

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2**

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Betrag
keine	Grundlagen	Nummer: 7 0 2004020006	Kl: 14G
Grad: 60	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 2.1.1:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-11}{2} + \left| \frac{x+5}{2} \right| = -|x-3|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick im negativen Bereich

$x_2$  = Knick im positiven Bereich  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$   $x_2 = 3$ .

**Erklärung:**

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $\frac{x-11}{2} + \left| \frac{x+5}{2} \right| = -|x-3|$  wird zu  $\frac{x-11}{2} \pm \left( \frac{x+5}{2} \right) = \mp(x-3)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(.) = -(.)$  ( $x \geq 3$ )  $+(.) = +(.)$  ( $5 \leq x \leq 3$ )  $-(.) = +(.)$  ( $x \leq 5$ )  $-(.) = -(.)$  ( $x \leq 5$ ) und ( $x \geq 3$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

1. Fall:  $\frac{x-11}{2} + \left( \frac{x+5}{2} \right) = -(x-3)$   
 $\Leftrightarrow x-3 = -x+3$   
 $\Leftrightarrow 2x = 6$   
 $\Leftrightarrow x = 3$
2. Fall:  $\frac{x-11}{2} + \left( \frac{x+5}{2} \right) = +(x-3)$   
 $\Leftrightarrow x-3 = x-3$   
 $\Leftrightarrow 0 = 0$
3. Fall:  $\frac{x-11}{2} - \left( \frac{x+5}{2} \right) = +(x-3)$   
 $\Leftrightarrow -8 = x-3$   
 $\Leftrightarrow x = -5$
4. Fall:  $\frac{x-11}{2} - \left( \frac{x+5}{2} \right) = -(x-3)$   
 $\Leftrightarrow -8 = -x+3$   
 $\Leftrightarrow x = 11$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall:  $x = 3$ :  $\frac{3-11}{2} + \left|\frac{3+5}{2}\right| = -|3-3|$   
 $\Leftrightarrow \frac{-8}{2} + \frac{3+5}{2} = 0$  (richtig)
2. Fall:  $0 = 0$ : (ist immer richtig)  
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall:  $x = -5$ :  $\frac{-5-11}{2} + \left|\frac{-5+5}{2}\right| = -|-5-3|$   
 $\Leftrightarrow -8 = -8$  (richtig)
4. Fall:  $x = 11$ :  $\frac{11-11}{2} + \left|\frac{11+5}{2}\right| = -|11-3|$   
 $\Leftrightarrow 8 = -8$  (falsch)

Damit ist die Lösung:  $-5 \leq x \leq 3 =$  Definitionsbereich vom 2. Fall.

**Angebotene Lösungen:**

- |                             |                                     |                             |                             |                                       |                        |
|-----------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1  | $x = -5$ oder $x = 3$ oder $x = 11$ | <input type="checkbox"/> 2  | $x \leq -5$                 | <input type="checkbox"/> 3            | $x = 0$                |
| <input type="checkbox"/> 4  | $x \geq 3$                          | <input type="checkbox"/> 5  | $x = -5$                    | <input type="checkbox"/> 6            | $\emptyset$            |
| <input type="checkbox"/> 7  | $x = 3$                             | <input type="checkbox"/> 8  | $x = -5$ oder $x = 3$       | <input type="checkbox"/> 9            | $x = -5$ oder $x = 11$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = 3$ oder $x = 11$               | <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq -5$ oder $x \geq 3$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $-5 \leq x \leq 3$     |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                                     |  |
|---------------------------------------|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x = -5$ oder $x = 3$ oder $x = 11$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert                   |
| <input type="checkbox"/> 2            | $x \leq -5$                         | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler            |
| <input type="checkbox"/> 3            | $x = 0$                             | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt             |
| <input type="checkbox"/> 4            | $x \geq 3$                          | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler            |
| <input type="checkbox"/> 5            | $x = -5$                            | DF: 1 + 2. Fall vergessen                              |
| <input type="checkbox"/> 6            | $\emptyset$                         | DF: es gibt Lösungen                                   |
| <input type="checkbox"/> 7            | $x = 3$                             | DF: 3 + 2. Fall vergessen                              |
| <input type="checkbox"/> 8            | $x = -5$ oder $x = 3$               | DF: 2. Fall falsch interpretiert                       |
| <input type="checkbox"/> 9            | $x = -5$ oder $x = 11$              | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10           | $x = 3$ oder $x = 11$               | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x \leq -5$ oder $x \geq 3$         | DF: Relationsfehler                                    |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $-5 \leq x \leq 3$                  | richtig  |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größergleich              Grundlagen              Nummer: 8 0 2004020002      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20      Quelle: keine      W

**Aufgabe 2.1.2:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-21}{x-10}.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  erste Grenze  
 $x_2 =$  zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$        $x_2 = 7$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.

