

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Betrag
keine	Grundlagen	Nummer: 7 0 2004020006	Kl: 14G
Grad: 60	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 2.1.1: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-11}{2} + \left| \frac{x+5}{2} \right| = -|x-3|.$$

Parameter:

x_1 = Knick im negativen Bereich

x_2 = Knick im positiven Bereich $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe \pm (Ausdruck) statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $\frac{x-11}{2} + \left| \frac{x+5}{2} \right| = -|x-3|$ wird zu $\frac{x-11}{2} \pm \left(\frac{x+5}{2} \right) = \mp(x-3)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = -(.)$ ($x \geq 3$) $+(.) = +(.)$ ($5 \leq x \leq 3$) $-(.) = +(.)$ ($x \leq 5$)
 $-(.) = -(.)$ ($x \leq 5$) und ($x \geq 3$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned} \text{1. Fall: } \quad \frac{x-11}{2} + \left(\frac{x+5}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow 2x &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall: } \quad \frac{x-11}{2} + \left(\frac{x+5}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow x-3 &= x-3 \\ \Leftrightarrow 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. Fall: } \quad \frac{x-11}{2} - \left(\frac{x+5}{2} \right) &= +(x-3) \\ \Leftrightarrow -8 &= x-3 \\ \Leftrightarrow x &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. Fall: } \quad \frac{x-11}{2} - \left(\frac{x+5}{2} \right) &= -(x-3) \\ \Leftrightarrow -8 &= -x+3 \\ \Leftrightarrow x &= 11 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall: $x = 3$: $\frac{3-11}{2} + \left|\frac{3+5}{2}\right| = -|3-3|$
 $\Leftrightarrow \frac{-8}{2} + \frac{3+5}{2} = 0$ (richtig)
2. Fall: $0 = 0$: (ist immer richtig)
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall: $x = -5$: $\frac{-5-11}{2} + \left|\frac{-5+5}{2}\right| = -|-5-3|$
 $\Leftrightarrow -8 = -8$ (richtig)
4. Fall: $x = 11$: $\frac{11-11}{2} + \left|\frac{11+5}{2}\right| = -|11-3|$
 $\Leftrightarrow 8 = -8$ (falsch)

Damit ist die Lösung: $-5 \leq x \leq 3 =$ Definitionsbereich vom 2. Fall.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | |
|-----------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = -5$ oder $x = 3$ oder $x = 11$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x \leq -5$ | <input type="checkbox"/> 3 | $x = 0$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x \geq 3$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x = -5$ | <input type="checkbox"/> 6 | \emptyset |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = 3$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x = -5$ oder $x = 3$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x = -5$ oder $x = 11$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 3$ oder $x = 11$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq -5$ oder $x \geq 3$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $-5 \leq x \leq 3$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = -5$ oder $x = 3$ oder $x = 11$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x \leq -5$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x = 0$ | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x \geq 3$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x = -5$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 6 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = 3$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x = -5$ oder $x = 3$ | DF: 2. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x = -5$ oder $x = 11$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 3$ oder $x = 11$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq -5$ oder $x \geq 3$ | DF: Relationsfehler |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $-5 \leq x \leq 3$ | richtig |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größergleich Grundlagen Nummer: 8 0 2004020002 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.2: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-21}{x-10}.$$

Parameter:

$x_1 =$ erste Grenze
 $x_2 =$ zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.

