

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 3**

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 Brueche                      Folgen                      Nummer: 6 0 2004030002                      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 3.1.1:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\frac{6 \cdot 2^n + 24 \cdot 4^n + 4}{2 - 2 \cdot 2^n + 6 \cdot 4^n}$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ( $n \in 1..6$ )  $x_n > 0$

Der Bruch lautet also:  $\frac{x_1 \cdot 2^n + x_2 \cdot 4^n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot 2^n + x_6 \cdot 4^n}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 6$      $x_2 = 24$      $x_3 = 4$      $x_4 = 2$      $x_5 = 2$      $x_6 = 6$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit  $b_n \neq 0 \neq c_m$ , dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

**Rechnung:**

Sei  $w = 2^n$ , dann geht mit  $n$  auch  $w$  gegen  $\infty$ , und es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{6 \cdot 2^n + 24 \cdot 4^n + 4}{2 - 2 \cdot 2^n + 6 \cdot 4^n} &= \frac{6 \cdot 2^n + 24 \cdot (2^n)^2 + 4}{2 - 2 \cdot 2^n + 6 \cdot (2^n)^2} \\ &= \frac{6 \cdot w + 24 \cdot w^2 + 4}{2 - 2 \cdot w + 6 \cdot w^2} \\ &= \frac{\frac{6}{w} + 24 + \frac{4}{w^2}}{\frac{2}{w^2} - \frac{2}{w} + 6} \\ &\rightarrow \frac{0 + 24 + 0}{0 - 0 + 6} = 4 \end{aligned}$$

Eine Rücksubstitution ist nicht erforderlich.

**Angebotene Lösungen:**

- |                                       |                |                             |               |                             |                |                             |               |
|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|---------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\frac{3}{17}$ | <input type="checkbox"/> 2  | 3             | <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{17}{3}$ | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{1}{3}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | 4              | <input type="checkbox"/> 6  | $\frac{1}{4}$ | <input type="checkbox"/> 7  | 0              | <input type="checkbox"/> 8  | $\infty$      |
| <input type="checkbox"/> 9            | 2              | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $6^{24}$       | <input type="checkbox"/> 12 | $24^6$        |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{3}{17}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 2	3	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{17}{3}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{3}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch
<input checked="" type="checkbox"/>	4	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{1}{4}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 7	0	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 8	$\infty$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 9	2	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{2}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 11	$6^{24}$	DF: potenziert
<input type="checkbox"/> 12	$24^6$	DF: potenziert

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 eFktn                      Folgen                      Nummer: 26 0 2004030005                      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.2:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left(1 + \frac{1}{n-8}\right)^{2n+4}$$

**Parameter:**

$x_n = n$  - te Zahl ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$

Der Term lautet also:  $\left(1 + \frac{1}{n-x_1}\right)^{x_2 n + x_3}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 8$      $x_2 = 2$      $x_3 = 4$ .

**Erklärung:**

Sie können durch Umformung die Formel  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$  anwenden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{n-8}\right)^{2n+4} &= \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{2(m+8)+4} && \text{Substitution } m = n - 8 \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m+8+2}\right)^2 && \text{Potenzgesetze} \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right)^2 \cdot \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{10}\right)^2 && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow e^2 \cdot (1^{10})^2 = e^2 && e - \text{Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

**Angeborene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$e^8$	<input type="checkbox"/> 2	$-\infty$	<input type="checkbox"/> 3	$\ln 8$	<input type="checkbox"/> 4	4
<input type="checkbox"/> 5	0	<input type="checkbox"/> 6	$\ln 4$	<input type="checkbox"/> 7	$\infty$	<input type="checkbox"/> 8	$e^4$
<input checked="" type="checkbox"/>	$e^2$	<input type="checkbox"/> 10	1	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{4}$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$e^8$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$-\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\ln 8$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	4	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	0	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	$\ln 4$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8	$e^4$	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$e^2$	richtig
<input type="checkbox"/> 10	1	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{1}{2}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{4}$	DF: Regel nicht verstanden

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 eFktn                      Folgen                      Nummer: 30 0 2004030006                      Kl: 14G  
 Grad: 50 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.3:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left(\frac{n+4}{n-2}\right)^{\frac{n}{7}+5}$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl ( $n \in 1..4$ )  $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also:  $\left(\frac{n+x_1}{n-x_2}\right)^{\frac{n}{x_3}+x_4}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 2$      $x_3 = 7$      $x_4 = 5$ .