3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 10$  Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-21}{x-10} && | \cdot x - 10 \\ \Leftrightarrow x^2 - 10x + 21 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 3 &&& x_3 = 7 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 3, 7, 10. Mittels Punktprobe erhalten wir  $3 \leq x \leq 7$  oder  $x > 10$ . Beachten Sie, dass 10 nicht im Definitionsbereich ist.

**Angebotene Lösungen:**

- |                                       |                                 |                             |                                   |                             |                                    |
|---------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x < 3$ oder $7 < x < 10$       | <input type="checkbox"/> 2  | $10 < x < 21$                     | <input type="checkbox"/> 3  | $x > -7$ oder $-3 < x < 10$        |
| <input type="checkbox"/> 4            | $10 < x \leq 21$                | <input type="checkbox"/> 5  | $3 \leq x \leq 7$                 | <input type="checkbox"/> 6  | $3 < x < 7$ oder $x > 10$          |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $3 \leq x \leq 7$ oder $x > 10$ | <input type="checkbox"/> 8  | $x \leq 3$ oder $7 \leq x < 10$   | <input type="checkbox"/> 9  | $x > 3$ oder $x > 7$ oder $x > 10$ |
| <input type="checkbox"/> 10           | $-7 < x \leq -3$ oder $x > 10$  | <input type="checkbox"/> 11 | $x \leq -7$ oder $-3 \leq x < 10$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-7 \leq x \leq -3$ oder $x > 10$  |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                                    |   |
|---------------------------------------|------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x < 3$ oder $7 < x < 10$          | RF: < gerechnet   |
| <input type="checkbox"/> 2            | $10 < x < 21$                      | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet                     |
| <input type="checkbox"/> 3            | $x > -7$ oder $-3 < x < 10$        | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und $\leq$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 4            | $10 < x \leq 21$                   | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet                     |
| <input type="checkbox"/> 5            | $3 \leq x \leq 7$                  | DF: 10 als Grenze weggelassen                               |
| <input type="checkbox"/> 6            | $3 < x < 7$ oder $x > 10$          | RF: > gerechnet   |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $3 \leq x \leq 7$ oder $x > 10$    | richtig   |
| <input type="checkbox"/> 8            | $x \leq 3$ oder $7 \leq x < 10$    | RF: $\leq$ gerechnet  |
| <input type="checkbox"/> 9            | $x > 3$ oder $x > 7$ oder $x > 10$ | DF: < Rechnen nicht verstanden                              |
| <input type="checkbox"/> 10           | $-7 < x \leq -3$ oder $x > 10$     | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen                      |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x \leq -7$ oder $-3 \leq x < 10$  | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und $\leq$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12           | $-7 \leq x \leq -3$ oder $x > 10$  | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen                      |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 19 0 2004020001                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.3:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 8 > \frac{-12}{x}$$