3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 10$ Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-21}{x-10} && | \cdot x - 10 \\ \Leftrightarrow x^2 - 10x + 21 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 3 &&& x_3 = 7 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 3, 7, 10. Mittels Punktprobe erhalten wir $3 \leq x \leq 7$ oder $x > 10$. Beachten Sie, dass 10 nicht im Definitionsbereich ist.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x < 3$ oder $7 < x < 10$ | <input type="checkbox"/> 2 | $10 < x < 21$ | <input type="checkbox"/> 3 | $x > -7$ oder $-3 < x < 10$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $10 < x \leq 21$ | <input type="checkbox"/> 5 | $3 \leq x \leq 7$ | <input type="checkbox"/> 6 | $3 < x < 7$ oder $x > 10$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $3 \leq x \leq 7$ oder $x > 10$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x \leq 3$ oder $7 \leq x < 10$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x > 3$ oder $x > 7$ oder $x > 10$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-7 < x \leq -3$ oder $x > 10$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq -7$ oder $-3 \leq x < 10$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-7 \leq x \leq -3$ oder $x > 10$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x < 3$ oder $7 < x < 10$ | RF: < gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $10 < x < 21$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x > -7$ oder $-3 < x < 10$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $10 < x \leq 21$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $3 \leq x \leq 7$ | DF: 10 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $3 < x < 7$ oder $x > 10$ | RF: > gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $3 \leq x \leq 7$ oder $x > 10$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x \leq 3$ oder $7 \leq x < 10$ | RF: \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x > 3$ oder $x > 7$ oder $x > 10$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-7 < x \leq -3$ oder $x > 10$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq -7$ oder $-3 \leq x < 10$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-7 \leq x \leq -3$ oder $x > 10$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 19 0 2004020001 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.3: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 8 > \frac{-12}{x}$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze
 x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' = ' statt ' > ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 0$. Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 8 &= \frac{-12}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 2 &&& x_3 = 6 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 2, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir $0 < x < 2$ oder $x > 6$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x < 0$ oder $2 < x < 6$	<input type="checkbox"/> 2	$2 < x < 6$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 2$ oder $x > 6$
<input type="checkbox"/> 4	$-2 < x < -6$	<input type="checkbox"/> 5	$x < 8$ oder $x > 12$	<input type="checkbox"/> 6	$x < -2$ oder $x > -6$
<input type="checkbox"/> 7	$x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < 0$	<input checked="" type="checkbox"/> 8	$0 < x < 2$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 9	\emptyset
<input type="checkbox"/> 10	$0 < x < 8$ oder $x > 12$	<input type="checkbox"/> 11	$0 < x$ oder $8 < x < 12$	<input type="checkbox"/> 12	$x < -2$ oder $-6 < x < 0$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x < 0$ oder $2 < x < 6$	RF: < gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	$2 < x < 6$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 3	$x < 2$ oder $x > 6$	RF: 0 als Grenze weggelassen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 4	$-2 < x < -6$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 5	$x < 8$ oder $x > 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 6	$x < -2$ oder $x > -6$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 7	$x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 8	$0 < x < 2$ oder $x > 6$	richtig
<input type="checkbox"/> 9	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 10	$0 < x < 8$ oder $x > 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 11	$0 < x$ oder $8 < x < 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 12	$x < -2$ oder $-6 < x < 0$	RF: - bei Mitternachtsformel vergessen und < gerechnet

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
größer Grundlagen Nummer: 35 0 2004020003 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.4: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 16) \cdot (x - 7)^2 > 0.$$

Parameter:

$x_1 =$ erste Grenze (> 0)
 $x_2 =$ zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung: $(x^2 - 16) \cdot (x - 7)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 7$ oder $x = \pm 4$.
Mittels Punktprobe erhalten wir $x < -4$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$.
Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu $x < -4$ oder $(x > 4$ und $x \neq 7)$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|-----------------------------|--|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x < -7$ oder $-7 < x < -4$ oder $4 < x$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-4 < x < 4$ oder $4 < x < 7$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-7 < x < 7$ oder $7 < x < 16$ | <input type="checkbox"/> 4 | $x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > -7$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-7 < x < -4$ oder $4 < x$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-16 < x < 7$ oder $7 < x < 16$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x < -7$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > -4$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x < -4$ oder $4 < x < 7$ | <input type="checkbox"/> 10 | \emptyset |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < 4$ oder $x < 7$ oder $x < -4$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -4$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x < -7$ oder $-7 < x < -4$ oder $4 < x$ | DF: VZ falsch |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-4 < x < 4$ oder $4 < x < 7$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-7 < x < 7$ oder $7 < x < 16$ | DF: Bereiche falsch und 4 und 7 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > -7$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-7 < x < -4$ oder $4 < x$ | DF: VZ falsch und Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-16 < x < 7$ oder $7 < x < 16$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x < -7$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$ | DF: 4 und 7 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > -4$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x < -4$ oder $4 < x < 7$ | DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 10 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < 4$ oder $x < 7$ oder $x < -4$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -4$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$ | richtig |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 36 0 2004020005 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.5: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 10| = x + 6 + |x + 6|.$$

Parameter:

x_1 = Knick der ersten Funktion
 x_2 = Knick der zweiten Funktion $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10$ $x_2 = 6$.