**Erklärung:**

Sie können durch Umformung die Formel  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$  anwenden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+4}{n-2}\right)^{\frac{n}{7}+5} &= \left(1 + \frac{4+2}{n-2}\right)^{\frac{n+35}{7}} && \text{Polynomdivision mit Rest} \\ &= \left(1 + \frac{6}{m}\right)^{\frac{(m+2)+35}{7}} && \text{Substitution } m = n - 2 \\ &= \sqrt[7]{\left(1 + \frac{6}{m}\right)^{m+37}} && \text{Potenzgesetze} \\ &= \sqrt[7]{\left(1 + \frac{6}{m}\right)^m \cdot \left(1 + \frac{6}{m}\right)^{37}} && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow \sqrt[7]{e^6 \cdot 1^{37}} = e^{\frac{6}{7}} && e\text{-Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	2	<input type="checkbox"/> 2	42	<input type="checkbox"/> 3	$\infty$	<input type="checkbox"/> 4	$e^{42}$
<input type="checkbox"/> 5	$-\infty$	<input type="checkbox"/> 6	1	<input type="checkbox"/> 7	$\ln 6 - \ln 7$	<input type="checkbox"/> 8	$e^{\frac{2}{7}}$
<input type="checkbox"/> 9	$\ln 2$	<input type="checkbox"/> 10	$e^4$	<input checked="" type="checkbox"/> 9	$e^{\frac{6}{7}}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{6}{7}$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	2	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	42	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4	$e^{42}$	RF: Potenzgesetz falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 5	$-\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	1	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$\ln 6 - \ln 7$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8	$e^{\frac{2}{7}}$	RF: Potenzgesetz falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 9	$\ln 2$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10	$e^4$	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 11	$e^{\frac{6}{7}}$	richtig
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{6}{7}$	DF: Regel nicht verstanden

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 Brueche                      Folgen                      Nummer: 83 0 2004030001                      Kl: 14G  
 Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 3.1.4:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\frac{8 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 10}{14 - 16 \cdot n + 4 \cdot n^2}$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ( $n \in 1..6$ )  $x_n > 0$

Der Bruch lautet also:  $\frac{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot n + x_6 \cdot n^2}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 8$      $x_2 = 5$      $x_3 = 10$      $x_4 = 14$      $x_5 = 16$      $x_6 = 4$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit  $b_n \neq 0 \neq c_m$ , dann gilt

$$a_n \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \frac{8 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 10}{14 - 16 \cdot n + 4 \cdot n^2} &= \frac{\frac{8 \cdot n^2}{n^2} + \frac{5 \cdot n}{n^2} + \frac{10}{n^2}}{\frac{14}{n^2} - \frac{16 \cdot n}{n^2} + \frac{4 \cdot n^2}{n^2}} \\ &= \frac{8 + \frac{5}{n} + \frac{10}{n^2}}{\frac{14}{n^2} - \frac{16}{n} + 4} \\ &\rightarrow \frac{8+0+0}{0-0+4} = 2 \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{16}{5}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{4}{7}$	<input type="checkbox"/> 3	0	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{5}{16}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{5}{2}$	<input checked="" type="checkbox"/> 6	2	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{23}{2}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{5}{7}$
<input type="checkbox"/> 9	$\infty$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{7}{5}$	<input type="checkbox"/> 11	$-\frac{23}{2}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{2}$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{16}{5}$	DF: falsche Limesbildung	Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{4}{7}$	DF: falsche Limesbildung	
<input type="checkbox"/> 3	0	DF: falsche Limesbildung	
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{5}{16}$	DF: falsche Limesbildung	
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{5}{2}$	DF: falsche Limesbildung	
<input checked="" type="checkbox"/> X	2	richtig	
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{23}{2}$	DF: falsche Limesbildung	
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{5}{7}$	DF: falsche Limesbildung	
<input type="checkbox"/> 9	$\infty$	DF: falsche Limesbildung	
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{7}{5}$	DF: falsche Limesbildung	Kehrbruch
<input type="checkbox"/> 11	$-\frac{23}{2}$	DF: falsche Limesbildung	
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{2}$	DF: falsche Limesbildung	Kehrbruch