**Parameter:**

$x_1$  = erste Grenze  
 $x_2$  = zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$        $x_2 = 6$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' = ' statt ' > ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Die Definitionslücke ist bei  $x_1 = 0$ . Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x - 8 &= \frac{-12}{x} \cdot x \\ \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 &= 0 && \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 2 &&& x_3 = 6 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 0, 2, 6. Mittels Punktprobe erhalten wir  $0 < x < 2$  oder  $x > 6$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x < 0$ oder $2 < x < 6$	<input type="checkbox"/> 2	$2 < x < 6$	<input type="checkbox"/> 3	$x < 2$ oder $x > 6$
<input type="checkbox"/> 4	$-2 < x < -6$	<input type="checkbox"/> 5	$x < 8$ oder $x > 12$	<input type="checkbox"/> 6	$x < -2$ oder $x > -6$
<input type="checkbox"/> 7	$x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < 0$	<input checked="" type="checkbox"/> 8	$0 < x < 2$ oder $x > 6$	<input type="checkbox"/> 9	$\emptyset$
<input type="checkbox"/> 10	$0 < x < 8$ oder $x > 12$	<input type="checkbox"/> 11	$0 < x$ oder $8 < x < 12$	<input type="checkbox"/> 12	$x < -2$ oder $-6 < x < 0$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x < 0$ oder $2 < x < 6$	RF: < gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	$2 < x < 6$	RF: 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 3	$x < 2$ oder $x > 6$	RF: 0 als Grenze weggelassen und < gerechnet
<input type="checkbox"/> 4	$-2 < x < -6$	RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 5	$x < 8$ oder $x > 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 6	$x < -2$ oder $x > -6$	RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen
<input type="checkbox"/> 7	$x < 2$ oder $x < 6$ oder $x < 0$	DF: < Rechnen nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 8	$0 < x < 2$ oder $x > 6$	richtig
<input type="checkbox"/> 9	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 10	$0 < x < 8$ oder $x > 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 11	$0 < x$ oder $8 < x < 12$	DF: Ag nur abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 12	$x < -2$ oder $-6 < x < 0$	RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und < gerechnet

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.4                      Ungleichungen  
 größer                      Grundlagen                      Nummer: 35 0 2004020003                      Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 20                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.4:** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 16) \cdot (x - 7)^2 > 0.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  erste Grenze ( $> 0$ )  
 $x_2 =$  zweite Grenze ( $0 < x_1 < x_2$ )

Die Ungleichung lautet also:  $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$        $x_2 = 7$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

**Rechnung:**

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:  $(x^2 - 16) \cdot (x - 7)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 7$  oder  $x = \pm 4$ .  
Mittels Punktprobe erhalten wir  $x < -4$  oder  $4 < x < 7$  oder  $7 < x$ .  
Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu  $x < -4$  oder  $(x > 4$  und  $x \neq 7)$ .

**Angeborene Lösungen:**

- |                             |  |                                       |  |
|-----------------------------|--|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1  | $x < -7$ oder $-7 < x < -4$ oder $4 < x$ | <input type="checkbox"/> 2            | $-4 < x < 4$ oder $4 < x < 7$          |
| <input type="checkbox"/> 3  | $-7 < x < 7$ oder $7 < x < 16$           | <input type="checkbox"/> 4            | $x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > -7$     |
| <input type="checkbox"/> 5  | $-7 < x < -4$ oder $4 < x$               | <input type="checkbox"/> 6            | $-16 < x < 7$ oder $7 < x < 16$        |
| <input type="checkbox"/> 7  | $x < -7$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$   | <input type="checkbox"/> 8            | $x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > -4$     |
| <input type="checkbox"/> 9  | $x < -4$ oder $4 < x < 7$                | <input type="checkbox"/> 10           | $\emptyset$                            |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < 4$ oder $x < 7$ oder $x < -4$       | <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -4$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |  |  |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x < -7$ oder $-7 < x < -4$ oder $4 < x$ | DF: VZ falsch  |
| <input type="checkbox"/> 2            | $-4 < x < 4$ oder $4 < x < 7$            | DF: Bereiche falsch  |
| <input type="checkbox"/> 3            | $-7 < x < 7$ oder $7 < x < 16$           | DF: Bereiche falsch und 4 und 7 vertauscht                   |
| <input type="checkbox"/> 4            | $x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > -7$       | DF: < Rechnen nicht verstanden                               |
| <input type="checkbox"/> 5            | $-7 < x < -4$ oder $4 < x$               | DF: VZ falsch und Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 6            | $-16 < x < 7$ oder $7 < x < 16$          | DF: Bereiche falsch  |
| <input type="checkbox"/> 7            | $x < -7$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$   | DF: 4 und 7 vertauscht                                       |
| <input type="checkbox"/> 8            | $x > 4$ oder $x > 7$ oder $x > -4$       | DF: < Rechnen nicht verstanden                               |
| <input type="checkbox"/> 9            | $x < -4$ oder $4 < x < 7$                | DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt               |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\emptyset$                              | DF: es gibt Lösungen   |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x < 4$ oder $x < 7$ oder $x < -4$       | DF: < Rechnen nicht verstanden                               |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $x < -4$ oder $4 < x < 7$ oder $7 < x$   | richtig  |

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 36 0 2004020005                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.5:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 10| = x + 6 + |x + 6|.$$

**Parameter:**

$x_1$  = Knick der ersten Funktion  
 $x_2$  = Knick der zweiten Funktion  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 10$        $x_2 = 6$ .

