

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 3

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Wurzel Folgen Nummer: 6 0 2004030003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.1: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 14} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 7}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in der Wurzel ($n \in 1..6$) $x_1 = x_4$ $x_n > 0$

Der Term lautet also: $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - \sqrt{x_4 \cdot n^2 + x_5 \cdot n + x_6}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$ $x_2 = 14$ $x_3 = 14$ $x_4 = 9$ $x_5 = 5$ $x_6 = 7$.

Erklärung:

Sei $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$, und b_n, c_n sind asymptotisch gleich und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$ und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$ geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 14} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 7} \\ &= \frac{(\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 14} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 7}) \cdot (\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 14} + \sqrt{9 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 7})}{\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 14} + \sqrt{9 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 7}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ &= \frac{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 14 - (9 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 7)}{\sqrt{n^2(9 + \frac{14}{n} + \frac{14}{n^2})} + \sqrt{n^2(9 + \frac{5}{n} + \frac{7}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ &= \frac{9 \cdot n + 7}{n \cdot \sqrt{9 + \frac{14}{n} + \frac{14}{n^2}} + \sqrt{9 + \frac{5}{n} + \frac{7}{n^2}}} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ &= \frac{9 + \frac{7}{n}}{\sqrt{9 + \frac{14}{n} + \frac{14}{n^2}} + \sqrt{9 + \frac{5}{n} + \frac{7}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ &\rightarrow \frac{9+0}{\sqrt{9+0+0} + \sqrt{9+0+0}} = \frac{9}{2\sqrt{9}} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 54 | <input type="checkbox"/> $\frac{7}{9}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{7}{6}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{7}{3}$ | <input type="checkbox"/> $\sqrt{23}$ | <input type="checkbox"/> $\sqrt{33}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{3}{2}$ | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 42 |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	RF: Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 2	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 3	DF: Dividiert statt multipliziert
<input type="checkbox"/> 4	RF: Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 5	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 7	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 9	richtig
<input type="checkbox"/> 10	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	DF: Dividiert statt multipliziert

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
eFktn Folgen Nummer: 21 0 2004030006 Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.2: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left(\frac{n+8}{n-2}\right)^{\frac{n}{5}+3}$$

Parameter:

$x_n = n -$ te Zahl ($n \in 1..4$) $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also: $\left(\frac{n+x_1}{n-x_2}\right)^{\frac{n}{x_3}+x_4}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$ $x_2 = 2$ $x_3 = 5$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Sie können durch Umformung die Formel $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+8}{n-2}\right)^{\frac{n}{5}+3} &= \left(1 + \frac{8+2}{n-2}\right)^{\frac{n+15}{5}} && \text{Polynomdivision mit Rest} \\ &= \left(1 + \frac{10}{m}\right)^{\frac{(m+2)+15}{5}} && \text{Substitution } m = n - 2 \\ &= \sqrt[5]{\left(1 + \frac{10}{m}\right)^{m+17}} && \text{Potenzgesetze} \\ &= \sqrt[5]{\left(1 + \frac{10}{m}\right)^m \cdot \left(1 + \frac{10}{m}\right)^{17}} && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow \sqrt[5]{e^{10} \cdot 1^{17}} = e^{\frac{10}{5}} && e - \text{Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	$\ln 5$	<input type="checkbox"/> 3	$\ln 10 - \ln 5$	<input type="checkbox"/> 4	4	
<input type="checkbox"/> 5	50	<input type="checkbox"/> 6	$-\infty$	<input type="checkbox"/> 7	e^8	<input checked="" type="checkbox"/> 8	e^2
<input type="checkbox"/> 9	∞	<input type="checkbox"/> 10	0	<input type="checkbox"/> 11	2	<input type="checkbox"/> 12	$e^{\frac{6}{5}}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 8	richtig
<input type="checkbox"/> 9	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	RF: Potenzgesetz falsch angewendet

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Brueche Folgen Nummer: 48 0 2004030001 Kl: 14G
 Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.3: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\frac{12 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 6}{9 - 13 \cdot n + 4 \cdot n^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ($n \in 1..6$) $x_n > 0$