Erklärung:

- Schritt: Schreibe \pm (Ausdruck) statt $|$ Ausdruck $|$.
- Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
- Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $|x + 10| = x + 6 + |x + 6|$ wird zu $\pm(x + 10) = x + 6 \pm (x + 6)$.
Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

- $+(.) = +(.)$ ($x \geq -6$)
- $+(.) = -(.)$ ($-10 \leq x \leq -6$)
- $-(.) = -(.)$ ($x \leq -10$)
- $-(.) = +(.)$ ($x \leq -10$) und ($x \geq -6$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned}
1. \text{ Fall: } & +(x+10) = x+6+(x+6) \\
& \Leftrightarrow x = -2 \\
2. \text{ Fall: } & +(x+10) = x+6-(x+6) \\
& \Leftrightarrow x = -10 \\
3. \text{ Fall: } & -(x+10) = x+6-(x+6) \\
& \Leftrightarrow x = -10 \\
4. \text{ Fall: } & -(x+10) = x+6+(x+6) \\
& \Leftrightarrow 3x = -2 \\
& \Leftrightarrow x = \frac{-2}{3}
\end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned}
1. \text{ Fall: } \quad x = -2: \quad & |-2+10| = -2+6+|-2+6| \\
& \Leftrightarrow |8| = 4+|4| \\
& \Leftrightarrow 8 = 8 \quad \text{(richtig)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2. + 3. \text{ Fall: } \quad x = -10: \quad & |-10+10| = -10+6+|-10+6| \\
& \Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(richtig)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4. \text{ Fall: } \quad x = \frac{-2}{3}: \quad & \left| \frac{-2}{3} + 10 \right| = \frac{-2}{3} + 6 + \left| \frac{-2}{3} + 6 \right| \\
& \Leftrightarrow \frac{28}{3} = \frac{16}{3} + \frac{16}{3} \\
& \Leftrightarrow \frac{28}{3} = \frac{32}{3} \quad \text{(falsch)}
\end{aligned}$$

Damit ist die Lösung: $x = -2$ oder $x = -10$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 2$ oder $x = 10$	<input type="checkbox"/> 2	$x = \pm 2$ oder $x = \pm 10$	<input type="checkbox"/> 3	$x = 0$
<input type="checkbox"/> 4	$x = -2$ oder $x = \pm 10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	<input checked="" type="checkbox"/> 5	$x = -2$ oder $x = -10$	<input type="checkbox"/> 6	$x = -10$ oder $x = \frac{-2}{3}$
<input type="checkbox"/> 7	$x = 6$	<input type="checkbox"/> 8	$x \neq 0$	<input type="checkbox"/> 9	$x = -2$
<input type="checkbox"/> 10	$x = -2$ oder $x = -10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	<input type="checkbox"/> 11	\emptyset	<input type="checkbox"/> 12	$-10 \leq x \leq -2$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 2$ oder $x = 10$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 2	$x = \pm 2$ oder $x = \pm 10$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 3	$x = 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 4	$x = -2$ oder $x = \pm 10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	DF: Probe vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$x = -2$ oder $x = -10$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$x = -10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 7	$x = 6$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 8	$x \neq 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 9	$x = -2$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 10	$x = -2$ oder $x = -10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 11	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 12	$-10 \leq x \leq -2$	DF: Ungleichung gerechnet

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 38 0 2004020004 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.6: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 19| = |x + 46|.$$

Parameter:

x_1 = erste Lösung
 x_2 = zweite Lösung $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also: $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 19$ $x_2 = 46$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $2 \cdot |x + 19| = |x + 46|$ wird zu $\pm 2 \cdot (x + 19) = \pm(x + 46)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = +(.)$, $+(.) = -(.)$, $-(.) = +(.)$ und $-(.) = -(.)$, wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall): } & +2 \cdot (x + 19) = +(x + 46) \\ & \Leftrightarrow 2x + 38 = x + 46 \\ & \Leftrightarrow x = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall): } & +2 \cdot (x + 19) = -(x + 46) \\ & \Leftrightarrow 2x + 38 = -x - 46 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-84}{3} = -28 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes: $2 \cdot |8 + 19| = |8 + 46|$ (richtig) und $2 \cdot |-28 + 19| = |-28 + 46|$ (auch richtig).

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 28	<input type="checkbox"/> 2 19 oder 46	<input type="checkbox"/> 3 $\pm(8)$ oder $\pm(28)$	<input type="checkbox"/> 4 \emptyset
<input type="checkbox"/> 5 -8 oder 28	<input type="checkbox"/> 6 ± 19 oder ± 46	<input type="checkbox"/> 7 8	<input type="checkbox"/> 8 8 oder -8
<input checked="" type="checkbox"/> 8 oder -28	<input type="checkbox"/> 10 -28	<input type="checkbox"/> 11 -28 oder 28	<input type="checkbox"/> 12 -8

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 28	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 2 19 oder 46	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 3 $\pm(8)$ oder $\pm(28)$	DF: \pm vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 4 \emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 5 -8 oder 28	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 6 ± 19 oder ± 46	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und \pm davor geschrieben
<input type="checkbox"/> 7 8	DF: Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 8 8 oder -8	DF: \pm vor die erste Lösung geschrieben
<input checked="" type="checkbox"/> 8 oder -28	richtig
<input type="checkbox"/> 10 -28	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 11 -28 oder 28	DF: \pm vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 12 -8	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
keine Grundlagen Nummer: 61 0 2004020007 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.7: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 2) = \log(25(x - 2)).$$

Parameter:

x_1 = zwei Nullstellen
 x_2 = dritte Nullstelle $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 2$.