**Erklärung:**

- Schritt: Schreibe  $\pm$ (Ausdruck ) statt  $|$ Ausdruck  $|$ .
- Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
- Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

**Rechnung:**

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $|x + 10| = x + 6 + |x + 6|$  wird zu  $\pm(x + 10) = x + 6 \pm (x + 6)$ .  
Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

- $+(.) = +(.)$  ( $x \geq -6$ )
- $+(.) = -(.)$  ( $-10 \leq x \leq -6$ )
- $-(.) = -(.)$  ( $x \leq -10$ )
- $-(.) = +(.)$  ( $x \leq -10$ ) und ( $x \geq -6$ ) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

$$\begin{aligned}
1. \text{ Fall: } & +(x+10) = x+6+(x+6) \\
& \Leftrightarrow x = -2 \\
2. \text{ Fall: } & +(x+10) = x+6-(x+6) \\
& \Leftrightarrow x = -10 \\
3. \text{ Fall: } & -(x+10) = x+6-(x+6) \\
& \Leftrightarrow x = -10 \\
4. \text{ Fall: } & -(x+10) = x+6+(x+6) \\
& \Leftrightarrow 3x = -2 \\
& \Leftrightarrow x = \frac{-2}{3}
\end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:

$$\begin{aligned}
1. \text{ Fall: } & x = -2: \quad |-2+10| = -2+6+|-2+6| \\
& \Leftrightarrow |8| = 4+|4| \\
& \Leftrightarrow 8 = 8 \quad \text{(richtig)} \\
2. + 3. \text{ Fall: } & x = -10: \quad |-10+10| = -10+6+|-10+6| \\
& \Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(richtig)} \\
4. \text{ Fall: } & x = \frac{-2}{3}: \quad \left| \frac{-2}{3} + 10 \right| = \frac{-2}{3} + 6 + \left| \frac{-2}{3} + 6 \right| \\
& \Leftrightarrow \frac{32}{3} = \frac{16}{3} + \frac{16}{3} \\
& \Leftrightarrow \frac{32}{3} = \frac{32}{3} \quad \text{(falsch)}
\end{aligned}$$

Damit ist die Lösung:  $x = -2$  oder  $x = -10$ .

### Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 2$ oder $x = 10$	<input type="checkbox"/> 2	$x = \pm 2$ oder $x = \pm 10$	<input type="checkbox"/> 3	$x = 0$
<input type="checkbox"/> 4	$x = -2$ oder $x = \pm 10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	<input checked="" type="checkbox"/> 5	$x = -2$ oder $x = -10$	<input type="checkbox"/> 6	$x = -10$ oder $x = \frac{-2}{3}$
<input type="checkbox"/> 7	$x = 6$	<input type="checkbox"/> 8	$x \neq 0$	<input type="checkbox"/> 9	$x = -2$
<input type="checkbox"/> 10	$x = -2$ oder $x = -10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	<input type="checkbox"/> 11	$\emptyset$	<input type="checkbox"/> 12	$-10 \leq x \leq -2$

### Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x = 2$ oder $x = 10$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 2	$x = \pm 2$ oder $x = \pm 10$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/> 3	$x = 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 4	$x = -2$ oder $x = \pm 10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	DF: Probe vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$x = -2$ oder $x = -10$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$x = -10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 7	$x = 6$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 8	$x \neq 0$	DF: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 9	$x = -2$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/> 10	$x = -2$ oder $x = -10$ oder $x = \frac{-2}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/> 11	$\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 12	$-10 \leq x \leq -2$	DF: Ungleichung gerechnet

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Betrag  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 38 0 2004020004                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.6:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 19| = |x + 46|.$$

### Parameter:

$x_1$  = erste Lösung  
 $x_2$  = zweite Lösung  $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also:  $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 19$   $x_2 = 46$ .