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
Wurzel                      Folgen                      Nummer: 92 0 2004030003      Kl: 14G  
Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.5:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\sqrt{9 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 10} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 7 \cdot n + 6}$$

**Parameter:**

$x_n = n - \text{te}$  Zahl in der Wurzel ( $n \in 1..6$ )  $x_1 = x_4$   $x_n > 0$

Der Term lautet also:  $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - \sqrt{x_4 \cdot n^2 + x_5 \cdot n + x_6}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 9$      $x_2 = 12$      $x_3 = 10$      $x_4 = 9$      $x_5 = 7$      $x_6 = 6$ .

**Erklärung:**

Sei  $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$ , und  $b_n, c_n$  sind asymptotisch gleich und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$  und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$  geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} & \sqrt{9 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 10} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 7 \cdot n + 6} \\ &= \frac{(\sqrt{9 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 10} - \sqrt{9 \cdot n^2 + 7 \cdot n + 6}) \cdot (\sqrt{9 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 10} + \sqrt{9 \cdot n^2 + 7 \cdot n + 6})}{\sqrt{9 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 10} + \sqrt{9 \cdot n^2 + 7 \cdot n + 6}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ &= \frac{9 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 10 - (9 \cdot n^2 + 7 \cdot n + 6)}{\sqrt{n^2(9 + \frac{12}{n} + \frac{10}{n^2})} + \sqrt{n^2(9 + \frac{7}{n} + \frac{6}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ &= \frac{5 \cdot n + 4}{n \cdot \sqrt{9 + \frac{12}{n} + \frac{10}{n^2}} + \sqrt{9 + \frac{7}{n} + \frac{6}{n^2}}} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ &= \frac{5 + \frac{4}{n}}{\sqrt{9 + \frac{12}{n} + \frac{10}{n^2}} + \sqrt{9 + \frac{7}{n} + \frac{6}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ &\rightarrow \frac{5+0}{\sqrt{9+0+0} + \sqrt{9+0+0}} = \frac{5}{2\sqrt{9}} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{5}{9}$	<input type="checkbox"/> 2	$\infty$	<input type="checkbox"/> 3	30	<input type="checkbox"/> 4	9
<input type="checkbox"/> 5	0	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{5}{3}$	<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{5}{6}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{4}{3}$
<input type="checkbox"/> 9	24	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{4}{9}$	<input type="checkbox"/> 11	$\sqrt{15}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{2}{3}$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{5}{9}$	RF: Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 2	$\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	30	DF: Dividiert statt multipliziert
<input type="checkbox"/> 4	9	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	0	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{5}{3}$	RF: 2 im Nenner vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 7		richtig
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{4}{3}$	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 9	24	DF: Dividiert statt multipliziert
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{4}{9}$	RF: Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 11	$\sqrt{15}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{2}{3}$	DF: Regel nicht verstanden

MV 04                      Blatt 03    Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 eFktn                      Folgen    Nummer: 95 0 2004030007    Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30    Quelle:    W

**Aufgabe 3.1.6:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left| \left( \frac{5 - 2 \cdot n}{n - 4} \right)^{3 \cdot n - 6} \right|$$

**Parameter:**

$x_n = n$  – te Zahl im Term ( $n \in 1..4$ )  $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also:  $\left| \left( \frac{x_1 - 2 \cdot n}{n - x_2} \right)^{x_3 \cdot n - x_4} \right|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$      $x_2 = 4$      $x_3 = 3$      $x_4 = 6$ .

**Erklärung:**

Finden Sie zuerst den Grenzwert  $g$  des Klammerausdruckes. Gegen welchen Wert strebt  $g^n$ ?

**Rechnung:**

$$\left| \left( \frac{5 - 2 \cdot n}{n - 4} \right)^{3 \cdot n - 6} \right| = \left| \left( -2 + \frac{-3}{n - 4} \right)^{3 \cdot n - 6} \right| \text{ dies verhält sich wie } |(-2)^{3 \cdot n}| \rightarrow \infty$$

$\infty$  wird nicht als Grenzwert angesehen. Deshalb gibt es keinen Grenzwert.