Der Bruch lautet also: $\frac{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot n + x_6 \cdot n^2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 12$ $x_2 = 2$ $x_3 = 6$ $x_4 = 9$ $x_5 = 13$ $x_6 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit $b_n \neq 0 \neq c_m$, dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{12 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 6}{9 - 13 \cdot n + 4 \cdot n^2} &= \frac{\frac{12 \cdot n^2}{n^2} + \frac{2 \cdot n}{n^2} + \frac{6}{n^2}}{\frac{9}{n^2} - \frac{13 \cdot n}{n^2} + \frac{4 \cdot n^2}{n^2}} \\ &= \frac{12 + \frac{2}{n} + \frac{6}{n^2}}{\frac{9}{n^2} - \frac{13}{n} + 4} \\ &\rightarrow \frac{12+0+0}{0-0+4} = 3 \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{2}{13}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{3}$	<input type="checkbox"/> 3	$-\frac{20}{0}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{20}{0}$
<input type="checkbox"/> 5	0	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{3}{2}$	<input type="checkbox"/> 7	∞	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{13}{2}$
<input checked="" type="checkbox"/> 9	3	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{2}{3}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{4}{3}$	<input type="checkbox"/> 12	162

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{2}{13}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{3}$	DF: falsche Limesbildung Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 3	$-\frac{20}{0}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{20}{0}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 5	0	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{3}{2}$	DF: falsche Limesbildung Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 7	∞	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{13}{2}$	DF: falsche Limesbildung Kehrbruch
<input checked="" type="checkbox"/> 9	3	richtig
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{2}{3}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{4}{3}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 12	162	GL: geratene Lösung

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Brueche Folgen Nummer: 49 0 2004030002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.4: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\frac{2 \cdot 2^n + 15 \cdot 4^n + 4}{2 - 2 \cdot 2^n + 5 \cdot 4^n}$$

Parameter:

$x_n = n$ – te Zahl im Bruch ($n \in 1..6$) $x_n > 0$

Der Bruch lautet also: $\frac{x_1 \cdot 2^n + x_2 \cdot 4^n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot 2^n + x_6 \cdot 4^n}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 15$ $x_3 = 4$ $x_4 = 2$ $x_5 = 2$ $x_6 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit $b_n \neq 0 \neq c_m$, dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm \infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

Rechnung:

Sei $w = 2^n$, dann geht mit n auch w gegen ∞ , und es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot 2^n + 15 \cdot 4^n + 4}{2 - 2 \cdot 2^n + 5 \cdot 4^n} &= \frac{2 \cdot 2^n + 15 \cdot (2^n)^2 + 4}{2 - 2 \cdot 2^n + 5 \cdot (2^n)^2} \\ &= \frac{2 \cdot w + 15 \cdot w^2 + 4}{2 - 2 \cdot w + 5 \cdot w^2} \\ &= \frac{\frac{2}{w} + 15 + \frac{4}{w^2}}{\frac{2}{w^2} - \frac{2}{w} + 5} \\ &\rightarrow \frac{0 + 15 + 0}{0 - 0 + 5} = 3 \end{aligned}$$

Eine Rücksubstitution ist nicht erforderlich.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	5^{15}	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{15}{2}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{21}{5}$	<input type="checkbox"/> 4	1
<input type="checkbox"/> 5	2	<input checked="" type="checkbox"/> 9	3	<input type="checkbox"/> 7	∞	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{2}$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{5}{21}$	<input type="checkbox"/> 10	0	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{\log 2}{\log 2}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{3}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	5^{15}	DF: potenziert
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{15}{2}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{21}{5}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 4	1	DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 5	2	DF: falsche Limesbildung
<input checked="" type="checkbox"/> 6	3	richtig
<input type="checkbox"/> 7	∞	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{2}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{5}{21}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 10	0	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{\log 2}{\log 2}$	DF: logarithmiert
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{3}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 50 0 2004030007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: W

Aufgabe 3.1.5: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left| \left(\frac{9 - 2 \cdot n}{n - 4} \right)^{5 \cdot n - 6} \right|$$

Parameter:

$x_n = n - \text{te}$ Zahl im Term ($n \in 1..4$) $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also: $\left| \left(\frac{x_1 - 2 \cdot n}{n - x_2} \right)^{x_3 \cdot n - x_4} \right|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$ $x_2 = 4$ $x_3 = 5$ $x_4 = 6$.

Erklärung:

Finden Sie zuerst den Grenzwert g des Klammerausdruckes. Gegen welchen Wert strebt g^n ?

Rechnung:

$$\left| \left(\frac{9 - 2 \cdot n}{n - 4} \right)^{5 \cdot n - 6} \right| = \left| \left(-2 + \frac{1}{n - 4} \right)^{5 \cdot n - 6} \right| \text{ dies verhält sich wie } |(-2)^{5 \cdot n}| \rightarrow \infty$$

∞ wird nicht als Grenzwert angesehen. Deshalb gibt es keinen Grenzwert.