### Erklärung:

1. Schritt: Schreibe  $\pm(\text{Ausdruck})$  statt  $|\text{Ausdruck}|$ .
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

### Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf:  $2 \cdot |x + 19| = |x + 46|$  wird zu  $\pm 2 \cdot (x + 19) = \pm(x + 46)$ . Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:  $+(.) = +(.)$ ,  $+(.) = -(.)$ ,  $-(.) = +(.)$  und  $-(.) = -(.)$ , wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} 1. \text{ Fall (= 4. Fall): } & +2 \cdot (x + 19) = +(x + 46) \\ & \Leftrightarrow 2x + 38 = x + 46 \\ & \Leftrightarrow x = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Fall (= 3. Fall): } & +2 \cdot (x + 19) = -(x + 46) \\ & \Leftrightarrow 2x + 38 = -x - 46 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-84}{3} = -28 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes:  $2 \cdot |8 + 19| = |8 + 46|$  (richtig) und  $2 \cdot |-28 + 19| = |-28 + 46|$  (auch richtig).

### Angebote Lösung:

<input type="checkbox"/> 1 28	<input type="checkbox"/> 2 19 oder 46	<input type="checkbox"/> 3 $\pm(8)$ oder $\pm(28)$	<input type="checkbox"/> 4 $\emptyset$
<input type="checkbox"/> 5 -8 oder 28	<input type="checkbox"/> 6 $\pm 19$ oder $\pm 46$	<input type="checkbox"/> 7 8	<input type="checkbox"/> 8 8 oder -8
<input checked="" type="checkbox"/> 8 oder -28	<input type="checkbox"/> 10 -28	<input type="checkbox"/> 11 -28 oder 28	<input type="checkbox"/> 12 -8

### Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 28	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 2 19 oder 46	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 3 $\pm(8)$ oder $\pm(28)$	DF: $\pm$ vor beide Lösungen geschrieben
<input type="checkbox"/> 4 $\emptyset$	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 5 -8 oder 28	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 6 $\pm 19$ oder $\pm 46$	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und $\pm$ davor geschrieben
<input type="checkbox"/> 7 8	DF: Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 8 8 oder -8	DF: $\pm$ vor die erste Lösung geschrieben
<input checked="" type="checkbox"/> 8 oder -28	richtig
<input type="checkbox"/> 10 -28	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 11 -28 oder 28	DF: $\pm$ vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 12 -8	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen

MV 04                      Blatt 02                      Kapitel 2.5                      Logarithmen  
keine                      Grundlagen                      Nummer: 61 0 2004020007                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 2.1.7:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 2) = \log(25(x - 2)).$$

### Parameter:

$x_1 =$  zwei Nullstellen

$x_2 =$  dritte Nullstelle  $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also:  $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$   $x_2 = 2$ .

**Erklärung:**

Fassen Sie zuerst die Logarithmusterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

**Rechnung:**

Wir fassen zunächst die Logarithmusterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 2) = \log(25(x - 2)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 2)) = \log(25(x - 2)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 2)) = (25(x - 2)) \Leftrightarrow (x^2 - 25) \cdot (x - 2) = 0, \text{ also } x = \pm 5 \text{ oder } x = 2.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 2:$	$\log 2^2 + \log(2 - 2)$	$= \log(25(2 - 2))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 5:$	$\log 5^2 + \log(5 - 2)$	$= \log(25(5 - 2))$	
	$\Leftrightarrow \log 25 \cdot 3$	$= \log 75$	richtig.
$x = -5:$	$\log(-5)^2 + \log(-5 - 2)$	$= \log(25(-5 - 2))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung  $x = 5$ . Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung  $x = 2$  herausgefallen.

