7) & = & \log(81(7 - 7)) \quad \text{keine Lösung, da } \log 0 \text{ nicht definiert ist.} \\ x = 9: & \log 9^2 + \log(9 - 7) & = & \log(81(9 - 7)) \\ & \Leftrightarrow \log 81 \cdot 2 & = & \log 162 \quad \text{richtig.} \\ x = -9: & \log(-9)^2 + \log(-9 - 7) & = & \log(81(-9 - 7)) \quad \text{keine Lösung, da der Logarithmus} \\ & & & \text{negativer Zahlen nicht definiert ist.} \end{array}$$

Damit ist die Lösung  $x = 9$ . Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung  $x = 7$  herausgefallen.

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = 7$	<input type="checkbox"/> 2	$x = \log 81$ oder $x = \log 7$	<input type="checkbox"/> 3	$x = 2^7$
<input type="checkbox"/> 4	$x = \log 7$	<input type="checkbox"/> 5	$x = \log 9$ oder $x = \log 7$	<input checked="" type="checkbox"/> 6	$x = 9$
<input type="checkbox"/> 7	$x = \pm 9$	<input type="checkbox"/> 8	$x = \pm 9$ oder $x = 7$	<input type="checkbox"/> 9	$x = 81$ oder $x = 7$
<input type="checkbox"/> 10	$x = 2^9$	<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 81$	<input type="checkbox"/> 12	$x = \log 9$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = 7$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 2	$x = \log 81$ oder $x = \log 7$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 3	$x = 2^7$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 4	$x = \log 7$	DF: am Ende logarithmiert
<input type="checkbox"/> 5	$x = \log 9$ oder $x = \log 7$	DF: am Ende logarithmiert
<input checked="" type="checkbox"/> 6	$x = 9$	richtig
<input type="checkbox"/> 7	$x = \pm 9$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 8	$x = \pm 9$ oder $x = 7$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 9	$x = 81$ oder $x = 7$	DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 10	$x = 2^9$	DF: am Ende potenziert
<input type="checkbox"/> 11	$x = \log 81$	DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 12	$x = \log 9$	DF: am Ende logarithmiert

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Betrag
keine	Grundlagen	Nummer: 73 0 2004020005	Kl: 14G
Grad: 30	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 2.1.6:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 12| = x + 8 + |x + 8|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick der ersten Funktion

$x_2$  = Knick der zweiten Funktion  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 12$   $x_2 = 8$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

### Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $|x + 12| = x + 8 + |x + 8|$  wird zu  $\pm(x + 12) = x + 8 \pm (x + 8)$ .  
Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

$$\begin{aligned} +(\cdot) &= +(\cdot) & (x \geq -8) \\ +(\cdot) &= -(\cdot) & (-12 \leq x \leq -8) \\ -(\cdot) &= -(\cdot) & (x \leq -12) \\ -(\cdot) &= +(\cdot) & (x \leq -12) \text{ und } (x \geq -8) \quad (\text{dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall: } &+(x + 12) = x + 8 + (x + 8) \\ &\Leftrightarrow x = -4 \\ 2. \text{ Fall: } &+(x + 12) = x + 8 - (x + 8) \\ &\Leftrightarrow x = -12 \\ 3. \text{ Fall: } &-(x + 12) = x + 8 - (x + 8) \\ &\Leftrightarrow x = -12 \\ 4. \text{ Fall: } &-(x + 12) = x + 8 + (x + 8) \\ &\Leftrightarrow 3x = -4 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-4}{3} \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall: } x = -4: & \quad | -4 + 12 | = -4 + 8 + | -4 + 8 | \\ & \Leftrightarrow |8| = 4 + |4| \\ & \Leftrightarrow 8 = 8 \quad (\text{richtig}) \\ 2. + 3. \text{ Fall: } x = -12: & \quad | -12 + 12 | = -12 + 8 + | -12 + 8 | \\ & \Leftrightarrow 0 = 0 \quad (\text{richtig}) \\ 4. \text{ Fall: } x = \frac{-4}{3}: & \quad \left| \frac{-4}{3} + 12 \right| = \frac{-4}{3} + 8 + \left| \frac{-4}{3} + 8 \right| \\ & \Leftrightarrow \frac{32}{3} = \frac{20}{3} + \frac{20}{3} \\ & \Leftrightarrow \frac{32}{3} = \frac{40}{3} \quad (\text{falsch}) \end{aligned}$$

Damit ist die Lösung:  $x = -4$  oder  $x = -12$ .

### Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 $\emptyset$	<input type="checkbox"/> 2 $x = \pm 4$ oder $x = \pm 12$	<input type="checkbox"/> 3 $x = -4$ oder $x = \pm 12$ oder $x = \frac{-4}{3}$
<input type="checkbox"/> 4 $x = -12$	<input type="checkbox"/> 5 $x = -4$ oder $x = 12$	<input type="checkbox"/> 6 $x \leq -12$ oder $-4 \leq x$
<input checked="" type="checkbox"/> 7 $x = -4$ oder $x = -12$	<input type="checkbox"/> 8 $x = -4$ oder $x = -12$ oder $x = \frac{-4}{3}$	<input type="checkbox"/> 9 $-12 \leq x \leq -4$
<input type="checkbox"/> 10 $x \neq 0$	<input type="checkbox"/> 11 $x = -4$ oder $x = \pm 12$	<input type="checkbox"/> 12 $x = 8$

### Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 $\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 2 $x = \pm 4$ oder $x = \pm 12$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 3 $x = -4$ oder $x = \pm 12$ oder $x = \frac{-4}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 4 $x = -12$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 5 $x = -4$ oder $x = 12$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 6 $x \leq -12$ oder $-4 \leq x$	DF: Ungleichung gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/> 7 $x = -4$ oder $x = -12$	richtig
<input type="checkbox"/> 8 $x = -4$ oder $x = -12$ oder $x = \frac{-4}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 9 $-12 \leq x \leq -4$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/> 10 $x \neq 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 11 $x = -4$ oder $x = \pm 12$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 12 $x = 8$	DF: geratene Lösung

**Aufgabe 2.1.7:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick im negativen Bereich  
 $x_2$  = Knick im positiven Bereich  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\frac{x-\{x_1+2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x+x_1}{2} \right| = -|x-x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 3$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm$ (Ausdruck) statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $\frac{x-10}{2} + \left| \frac{x+4}{2} \right| = -|x-3|$  wird zu  $\frac{x-10}{2} \pm \left( \frac{x+4}{2} \right) = \mp(x-3)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(\cdot) = -(\cdot)$  ( $x \geq 3$ )     $+(\cdot) = +(\cdot)$  ( $4 \leq x \leq 3$ )     $-(\cdot) = +(\cdot)$  ( $x \leq 4$ )  
 $-(\cdot) = -(\cdot)$  ( $x \leq 4$ ) und ( $x \geq 3$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } \frac{x-10}{2} + \left( \frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall: } \frac{x-10}{2} + \left( \frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= x-3 \\ \Leftrightarrow 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. Fall: } \frac{x-10}{2} - \left( \frac{x+4}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= x-3 \\ \Leftrightarrow x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. Fall: } \frac{x-10}{2} - \left( \frac{x+4}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow -7 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow x &= 10 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall:  $x = 3$ :  $\frac{3-10}{2} + \left| \frac{3+4}{2} \right| = -|3-3|$   
 $\Leftrightarrow \frac{-7}{2} + \frac{3+4}{2} = 0$  (richtig)
2. Fall:  $0 = 0$ : (ist immer richtig)  
Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall:  $x = -4$ :  $\frac{-4-10}{2} + \left| \frac{-4+4}{2} \right| = -|-4-3|$   
 $\Leftrightarrow -7 = -7$  (richtig)
4. Fall:  $x = 10$ :  $\frac{10-10}{2} + \left| \frac{10+4}{2} \right| = -|10-3|$   
 $\Leftrightarrow 7 = -7$  (falsch)

Damit ist die Lösung:  $-4 \leq x \leq 3 =$  Definitionsbereich vom 2. Fall.