Erklärung:

Fassen Sie zuerst die Logarithmusterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

Rechnung:

Wir fassen zunächst die Logarithmusterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 2) = \log(25(x - 2)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 2)) = \log(25(x - 2)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 2)) = (25(x - 2)) \Leftrightarrow (x^2 - 25) \cdot (x - 2) = 0, \text{ also } x = \pm 5 \text{ oder } x = 2.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 2:$	$\log 2^2 + \log(2 - 2)$	$= \log(25(2 - 2))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 5:$	$\log 5^2 + \log(5 - 2)$	$= \log(25(5 - 2))$	
	$\Leftrightarrow \log 25 \cdot 3$	$= \log 75$	richtig.
$x = -5:$	$\log(-5)^2 + \log(-5 - 2)$	$= \log(25(-5 - 2))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung $x = 5$. Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung $x = 2$ herausgefallen.

Angebote Lösungen:

- | | | | | | |
|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|---------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = 25$ oder $x = 2$ | <input type="checkbox"/> 2 | $x = \pm 5$ | <input type="checkbox"/> 3 | $x = 2^5$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = 2^5$ oder $x = 2^2$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x = 25$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x = \pm 5$ oder $x = 2$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = 2^2$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x = 2$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x = \log 2$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = \log 5$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x = \log 25$ | <input checked="" type="checkbox"/> | $x = 5$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = 25$ oder $x = 2$ | DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 2 | $x = \pm 5$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x = 2^5$ | DF: am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 4 | $x = 2^5$ oder $x = 2^2$ | DF: am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x = 25$ | DF: Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x = \pm 5$ oder $x = 2$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = 2^2$ | DF: am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x = 2$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x = \log 2$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = \log 5$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x = \log 25$ | DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen |
| <input checked="" type="checkbox"/> | $x = 5$ | richtig |

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Logarithmen
keine	Grundlagen	Nummer: 101 0 2005020008	Kl: 14G
Grad: 30	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 2.1.8: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$49^x - \frac{5}{49} 7^{x+2} = 24.$$

Parameter:

$x_1 =$ Basis der Potenz $1 < x_1 \neq x_2$

x_2, x_3 Nullstellen $1 < x_3 < x_2$

x_4 Summand im Exponent $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also: $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2 - x_3}{x_1^{x_4}}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 8$ $x_3 = 3$ $x_4 = 2$.

Erklärung:

Substituieren Sie $7^x = u$. Beachten Sie dabei, dass $7^{x+1} = u \cdot 7$ und $49^x = 7^x \cdot 7^x = u^2$ ist.

Rechnung:

Wir substituieren $7^x = u$. Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 49^x - \frac{5}{49} 7^{x+2} &= 24 \Leftrightarrow u^2 - \frac{5}{49} u \cdot 7^2 = 24 \\ \Leftrightarrow u^2 - 5u - 24 &= 0 \Leftrightarrow u = 8 \text{ oder } u = -3 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution $u = 7^x$ oder $x = \log_7(u)$. Weil 7^x nicht negativ sein kann fällt die Lösung $u = -3$ weg und die Lösung ist $x = \log_7(8)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------|--|-------------------------------|-----------------------------|--------------------|-----------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 8^7 oder $(-3)^7$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\log_7(8)$ oder $-\log_7(3)$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{5}{49} - 2$ | <input type="checkbox"/> 4 | unlösbar |
| <input type="checkbox"/> 5 | 7^8 | <input type="checkbox"/> 6 | 7^8 oder 7^{-3} | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1176}{5}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{5}{7}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{49}{120}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\log_7(8)$ | <input type="checkbox"/> 11 | 8^7 | <input type="checkbox"/> 12 | $\log_8(7)$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|-------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 8^7 oder $(-3)^7$ | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\log_7(8)$ oder $-\log_7(3)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{5}{49} - 2$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 | unlösbar | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 | 7^8 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 6 | 7^8 oder 7^{-3} | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1176}{5}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{5}{7}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{49}{120}$ | DF: Lösung geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\log_7(8)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | 8^7 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\log_8(7)$ | DF: falsch logarithmiert |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>