

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 2

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 2 0 2004020003 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.1: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$(x^2 - 25) \cdot (x - 7)^2 > 0.$$

Parameter:

$x_1 =$ erste Grenze (> 0)

$x_2 =$ zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $(x^2 - \{x_1 \cdot x_1\}) \cdot (x - x_2)^2 > 0$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung: $(x^2 - 25) \cdot (x - 7)^2 > 0 \Leftrightarrow x = 7$ oder $x = \pm 5$.

Mittels Punktprobe erhalten wir $x < -5$ oder $5 < x < 7$ oder $7 < x$.

Diese Lösungsmenge ist äquivalent zu $x < -5$ oder $(x > 5$ und $x \neq 7)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|-----------------------------|--|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x > 5$ oder $x > 7$ oder $x > -7$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-5 < x < 5$ oder $5 < x < 7$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-7 < x < 7$ oder $7 < x < 25$ | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $x < -5$ oder $5 < x < 7$ oder $7 < x$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x < -7$ oder $-7 < x < -5$ oder $5 < x$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x < -7$ oder $5 < x < 7$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-25 < x < 7$ oder $7 < x < 25$ | <input type="checkbox"/> 8 | \emptyset |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x < -7$ oder $5 < x < 7$ oder $7 < x$ | <input type="checkbox"/> 10 | $x < 5$ oder $x < 7$ oder $x < -7$ |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < -5$ oder $5 < x < 7$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-7 < x < 7$ oder $25 < x$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x > 5$ oder $x > 7$ oder $x > -7$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-5 < x < 5$ oder $5 < x < 7$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-7 < x < 7$ oder $7 < x < 25$ | DF: Bereiche falsch und 5 und 7 vertauscht |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $x < -5$ oder $5 < x < 7$ oder $7 < x$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x < -7$ oder $-7 < x < -5$ oder $5 < x$ | DF: VZ falsch |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x < -7$ oder $5 < x < 7$ | DF: 5 und 7 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-25 < x < 7$ oder $7 < x < 25$ | DF: Bereiche falsch |
| <input type="checkbox"/> 8 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x < -7$ oder $5 < x < 7$ oder $7 < x$ | DF: 5 und 7 vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x < 5$ oder $x < 7$ oder $x < -7$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 | $x < -5$ oder $5 < x < 7$ | DF: Punktprobe nicht bis zum Ende durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-7 < x < 7$ oder $25 < x$ | DF: Bereiche falsch und 5 und 7 vertauscht |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
 keine Grundlagen Nummer: 10 0 2004020004 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.2: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$2 \cdot |x + 14.5| = |x + 37|.$$

Parameter:

x_1 = erste Lösung

x_2 = zweite Lösung $x_n > 0$

Die Gleichung lautet also: $2 \cdot |x + x_1| = |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 14.5$ $x_2 = 37$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $2 \cdot |x + 14.5| = |x + 37|$ wird zu $\pm 2 \cdot (x + 14.5) = \pm(x + 37)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = +(.)$, $+(.) = -(.)$, $-(.) = +(.)$ und $-(.) = -(.)$, wobei die letzten Fälle äquivalent zu den ersten Fällen sind.

$$\begin{aligned} \text{1. Fall (= 4. Fall): } & +2 \cdot (x + 14.5) = +(x + 37) \\ & \Leftrightarrow 2x + 29 = x + 37 \\ & \Leftrightarrow x = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. Fall (= 3. Fall): } & +2 \cdot (x + 14.5) = -(x + 37) \\ & \Leftrightarrow 2x + 29 = -x - 37 \\ & \Leftrightarrow x = \frac{-66}{3} = -22 \end{aligned}$$

Die Probe ergibt folgendes: $2 \cdot |8 + 14.5| = |8 + 37|$ (richtig) und $2 \cdot |-22 + 14.5| = |-22 + 37|$ (auch richtig).