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = 3$ oder $x = 10$	<input type="checkbox"/> 2	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 3	$x \geq 3$
<input type="checkbox"/> 4	$x = -4$ oder $x = 10$	<input type="checkbox"/> 5	$x = 0$	<input type="checkbox"/> 6	$x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$
<input type="checkbox"/> 7	$x \leq -4$	<input type="checkbox"/> 8	$x = 3$	<input type="checkbox"/> 9	$x = -4$
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$-4 \leq x \leq 3$	<input type="checkbox"/> 11	$x \leq -4$ oder $x \geq 3$	<input type="checkbox"/> 12	$x = -4$ oder $x = 3$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = 3$ oder $x = 10$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 2	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 3	$x \geq 3$	DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler
<input type="checkbox"/> 4	$x = -4$ oder $x = 10$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 5	$x = 0$	DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt
<input type="checkbox"/> 6	$x = -4$ oder $x = 3$ oder $x = 10$	DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert
<input type="checkbox"/> 7	$x \leq -4$	DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler
<input type="checkbox"/> 8	$x = 3$	DF: 3 + 2. Fall vergessen
<input type="checkbox"/> 9	$x = -4$	DF: 1 + 2. Fall vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$-4 \leq x \leq 3$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$x \leq -4$ oder $x \geq 3$	DF: Relationsfehler
<input type="checkbox"/> 12	$x = -4$ oder $x = 3$	DF: 2. Fall falsch interpretiert

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 87 0 2004020001                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.8:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 14 > \frac{-45}{x}$$

**Parameter:**

$x_1 =$  erste Grenze  
 $x_2 =$  zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$      $x_2 = 9$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 0$ . Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 14 &= \frac{-45}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 14x + 45 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 5 & && x_3 = 9 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 5, 9. Mittels Punktprobe erhalten wir  $0 < x < 5$  oder  $x > 9$ .

**Angebotene Lösungen:**



<input type="checkbox"/> 1	$x < 14$ oder $x > 45$	<input type="checkbox"/> 2	$x < 5$ oder $x < 9$ oder $x < 0$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 5$ oder $x > 9$
<input type="checkbox"/> 4	$x < 0$ oder $5 < x < 9$	<input type="checkbox"/> 5	$x < -5$ oder $x > -9$	<input type="checkbox"/> 6	$x > 5$ oder $x > 9$ oder $x > 0$
<input type="checkbox"/> 7	$-5 < x < 0$ oder $x < -9$	<input type="checkbox"/> 8	$0 < x < 14$ oder $x > 45$	<input type="checkbox"/> 9	$x < -5$ oder $-9 < x < 0$
<input type="checkbox"/> 10	$14 < x < 45$	<input checked="" type="checkbox"/> 10	$0 < x < 5$ oder $x > 9$	<input type="checkbox"/> 12	$0 < x$ oder $14 < x < 45$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x < 14$ oder $x > 45$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 2	$x < 5$ oder $x < 9$ oder $x < 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$x < 5$ oder $x > 9$	RF: 0 als Grenze weggelassen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 4	$x < 0$ oder $5 < x < 9$	RF: < gerechnet
<input type="checkbox"/> 5	$x < -5$ oder $x > -9$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 6	$x > 5$ oder $x > 9$ oder $x > 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$-5 < x < 0$ oder $x < -9$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen
<input type="checkbox"/> 8	$0 < x < 14$ oder $x > 45$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 9	$x < -5$ oder $-9 < x < 0$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 10	$14 < x < 45$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$0 < x < 5$ oder $x > 9$	richtig
<input type="checkbox"/> 12	$0 < x$ oder $14 < x < 45$	DF: Ag nur abgeschrieben

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungsw Webseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>