

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 3

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Wurzel Folgen Nummer: 11 0 2004030004 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.1: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\sqrt{16 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 12} - 4n + 9$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Term ($n \in 1..5$) $x_1 = (x_4)^2$ $x_n > 0$

Der Term lautet also: $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - x_4 n + x_5$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 16$ $x_2 = 14$ $x_3 = 12$ $x_4 = 4$ $x_5 = 9$.

Erklärung:

Sei $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$, und b_n, c_n sind asymptotisch gleich und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$ und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$ geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Eine Folge der Form $(an + b)$ $a, b \geq 0$ kann auch als $\sqrt{(an + b)^2}$ geschrieben werden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{16 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 12} - 4n + 9 \\ = & \frac{(\sqrt{16 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 12} - \sqrt{(4n-9)^2}) \cdot (\sqrt{16 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 12} + \sqrt{(4n-9)^2})}{\sqrt{16 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 12} + \sqrt{(4n-9)^2}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ & && \text{(für } n > \frac{9}{4} \text{)} \\ = & \frac{16 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 12 - (4n-9)^2}{\sqrt{n^2(16 + \frac{14}{n} + \frac{12}{n^2})} + \sqrt{n^2(16 - \frac{72}{n} + \frac{81}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ = & \frac{(14+72) \cdot n + 12 - 81}{n \cdot (\sqrt{16 + \frac{14}{n} + \frac{12}{n^2}} + \sqrt{16 - \frac{72}{n} + \frac{81}{n^2}})} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ = & \frac{86 + \frac{-69}{n}}{\sqrt{16 + \frac{14}{n} + \frac{12}{n^2}} + \sqrt{16 - \frac{72}{n} + \frac{81}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ \rightarrow & \frac{86+0}{\sqrt{16+0+0} + \sqrt{16-0+0}} = \frac{86}{8} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|-------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{9}{8}$ | <input type="checkbox"/> 2 ∞ | <input type="checkbox"/> 3 16 | <input type="checkbox"/> 4 $\sqrt{35}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{9}{4}$ | <input type="checkbox"/> 6 4 | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{25}{2}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{43}{16}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 $\frac{43}{8}$ | <input type="checkbox"/> 10 0 | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{43}{8}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\sqrt{29}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{9}{8}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	∞	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	16	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	$\sqrt{35}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{9}{4}$	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 6	4	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{25}{2}$	RF: 2 im Zähler und Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{43}{16}$	RF: Wurzel nicht gezogen
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$\frac{43}{4}$	richtig
<input type="checkbox"/> 10	0	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{43}{8}$	RF: 2 im Nenner vergessen und Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 12	$\sqrt{29}$	DF: Regel nicht verstanden

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
eFktn Folgen Nummer: 20 0 2004030006 Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.2: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left(\frac{n+3}{n-5} \right)^{\frac{n}{6}+5}$$

Parameter:

$x_n = n -$ te Zahl ($n \in 1..4$) $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also: $\left(\frac{n+x_1}{n-x_2} \right)^{\frac{n}{x_3} + x_4}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 5$ $x_3 = 6$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Sie können durch Umformung die Formel $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+3}{n-5} \right)^{\frac{n}{6}+5} &= \left(1 + \frac{3+5}{n-5} \right)^{\frac{n+30}{6}} && \text{Polynomdivision mit Rest} \\ &= \left(1 + \frac{8}{m} \right)^{\frac{(m+5)+30}{6}} && \text{Substitution } m = n - 5 \\ &= \sqrt[6]{\left(1 + \frac{8}{m} \right)^{m+35}} && \text{Potenzgesetze} \\ &= \sqrt[6]{\left(1 + \frac{8}{m} \right)^m \cdot \left(1 + \frac{8}{m} \right)^{35}} && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow \sqrt[6]{e^8 \cdot 1^{35}} = e^{\frac{8}{6}} && e - \text{Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\ln 8 - \ln 6$	<input type="checkbox"/> 2	1	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{3}{5}$	<input type="checkbox"/> 4	$-\infty$
<input type="checkbox"/> 5	$e^{-\frac{1}{3}}$	<input type="checkbox"/> 6	48	<input type="checkbox"/> 7	0	<input type="checkbox"/> 8	2
<input type="checkbox"/> 9	e^5	<input checked="" type="checkbox"/> 9	$e^{\frac{4}{3}}$	<input type="checkbox"/> 11	e^6	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{4}{3}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\ln 8 - \ln 6$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	1	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{3}{5}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	$-\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	$e^{-\frac{1}{3}}$	RF: Potenzgesetz falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 6	48	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	0	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8	2	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	e^5	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$e^{\frac{4}{3}}$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	e^6	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{4}{3}$	DF: Regel nicht verstanden

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 37 0 2004030007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: W

Aufgabe 3.1.3: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left| \left(\frac{2 - 2 \cdot n}{n - 4} \right)^{3 \cdot n - 4} \right|$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Term ($n \in 1..4$) $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also: $\left| \left(\frac{x_1 - 2 \cdot n}{n - x_2} \right)^{x_3 \cdot n - x_4} \right|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 4$ $x_3 = 3$ $x_4 = 4$.