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 8 oder -8	<input type="checkbox"/> 2 8	<input type="checkbox"/> 3 -8 oder 22	<input type="checkbox"/> 4 -22
<input type="checkbox"/> 5 ± 14.5 oder ± 37	<input type="checkbox"/> 6 -22 oder 22	<input type="checkbox"/> 7 22	<input type="checkbox"/> 8 \emptyset
<input type="checkbox"/> 9 14.5 oder 37	<input type="checkbox"/> 10 -8	<input checked="" type="checkbox"/> 8 oder -22	<input type="checkbox"/> 12 $\pm(8)$ oder $\pm(22)$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 8 oder -8	DF: \pm vor die erste Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 2 8	DF: Fall 2,3 vergessen
<input type="checkbox"/> 3 -8 oder 22	DF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 4 -22	DF: Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 5 ± 14.5 oder ± 37	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben und \pm davor geschrieben
<input type="checkbox"/> 6 -22 oder 22	DF: \pm vor die zweite Lösung geschrieben
<input type="checkbox"/> 7 22	DF: falsches Vorzeichen und Fall 1,4 vergessen
<input type="checkbox"/> 8 \emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/> 9 14.5 oder 37	DF: Zahlen aus dem Aufgabentext abgeschrieben
<input type="checkbox"/> 10 -8	DF: falsches Vorzeichen und Fall 2,3 vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 8 oder -22	richtig
<input type="checkbox"/> 12 $\pm(8)$ oder $\pm(22)$	DF: \pm vor beide Lösungen geschrieben

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
keine Grundlagen Nummer: 24 0 2004020007 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.3: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Logarithmengleichung (log heißt hier Logarithmus zur Basis 2):

$$\log x^2 + \log(x - 6) = \log(81(x - 6)).$$

Parameter: $x_1 =$ zwei Nullstellen $x_2 =$ dritte Nullstelle $0 < x_2 < x_1$ Die Gleichung lautet also: $\log x^2 + \log(x - x_2) = \log(\{x_1 \cdot x_1\}(x - x_2))$ In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$ $x_2 = 6$.**Erklärung:**

Fassen Sie zuerst die Logarithmusterme zusammen. Machen Sie in jedem Falle die Probe.

Rechnung:

Wir fassen zunächst die Logarithmusterme zusammen:

$$\log x^2 + \log(x - 6) = \log(81(x - 6)) \Leftrightarrow \log(x^2 \cdot (x - 6)) = \log(81(x - 6)).$$

Durch potenzieren erhalten wir

$$(x^2 \cdot (x - 6)) = (81(x - 6)) \Leftrightarrow (x^2 - 81) \cdot (x - 6) = 0, \text{ also } x = \pm 9 \text{ oder } x = 6.$$

Die Probe ergibt folgendes:

$x = 6:$	$\log 6^2 + \log(6 - 6)$	$= \log(81(6 - 6))$	keine Lösung, da $\log 0$ nicht definiert ist.
$x = 9:$	$\log 9^2 + \log(9 - 6)$	$= \log(81(9 - 6))$	
	$\Leftrightarrow \log 81 \cdot 3$	$= \log 243$	richtig.
$x = -9:$	$\log(-9)^2 + \log(-9 - 6)$	$= \log(81(-9 - 6))$	keine Lösung, da der Logarithmus negativer Zahlen nicht definiert ist.

Damit ist die Lösung $x = 9$. Durch Anwendung eines anderen Logarithmusgesetzes wäre die Lösung $x = 6$ herausgefallen.**Angebotene Lösungen:**

- | | | |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -9$ | <input type="checkbox"/> 2 $x = \log 81$ oder $x = \log 6$ | <input type="checkbox"/> 3 $x = 81$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 $x = 9$ | <input type="checkbox"/> 5 $x = 2^9$ oder $x = 2^6$ | <input type="checkbox"/> 6 $x = 81$ oder $x = 6$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = \pm 9$ oder $x = 6$ | <input type="checkbox"/> 8 $x = 6$ | <input type="checkbox"/> 9 $x = \log 9$ |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = \pm 9$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = \log 9$ oder $x = \log 6$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = 2^6$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -9$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 2 $x = \log 81$ oder $x = \log 6$ | DF: am Ende logarithmiert und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 3 $x = 81$ | DF: Wurzel nicht gezogen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 $x = 9$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = 2^9$ oder $x = 2^6$ | DF: am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = 81$ oder $x = 6$ | DF: Probe vergessen und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = \pm 9$ oder $x = 6$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 8 $x = 6$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = \log 9$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = \pm 9$ | DF: Probe vergessen |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = \log 9$ oder $x = \log 6$ | DF: am Ende logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = 2^6$ | DF: am Ende potenziert |