**Angeborene Lösungen:**

- |                             |                          |                             |               |                                     |                          |
|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|---------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1  | $x = 25$ oder $x = 2$    | <input type="checkbox"/> 2  | $x = \pm 5$   | <input type="checkbox"/> 3          | $x = 2^5$                |
| <input type="checkbox"/> 4  | $x = 2^5$ oder $x = 2^2$ | <input type="checkbox"/> 5  | $x = 25$      | <input type="checkbox"/> 6          | $x = \pm 5$ oder $x = 2$ |
| <input type="checkbox"/> 7  | $x = 2^2$                | <input type="checkbox"/> 8  | $x = 2$       | <input type="checkbox"/> 9          | $x = \log 2$             |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = \log 5$             | <input type="checkbox"/> 11 | $x = \log 25$ | <input checked="" type="checkbox"/> | $x = 5$                  |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                     |                          |  |
|-------------------------------------|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1          | $x = 25$ oder $x = 2$    | DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen       |
| <input type="checkbox"/> 2          | $x = \pm 5$              | DF: Probe vergessen                                |
| <input type="checkbox"/> 3          | $x = 2^5$                | DF: am Ende potenziert                             |
| <input type="checkbox"/> 4          | $x = 2^5$ oder $x = 2^2$ | DF: am Ende potenziert                             |
| <input type="checkbox"/> 5          | $x = 25$                 | DF: Wurzel nicht gezogen                           |
| <input type="checkbox"/> 6          | $x = \pm 5$ oder $x = 2$ | DF: Probe vergessen                                |
| <input type="checkbox"/> 7          | $x = 2^2$                | DF: am Ende potenziert                             |
| <input type="checkbox"/> 8          | $x = 2$                  | DF: Probe vergessen                                |
| <input type="checkbox"/> 9          | $x = \log 2$             | DF: am Ende logarithmiert                          |
| <input type="checkbox"/> 10         | $x = \log 5$             | DF: am Ende logarithmiert                          |
| <input type="checkbox"/> 11         | $x = \log 25$            | DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen |
| <input checked="" type="checkbox"/> | $x = 5$                  | richtig  |

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.5	Logarithmen
keine	Grundlagen	Nummer: 101 0 2005020008	Kl: 14G
Grad: 30	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 2.1.8:** Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$49^x - \frac{5}{49} 7^{x+2} = 24.$$

**Parameter:**

$x_1 =$  Basis der Potenz  $1 < x_1 \neq x_2$

$x_2, x_3$  Nullstellen  $1 < x_3 < x_2$

$x_4$  Summand im Exponent  $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also:  $\{x_1^2\}^x - \left\{\frac{x_2 - x_3}{x_1^{x_4}}\right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7$     $x_2 = 8$     $x_3 = 3$     $x_4 = 2$ .

**Erklärung:**



Substituieren Sie  $7^x = u$ . Beachten Sie dabei, dass  $7^{x+1} = u \cdot 7$  und  $49^x = 7^x \cdot 7^x = u^2$  ist.

**Rechnung:**

Wir substituieren  $7^x = u$ . Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} 49^x - \frac{5}{49} 7^{x+2} &= 24 \Leftrightarrow u^2 - \frac{5}{49} u \cdot 7^2 = 24 \\ \Leftrightarrow u^2 - 5u - 24 &= 0 \Leftrightarrow u = 8 \text{ oder } u = -3 \end{aligned}$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution  $u = 7^x$  oder  $x = \log_7(u)$ . Weil  $7^x$  nicht negativ sein kann fällt die Lösung  $u = -3$  weg und die Lösung ist  $x = \log_7(8)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |  |  |   |  |
|--|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $8^7$ oder $(-3)^7$ | <input type="checkbox"/> 2 $\log_7(8)$ oder $-\log_7(3)$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{5}{49} - 2$ | <input type="checkbox"/> 4 unlösbar      |
| <input type="checkbox"/> 5 $7^8$               | <input type="checkbox"/> 6 $7^8$ oder $7^{-3}$           | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{1176}{5}$   | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{7}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{49}{120}$    | <input checked="" type="checkbox"/> $\log_7(8)$          | <input type="checkbox"/> 11 $8^7$             | <input type="checkbox"/> 12 $\log_8(7)$  |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $8^7$ oder $(-3)^7$           | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 2 $\log_7(8)$ oder $-\log_7(3)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{5}{49} - 2$            | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 4 unlösbar                      | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 5 $7^8$                         | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 6 $7^8$ oder $7^{-3}$           | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{1176}{5}$              | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{7}$                 | DF: Lösung geraten       |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{49}{120}$              | DF: Lösung geraten       |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\log_7(8)$          | richtig                  |
| <input type="checkbox"/> 11 $8^7$                        | DF: Am Ende potenziert   |
| <input type="checkbox"/> 12 $\log_8(7)$                  | DF: falsch logarithmiert |

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>