Erklärung:

Finden Sie zuerst den Grenzwert g des Klammerausdruckes. Gegen welchen Wert strebt g^n ?

Rechnung:

$$\left| \left(\frac{2 - 2 \cdot n}{n - 4} \right)^{3 \cdot n - 4} \right| = \left| \left(-2 + \frac{-6}{n - 4} \right)^{3 \cdot n - 4} \right| \text{ dies verhält sich wie } |(-2)^{3 \cdot n}| \rightarrow \infty$$

∞ wird nicht als Grenzwert angesehen. Deshalb gibt es keinen Grenzwert.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	e^1	<input type="checkbox"/> 2	$-\infty$	<input type="checkbox"/> 3	$\ln 4$	<input type="checkbox"/> 4	1
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> 6	2	<input type="checkbox"/> 7	$e^{-\frac{2}{3}}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{3}{2}$
<input type="checkbox"/> 9	0	<input checked="" type="checkbox"/> 10	∞	<input type="checkbox"/> 11	e^4	<input type="checkbox"/> 12	$\ln 6 - \ln 3$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	e^1	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$-\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\ln 4$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	1	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{1}{2}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	2	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$e^{-\frac{2}{3}}$	RF: Potenzgesetz falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{3}{2}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	0	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 10	∞	richtig
<input type="checkbox"/> 11	e^4	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$\ln 6 - \ln 3$	DF: Regel nicht verstanden

Aufgabe 3.1.4: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left(1 + \frac{1}{n-7}\right)^{2n+4}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl ($n \in 1..3$) $x_n > 1$

Der Term lautet also: $\left(1 + \frac{1}{n-x_1}\right)^{x_2 n + x_3}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 2$ $x_3 = 4$.

Erklärung:

Sie können durch Umformung die Formel $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{n-7}\right)^{2n+4} &= \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{2(m+7)+4} && \text{Substitution } m = n - 7 \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m+7+2}\right)^2 && \text{Potenzgesetze} \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right)^2 \cdot \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^9\right)^2 && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow e^2 \cdot (1^9)^2 = e^2 && e - \text{Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 e^7 | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{4}{7}$ | <input type="checkbox"/> 3 e^4 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 e^2 |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{7}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 0 | <input type="checkbox"/> 7 $\ln 4$ | <input type="checkbox"/> 8 ∞ |
| <input type="checkbox"/> 9 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 10 $\ln 7$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{2}{7}$ | <input type="checkbox"/> 12 1 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 e^7 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{4}{7}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 e^4 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 e^2 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{7}{2}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 0 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 $\ln 4$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $-\infty$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\ln 7$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{2}{7}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12 1 | DF: Regel nicht verstanden |

Aufgabe 3.1.5: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\sqrt{9 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 12} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 8 \cdot n + 5}$$

Parameter:

$x_n = n - \text{te Zahl in der Wurzel}$ ($n \in 1..6$) $x_1 = x_4$ $x_n > 0$

Der Term lautet also: $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - \sqrt{x_4 \cdot n^2 + x_5 \cdot n + x_6}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$ $x_2 = 16$ $x_3 = 12$ $x_4 = 9$ $x_5 = 8$ $x_6 = 5$.

Erklärung:

Sei $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$, und b_n, c_n sind asymptotisch gleich und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$ und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$ geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{9 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 12} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 8 \cdot n + 5} \\ &= \frac{(\sqrt{9 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 12} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 8 \cdot n + 5}) \cdot (\sqrt{9 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 12} + \sqrt{9 \cdot n^2 + 8 \cdot n + 5})}{\sqrt{9 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 12} + \sqrt{9 \cdot n^2 + 8 \cdot n + 5}} \quad \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ &= \frac{9 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 12 - (9 \cdot n^2 + 8 \cdot n + 5)}{\sqrt{n^2(9 + \frac{16}{n} + \frac{12}{n^2})} + \sqrt{n^2(9 + \frac{8}{n} + \frac{5}{n^2})}} \quad \text{3. binomische Formel} \\ &= \frac{8 \cdot n + 7}{n \cdot \sqrt{9 + \frac{16}{n} + \frac{12}{n^2}} + \sqrt{9 + \frac{8}{n} + \frac{5}{n^2}}} \quad \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ &= \frac{8 + \frac{7}{n}}{\sqrt{9 + \frac{16}{n} + \frac{12}{n^2}} + \sqrt{9 + \frac{8}{n} + \frac{5}{n^2}}} \quad n \text{ gekürzt} \\ &\rightarrow \frac{8 + 0}{\sqrt{9 + 0 + 0} + \sqrt{9 + 0 + 0}} = \frac{8}{2\sqrt{9}} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 $\frac{4}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 42 | <input type="checkbox"/> 3 0 | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{8}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{7}{3}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{7}{9}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{8}{9}$ | <input type="checkbox"/> 8 3 |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{20}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{7}{6}$ | <input type="checkbox"/> 11 ∞ | <input type="checkbox"/> 12 $\sqrt{36}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|-----------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 $\frac{4}{3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 2 42 | DF: Dividiert statt multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 3 0 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{8}{3}$ | RF: 2 im Nenner vergessen |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{7}{3}$ | RF: 2 im Nenner vergessen |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{7}{9}$ | RF: Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{8}{9}$ | RF: Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 8 3 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{20}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{7}{6}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12 $\sqrt{36}$ | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Brueche Folgen Nummer: 69 0 2004030001 Kl: 14G
 Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.6: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\frac{36 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 5}{6 - 11 \cdot n + 9 \cdot n^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ($n \in 1..6$) $x_n > 0$