MV 04	Blatt 02	Kapitel 2.4	Ungleichungen
größergleich	Grundlagen	Nummer: 34 0 2004020002	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 20	Quelle: keine	W

Aufgabe 2.1.4: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x \geq \frac{-35}{x - 12}.$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze
 x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x \geq \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x - \{x_1 + x_2\}}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 12$ Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-35}{x-12} \quad | \cdot x - 12 \\ \Leftrightarrow x^2 - 12x + 35 &= 0 \quad \text{Mitternachtsformel} \\ \Leftrightarrow x_2 = 5 \quad x_3 &= 7 \end{aligned}$$

Damit sind die Grenzen 5, 7, 12. Mittels Punktprobe erhalten wir $5 \leq x \leq 7$ oder $x > 12$. Beachten Sie, dass 12 nicht im Definitionsbereich ist.

Angebotene Lösungen:

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $12 < x \leq 35$ | <input type="checkbox"/> 2 $12 < x < 35$ | <input type="checkbox"/> 3 $12 \leq x \leq 35$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $x < 5$ oder $x < 7$ oder $x < 12$ | <input type="checkbox"/> 5 $x \leq 5$ oder $7 \leq x < 12$ | <input type="checkbox"/> 6 $x < 5$ oder $7 < x < 12$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x > -7$ oder $-5 < x < 12$ | <input type="checkbox"/> 8 $-7 < x \leq -5$ oder $x > 12$ | <input checked="" type="checkbox"/> 9 $5 \leq x \leq 7$ oder $x > 12$ |
| <input type="checkbox"/> 10 $-7 \leq x \leq -5$ oder $x > 12$ | <input type="checkbox"/> 11 $x \leq 5$ oder $x \geq 7$ | <input type="checkbox"/> 12 $5 < x < 7$ oder $x > 12$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $12 < x \leq 35$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 $12 < x < 35$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 $12 \leq x \leq 35$ | RF: Mitternachtsformel falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 $x < 5$ oder $x < 7$ oder $x < 12$ | DF: $<$ Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \leq 5$ oder $7 \leq x < 12$ | RF: \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 $x < 5$ oder $7 < x < 12$ | RF: $<$ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 $x > -7$ oder $-5 < x < 12$ | RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 $-7 < x \leq -5$ oder $x > 12$ | RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 $5 \leq x \leq 7$ oder $x > 12$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 $-7 \leq x \leq -5$ oder $x > 12$ | RF: $-$ bei Mitternachtsformel vergessen |
| <input type="checkbox"/> 11 $x \leq 5$ oder $x \geq 7$ | DF: 12 als Grenze weggelassen und \leq gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 $5 < x < 7$ oder $x > 12$ | RF: $>$ gerechnet |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 85 0 2004020005 Kl: 14G
Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.5: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$|x + 6| = x + 2 + |x + 2|.$$

Parameter:

x_1 = Knick der ersten Funktion
 x_2 = Knick der zweiten Funktion $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $|x + x_1| = x + x_2 + |x + x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 2$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe $\pm(\text{Ausdruck})$ statt $|\text{Ausdruck}|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $|x + 6| = x + 2 + |x + 2|$ wird zu $\pm(x + 6) = x + 2 \pm (x + 2)$.
Wir müssen also 4 Fälle untersuchen:

- $+(\cdot) = +(\cdot)$ ($x \geq -2$)
- $+(\cdot) = -(\cdot)$ ($-6 \leq x \leq -2$)
- $-(\cdot) = -(\cdot)$ ($x \leq -6$)
- $-(\cdot) = +(\cdot)$ ($x \leq -6$) und ($x \geq -2$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