Angeborene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$-\infty$	<input type="checkbox"/> 2	65	<input type="checkbox"/> 3	e^1	<input type="checkbox"/> 4	e^9
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{9}{4}$	<input type="checkbox"/> 6	0	<input type="checkbox"/> 7	$\ln 4$	<input checked="" type="checkbox"/> 8	∞
<input type="checkbox"/> 9	1	<input type="checkbox"/> 10	$\ln 5$	<input type="checkbox"/> 11	$\ln 13 - \ln 5$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{5}{9}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$-\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	65	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	e^1	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	e^9	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{9}{4}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	0	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$\ln 4$	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 8	∞	richtig
<input type="checkbox"/> 9	1	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10	$\ln 5$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	$\ln 13 - \ln 5$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{5}{9}$	DF: Regel nicht verstanden

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
Wurzel Folgen Nummer: 53 0 2004030004 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.6: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\sqrt{25 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 11} - 5n + 5$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Term ($n \in 1..5$) $x_1 = (x_4)^2$ $x_n > 0$

Der Term lautet also: $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - x_4 n + x_5$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 25$ $x_2 = 14$ $x_3 = 11$ $x_4 = 5$ $x_5 = 5$.

Erklärung:

Sei $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$, und b_n, c_n sind asymptotisch gleich und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$ und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$ geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Eine Folge der Form $(an + b)$ $a, b \geq 0$ kann auch als $\sqrt{(an + b)^2}$ geschrieben werden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{25 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 11} - 5n + 5 \\ = & \frac{(\sqrt{25 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 11} - \sqrt{(5n-5)^2}) \cdot (\sqrt{25 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 11} + \sqrt{(5n-5)^2})}{\sqrt{25 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 11} + \sqrt{(5n-5)^2}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ = & \frac{25 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 11 - (5n-5)^2}{\sqrt{n^2(25 + \frac{14}{n} + \frac{11}{n^2})} + \sqrt{n^2(25 - \frac{50}{n} + \frac{25}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ = & \frac{(14+50) \cdot n + 11 - 25}{n \cdot (\sqrt{25 + \frac{14}{n} + \frac{11}{n^2}} + \sqrt{25 - \frac{50}{n} + \frac{25}{n^2}})} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ = & \frac{64 + \frac{-14}{n}}{\sqrt{25 + \frac{14}{n} + \frac{11}{n^2}} + \sqrt{25 - \frac{50}{n} + \frac{25}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ \rightarrow & \frac{64+0}{\sqrt{25+0+0} + \sqrt{25-0+0}} = \frac{64}{10} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{64}{25}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{64}{5}$	<input type="checkbox"/> 3	25	<input type="checkbox"/> 4	$\sqrt{30}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{32}{25}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{2}{5}$	<input type="checkbox"/> 7	∞	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{5}$
<input checked="" type="checkbox"/> 8	$\frac{32}{5}$	<input type="checkbox"/> 10	$\sqrt{40}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{39}{5}$	<input type="checkbox"/> 12	5

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{64}{25}$	RF: 2 im Nenner vergessen und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{64}{5}$	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 3	25	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	$\sqrt{30}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{32}{25}$	RF: Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{32}{5}$	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 7	∞	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{32}$	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{32}{5}$	richtig
<input type="checkbox"/> 10	$\sqrt{40}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{39}{5}$	RF: 2 im Zähler und Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 12	5	DF: Regel nicht verstanden

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 68 0 2004030005 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.7: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left(1 + \frac{1}{n-5}\right)^{4n+8}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl ($n \in 1..3$) $x_n > 1$

Der Term lautet also: $\left(1 + \frac{1}{n-x_1}\right)^{x_2 n + x_3}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 4$ $x_3 = 8$.

Erklärung:

Sie können durch Umformung die Formel $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{n-5}\right)^{4n+8} &= \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{4(m+5)+8} && \text{Substitution } m = n - 5 \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m+5+2}\right)^4 && \text{Potenzgesetze} \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right)^4 \cdot \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^7\right)^4 && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow e^4 \cdot (1^7)^4 = e^4 && e\text{-Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\ln 5$	<input type="checkbox"/> 2	$\ln 4$	<input type="checkbox"/> 3	e^5	<input type="checkbox"/> 4	$\ln 8$
<input type="checkbox"/> 5	∞	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{2}{3}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{4}{5}$	<input checked="" type="checkbox"/> X	e^4
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{5}{4}$	<input type="checkbox"/> 10	$-\infty$	<input type="checkbox"/> 11	e^8	<input type="checkbox"/> 12	1

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	ln 5	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	ln 4	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	e^5	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	ln 8	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	∞	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{3}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$\frac{4}{5}$	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/>	e^4	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{5}{4}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$-\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	e^8	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	1	DF: Regel nicht verstanden

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>