Der Bruch lautet also: $\frac{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot n + x_6 \cdot n^2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 36$ $x_2 = 3$ $x_3 = 5$ $x_4 = 6$ $x_5 = 11$ $x_6 = 9$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit $b_n \neq 0 \neq c_m$, dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{36 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 5}{6 - 11 \cdot n + 9 \cdot n^2} &= \frac{\frac{36 \cdot n^2}{n^2} + \frac{3 \cdot n}{n^2} + \frac{5}{n^2}}{\frac{6}{n^2} - \frac{11 \cdot n}{n^2} + \frac{9 \cdot n^2}{n^2}} \\ &= \frac{36 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}}{\frac{6}{n^2} - \frac{11}{n} + 9} \\ &\rightarrow \frac{36+0+0}{0-0+9} = 4 \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-----------------|-----------------------------|----------------|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{44}{4}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{5}{9}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{44}{4}$ | <input type="checkbox"/> 4 | 0 |
| <input type="checkbox"/> 5 | 6 | <input type="checkbox"/> 6 | ∞ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 | 4 | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{6}{5}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{5}{6}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{11}{3}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{3}{11}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{4}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{44}{4}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{5}{9}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{44}{4}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 4 | 0 | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 5 | 6 | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 6 | ∞ | DF: falsche Limesbildung |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | 4 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{6}{5}$ | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{5}{6}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{11}{3}$ | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{3}{11}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{4}$ | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Brueche Folgen Nummer: 91 0 2004030002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.7: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\frac{2 \cdot 2^n + 12 \cdot 4^n + 1}{2 - 4 \cdot 2^n + 4 \cdot 4^n}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ($n \in 1..6$) $x_n > 0$

Der Bruch lautet also: $\frac{x_1 \cdot 2^n + x_2 \cdot 4^n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot 2^n + x_6 \cdot 4^n}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 12$ $x_3 = 1$ $x_4 = 2$ $x_5 = 4$ $x_6 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit $b_n \neq 0 \neq c_m$, dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

Rechnung:

Sei $w = 2^n$, dann geht mit n auch w gegen ∞ , und es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot 2^n + 12 \cdot 4^n + 1}{2 - 4 \cdot 2^n + 4 \cdot 4^n} &= \frac{2 \cdot 2^n + 12 \cdot (2^n)^2 + 1}{2 - 4 \cdot 2^n + 4 \cdot (2^n)^2} \\ &= \frac{2 \cdot w + 12 \cdot w^2 + 1}{2 - 4 \cdot w + 4 \cdot w^2} \\ &= \frac{\frac{2}{w} + 12 + \frac{1}{w^2}}{\frac{2}{w^2} - \frac{4}{w} + 4} \\ &\rightarrow \frac{0+12+0}{0-0+4} = 3 \end{aligned}$$

Eine Rücksubstitution ist nicht erforderlich.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\log 2}{\log 4}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{2}{15}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{15}{2}$ | <input type="checkbox"/> 4 ∞ |
| <input type="checkbox"/> 5 4^{12} | <input checked="" type="checkbox"/> 6 3 | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{1}{4}$ | <input type="checkbox"/> 8 12^4 |
| <input type="checkbox"/> 9 6 | <input type="checkbox"/> 10 2 | <input type="checkbox"/> 11 0 | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\log 2}{\log 4}$ | DF: logarithmiert |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{2}{15}$ | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{15}{2}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 4 ∞ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 5 4^{12} | DF: potenziert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 3 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{1}{4}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 8 12^4 | DF: potenziert |
| <input type="checkbox"/> 9 6 | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 10 2 | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 11 0 | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{2}$ | DF: falsche Limesbildung |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>