1. Fall: $+(x + 6) = x + 2 + (x + 2)$
 $\Leftrightarrow x = 2$
2. Fall: $+(x + 6) = x + 2 - (x + 2)$
 $\Leftrightarrow x = -6$
3. Fall: $-(x + 6) = x + 2 - (x + 2)$
 $\Leftrightarrow x = -6$
4. Fall: $-(x + 6) = x + 2 + (x + 2)$
 $\Leftrightarrow 3x = 2$
 $\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall: $x = 2$: $|2 + 6| = 2 + 2 + |2 + 2|$
 $\Leftrightarrow |8| = 4 + |4|$
 $\Leftrightarrow 8 = 8$ (richtig)
2. + 3. Fall: $x = -6$: $|-6 + 6| = -6 + 2 + |-6 + 2|$
 $\Leftrightarrow 0 = 0$ (richtig)
4. Fall: $x = \frac{2}{3}$: $|\frac{2}{3} + 6| = \frac{2}{3} + 2 + |\frac{2}{3} + 2|$
 $\Leftrightarrow \frac{20}{3} = \frac{8}{3} + \frac{8}{3}$
 $\Leftrightarrow \frac{20}{3} = \frac{16}{3}$ (falsch)

Damit ist die Lösung: $x = 2$ oder $x = -6$.

Angebotene Lösungen:

- | | | |
|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 2$ oder $x = \pm 6$ | <input type="checkbox"/> 2 $-6 \leq x \leq 2$ | <input type="checkbox"/> 3 $x = 2$ oder $x = \pm 6$ oder $x = \frac{2}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = 2$ | <input checked="" type="checkbox"/> 5 $x = 2$ oder $x = -6$ | <input type="checkbox"/> 6 $x = -6$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = -2$ oder $x = 6$ | <input type="checkbox"/> 8 $x = \pm 2$ oder $x = \pm 6$ | <input type="checkbox"/> 9 $x = -6$ oder $x = \frac{2}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 10 \emptyset | <input type="checkbox"/> 11 $x = -2$ oder $x = -6$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = \frac{2}{3}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$x = 2$ oder $x = \pm 6$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/>	$-6 \leq x \leq 2$	DF: Ungleichung gerechnet
<input type="checkbox"/>	$x = 2$ oder $x = \pm 6$ oder $x = \frac{2}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/>	$x = 2$	DF: geratene Lösung
<input checked="" type="checkbox"/>	$x = 2$ oder $x = -6$	richtig
<input type="checkbox"/>	$x = -6$	DF: eine Lösung vergessen
<input type="checkbox"/>	$x = -2$ oder $x = 6$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/>	$x = \pm 2$ oder $x = \pm 6$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/>	$x = -6$ oder $x = \frac{2}{3}$	DF: Probe vergessen
<input type="checkbox"/>	\emptyset	DF: es gibt Lösungen
<input type="checkbox"/>	$x = -2$ oder $x = -6$	RF: Vorzeichenfehler
<input type="checkbox"/>	$x = \frac{2}{3}$	DF: Probe vergessen

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Betrag
keine Grundlagen Nummer: 93 0 2004020006 Kl: 14G
Grad: 60 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.6: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Betragsgleichung:

$$\frac{x-16}{2} + \left| \frac{x+6}{2} \right| = -|x-5|.$$

Parameter:

x_1 = Knick im negativen Bereich
 x_2 = Knick im positiven Bereich $0 < x_2 < x_1$

Die Gleichung lautet also: $\frac{x - \{x_1 + 2 \cdot x_2\}}{2} + \left| \frac{x + x_1}{2} \right| = -|x - x_2|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

1. Schritt: Schreibe \pm (Ausdruck) statt $|$ Ausdruck $|$.
2. Schritt: Berechne die Lösung eines jeden Falles.
3. Schritt: Mache in jedem Falle die Probe!!

In diesem Sonderfall ergibt sich ein ganzes Intervall als Lösung.

Rechnung:

Wir lösen zunächst die Betragsstriche auf: $\frac{x-16}{2} + \left| \frac{x+6}{2} \right| = -|x-5|$ wird zu $\frac{x-16}{2} \pm \left(\frac{x+6}{2} \right) = \mp(x-5)$. Wir müssen also 4 Fälle untersuchen: $+(.) = -(.)$ ($x \geq 5$) $+(.) = +(.)$ ($6 \leq x \leq 5$) $-(.) = +(.)$ ($x \leq 6$)
 $-(.) = -(.)$ ($x \leq 6$) und ($x \geq 5$) (dies ist nie der Fall - fällt also bei der Probe heraus).