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$e^5$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{5}{4}$	<input type="checkbox"/> 3	$e^{\frac{1}{3}}$	<input type="checkbox"/> 4	$\ln 3$
<input type="checkbox"/> 5	0	<input type="checkbox"/> 6	$e^1$	<input type="checkbox"/> 7	$e^{27}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{3}{5}$
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$\infty$	<input type="checkbox"/> 10	$-\infty$	<input type="checkbox"/> 11	27	<input type="checkbox"/> 12	$\ln 9 - \ln 3$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$e^5$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{5}{4}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$e^{\frac{1}{3}}$	RF: Potenzgesetz falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 4	$\ln 3$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	0	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	$e^1$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$e^{27}$	RF: Potenzgesetz falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{3}{5}$	DF: Regel nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$\infty$	richtig
<input type="checkbox"/> 10	$-\infty$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	27	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$\ln 9 - \ln 3$	DF: Regel nicht verstanden

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
Wurzel                      Folgen                      Nummer: 105 0 2004030004      Kl: 14G  
Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.7:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\sqrt{4 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 8} - 2n + 5$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl im Term ( $n \in 1..5$ )  $x_1 = (x_4)^2$   $x_n > 0$

Der Term lautet also:  $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - x_4 n + x_5$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 6$      $x_3 = 8$      $x_4 = 2$      $x_5 = 5$ .

**Erklärung:**

Sei  $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$ , und  $b_n, c_n$  sind asymptotisch gleich und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$  und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$  geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Eine Folge der Form  $(a_n + b)$   $a, b \geq 0$  kann auch als  $\sqrt{(a_n + b)^2}$  geschrieben werden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} & \sqrt{4 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 8} - 2n + 5 \\ = & \frac{(\sqrt{4 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 8} - \sqrt{(2n-5)^2}) \cdot (\sqrt{4 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 8} + \sqrt{(2n-5)^2})}{\sqrt{4 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 8} + \sqrt{(2n-5)^2}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ & && \text{(für } n > \frac{5}{2} \text{)} \\ = & \frac{4 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 8 - (2n-5)^2}{\sqrt{n^2(4 + \frac{6}{n} + \frac{8}{n^2})} + \sqrt{n^2(4 - \frac{20}{n} + \frac{25}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ = & \frac{(6+20) \cdot n + 8 - 25}{n \cdot (\sqrt{4 + \frac{6}{n} + \frac{8}{n^2}} + \sqrt{4 - \frac{20}{n} + \frac{25}{n^2}})} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ = & \frac{26 + \frac{-17}{n}}{\sqrt{4 + \frac{6}{n} + \frac{8}{n^2}} + \sqrt{4 - \frac{20}{n} + \frac{25}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ \rightarrow & \frac{26+0}{\sqrt{4+0+0} + \sqrt{4-0+0}} = \frac{26}{4} \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	4	<input type="checkbox"/> 2	0	<input type="checkbox"/> 3	8	<input type="checkbox"/> 4	$\infty$
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$\frac{13}{2}$	<input type="checkbox"/> 6	2	<input type="checkbox"/> 7	$\sqrt{19}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{13}{4}$
<input type="checkbox"/> 9	13	<input type="checkbox"/> 10	$\sqrt{11}$	<input type="checkbox"/> 11	1	<input type="checkbox"/> 12	162

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	4	DF: Regel nicht verstanden	
<input type="checkbox"/>	0	DF: Regel nicht verstanden	
<input type="checkbox"/>	8	RF: 2 im Zähler und Nenner vergessen	
<input type="checkbox"/>	$\infty$	DF: Regel nicht verstanden	
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{13}{2}$	richtig	
<input type="checkbox"/>	2	DF: Regel nicht verstanden	
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{19}$	DF: Regel nicht verstanden	
<input type="checkbox"/>	$\frac{13}{4}$	RF: Wurzel nicht gezogen	
<input type="checkbox"/>	13	RF: 2 im Nenner vergessen	
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{11}$	DF: Regel nicht verstanden	
<input type="checkbox"/>	1	DF: Regel nicht verstanden	
<input type="checkbox"/>	162	GL:	geratene Lösung

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>