1. Fall: $\frac{x-16}{2} + \left(\frac{x+6}{2} \right) = -(x-5)$
 $\Leftrightarrow x-5 = -x+5$
 $\Leftrightarrow 2x = 10$
 $\Leftrightarrow x = 5$
2. Fall: $\frac{x-16}{2} + \left(\frac{x+6}{2} \right) = +(x-5)$
 $\Leftrightarrow x-5 = x-5$
 $\Leftrightarrow 0 = 0$
3. Fall: $\frac{x-16}{2} - \left(\frac{x+6}{2} \right) = +(x-5)$
 $\Leftrightarrow -11 = x-5$
 $\Leftrightarrow x = -6$
4. Fall: $\frac{x-16}{2} - \left(\frac{x+6}{2} \right) = -(x-5)$
 $\Leftrightarrow -11 = -x+5$
 $\Leftrightarrow x = 16$

Die Probe ergibt folgendes:

1. Fall: $x = 5$: $\frac{5-16}{2} + \left| \frac{5+6}{2} \right| = -|5-5|$
 $\Leftrightarrow \frac{-11}{2} + \frac{11}{2} = 0$ (richtig)
2. Fall: $0 = 0$: (ist immer richtig)
 Damit ist die Lösung der Definitionsbereich
3. Fall: $x = -6$: $\frac{-6-16}{2} + \left| \frac{-6+6}{2} \right| = -|-6-5|$
 $\Leftrightarrow -11 = -11$ (richtig)
4. Fall: $x = 16$: $\frac{16-16}{2} + \left| \frac{16+6}{2} \right| = -|16-5|$
 $\Leftrightarrow 11 = -11$ (falsch)

Damit ist die Lösung: $-6 \leq x \leq 5 =$ Definitionsbereich vom 2. Fall.

Angebotene Lösungen:

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 5$ oder $x = 16$ | <input type="checkbox"/> 2 $x = 5$ | <input type="checkbox"/> 3 \emptyset |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = -6$ | <input type="checkbox"/> 5 $x = -6$ oder $x = 5$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 $-6 \leq x \leq 5$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x \leq -6$ | <input type="checkbox"/> 8 $x = -6$ oder $x = 5$ oder $x = 16$ | <input type="checkbox"/> 9 $x = 0$ |
| <input type="checkbox"/> 10 $x \geq 5$ | <input type="checkbox"/> 11 $x \leq -6$ oder $x \geq 5$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = -6$ oder $x = 16$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 5$ oder $x = 16$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 1. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 2 $x = 5$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 4 $x = -6$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = -6$ oder $x = 5$ | DF: 2. Fall falsch interpretiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 $-6 \leq x \leq 5$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 $x \leq -6$ | DF: 1 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 8 $x = -6$ oder $x = 5$ oder $x = 16$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = 0$ | DF: sicher nicht falsch, aber vieles fehlt |
| <input type="checkbox"/> 10 $x \geq 5$ | DF: 3 + 2. Fall vergessen + Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 11 $x \leq -6$ oder $x \geq 5$ | DF: Relationsfehler |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = -6$ oder $x = 16$ | DF: 2 + 4. Fall falsch interpretiert 3. Fall vergessen |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.5 Logarithmen
 keine Grundlagen Nummer: 104 0 2005020008 Kl: 14G
 Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.7: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung

$$9^x - \frac{2}{81} 3^{x+4} = 24.$$

Parameter:

- $x_1 =$ Basis der Potenz $1 < x_1 \neq x_2$
 x_2, x_3 Nullstellen $1 < x_3 < x_2$
 x_4 Summand im Exponent $1 < x_4$

Die Gleichung lautet also: $\{x_1^2\}^x - \left\{ \frac{x_2 - x_3}{x_1^{x_4}} \right\} x_1^{x+x_4} = \{x_2 \cdot x_3\}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 6$ $x_3 = 4$ $x_4 = 4$.

Erklärung:

Substituieren Sie $3^x = u$. Beachten Sie dabei, dass $3^{x+1} = u \cdot 3$ und $9^x = 3^x \cdot 3^x = u^2$ ist.

Rechnung:

Wir substituieren $3^x = u$. Damit erhalten wir:

$$9^x - \frac{2}{81} 3^{x+4} = 24 \Leftrightarrow u^2 - \frac{2}{81} u \cdot 3^4 = 24$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 2u - 24 = 0 \Leftrightarrow u = 6 \text{ oder } u = -4$$

Jetzt folgt die Rücksubstitution $u = 3^x$ oder $x = \log_3(u)$. Weil 3^x nicht negativ sein kann fällt die Lösung $u = -4$ weg und die Lösung ist $x = \log_3(6)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|--------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 3^6 oder 3^{-4} | <input type="checkbox"/> 2 | 6^3 | <input type="checkbox"/> 3 | 3^6 | <input type="checkbox"/> 4 | $\log_3(6)$ oder $-\log_3(4)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\log_3(6)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\log_6(3)$ oder $-\log_4(3)$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{2}{81} - 4$ | <input type="checkbox"/> 8 | unlösbar |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{2}{27}$ | <input type="checkbox"/> 10 | 972 | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{27}{16}$ | <input type="checkbox"/> 12 | 6^3 oder $(-4)^3$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 3^6 oder 3^{-4} | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 2 | 6^3 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 3 | 3^6 | DF: Am Ende potenziert |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\log_3(6)$ oder $-\log_3(4)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\log_3(6)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\log_6(3)$ oder $-\log_4(3)$ | DF: falsch logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{2}{81} - 4$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 8 | unlösbar | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{2}{27}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 | 972 | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{27}{16}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 | 6^3 oder $(-4)^3$ | DF: Am Ende potenziert |

MV 04 Blatt 02 Kapitel 2.4 Ungleichungen
 größer Grundlagen Nummer: 108 0 2004020001 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 2.1.8: Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$x - 6 > \frac{-5}{x}$$

Parameter:

x_1 = erste Grenze
 x_2 = zweite Grenze ($0 < x_1 < x_2$)

Die Ungleichung lautet also: $x - \{x_1 + x_2\} > \frac{-\{x_1 \cdot x_2\}}{x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Methode von Knapp an. Gegeben sei eine Ungleichung.

1. Untersuche die Ungleichung auf Definitionslücken und Unstetigkeitsstellen.
2. Schreibe ' $=$ ' statt ' $>$ ' und löse die Gleichung.
3. Betrachtung am Zahlenstrahl mit Punktprobe. Jeder Bereich des Zahlenstrahls, der die Ungleichung erfüllt, ist Lösung der Ungleichung.

Rechnung:

Die Definitionslücke ist bei $x_1 = 0$. Wir bestimmen die Lösung der zugehörigen Gleichung:

$$x - 6 = \frac{-5}{x} \cdot x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \quad \text{Mitternachtsformel}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = 1 \quad x_3 = 5$$

Damit sind die Grenzen 0, 1, 5. Mittels Punktprobe erhalten wir $0 < x < 1$ oder $x > 5$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | |
|--|-----------------------------------|-----------------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > 0$ | <input type="checkbox"/> 2 | \emptyset | <input type="checkbox"/> 3 | $x < -1$ oder $x > -5$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $0 < x < 6$ oder $x > 5$ | <input type="checkbox"/> 5 | $x < 6$ oder $x > 5$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x < -1$ oder $-5 < x < 0$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $1 < x < 5$ | <input type="checkbox"/> 8 | $x < 1$ oder $x > 5$ | <input type="checkbox"/> 9 | $x < 1$ oder $x < 5$ oder $x < 0$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $0 < x < 1$ oder $x > 5$ | <input type="checkbox"/> 11 | $6 < x < 5$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-1 < x < -5$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x > 1$ oder $x > 5$ oder $x > 0$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 | \emptyset | DF: es gibt Lösungen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $x < -1$ oder $x > -5$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $0 < x < 6$ oder $x > 5$ | DF: Ag nur abgeschrieben |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x < 6$ oder $x > 5$ | DF: Ag nur abgeschrieben |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x < -1$ oder $-5 < x < 0$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und < gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 | $1 < x < 5$ | RF: 0 als Grenze weggelassen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $x < 1$ oder $x > 5$ | RF: 0 als Grenze weggelassen und < gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $x < 1$ oder $x < 5$ oder $x < 0$ | DF: < Rechnen nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $0 < x < 1$ oder $x > 5$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $6 < x < 5$ | DF: Ag nur abgeschrieben |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-1 < x < -5$ | RF: – bei Mitternachtsformel vergessen und 0 als Grenze weggelassen |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>