

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 3

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 4 0 2004030007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: W

Aufgabe 3.1.1: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left| \left(\frac{6 - 2 \cdot n}{n - 5} \right)^{3 \cdot n - 3} \right|$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Term ($n \in 1..4$) $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also: $\left| \left(\frac{x_1 - 2 \cdot n}{n - x_2} \right)^{x_3 \cdot n - x_4} \right|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 5$ $x_3 = 3$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Finden Sie zuerst den Grenzwert g des Klammerausdruckes. Gegen welchen Wert strebt g^n ?

Rechnung:

$$\left| \left(\frac{6 - 2 \cdot n}{n - 5} \right)^{3 \cdot n - 3} \right| = \left| \left(-2 + \frac{-4}{n - 5} \right)^{3 \cdot n - 3} \right| \text{ dies verhält sich wie } |(-2)^{3 \cdot n}| \rightarrow \infty$$

∞ wird nicht als Grenzwert angesehen. Deshalb gibt es keinen Grenzwert.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 2 e^5 | <input type="checkbox"/> 3 $\ln 5$ | <input type="checkbox"/> 4 $e^{\frac{1}{3}}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 1 | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{6}{5}$ | <input type="checkbox"/> 8 33 |
| <input type="checkbox"/> 9 e^{33} | <input type="checkbox"/> 10 $\ln 11 - \ln 3$ | <input type="checkbox"/> 11 e^1 | <input checked="" type="checkbox"/> ∞ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 e^5 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 $\ln 5$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 $e^{\frac{1}{3}}$ | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 1 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{6}{5}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 33 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 e^{33} | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 $\ln 11 - \ln 3$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 e^1 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> ∞ | richtig |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Wurzel Folgen Nummer: 55 0 2004030003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.2: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\sqrt{25 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 16} - \sqrt{25 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 7}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in der Wurzel ($n \in 1..6$) $x_1 = x_4$ $x_n > 0$

Der Term lautet also: $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - \sqrt{x_4 \cdot n^2 + x_5 \cdot n + x_6}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 25$ $x_2 = 11$ $x_3 = 16$ $x_4 = 25$ $x_5 = 6$ $x_6 = 7$.

Erklärung:

Sei $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$, und b_n, c_n sind asymptotisch gleich und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$ und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$ geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{25 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 16} - \sqrt{25 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 7} \\ &= \frac{(\sqrt{25 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 16} - \sqrt{25 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 7}) \cdot (\sqrt{25 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 16} + \sqrt{25 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 7})}{\sqrt{25 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 16} + \sqrt{25 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 7}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ &= \frac{25 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 16 - (25 \cdot n^2 + 6 \cdot n + 7)}{\sqrt{n^2(25 + \frac{11}{n} + \frac{16}{n^2})} + \sqrt{n^2(25 + \frac{6}{n} + \frac{7}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ &= \frac{5 \cdot n + 9}{n \cdot \sqrt{25 + \frac{11}{n} + \frac{16}{n^2}} + \sqrt{25 + \frac{6}{n} + \frac{7}{n^2}}} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ &= \frac{5 + \frac{9}{n}}{\sqrt{25 + \frac{11}{n} + \frac{16}{n^2}} + \sqrt{25 + \frac{6}{n} + \frac{7}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ &\rightarrow \frac{5+0}{\sqrt{25+0+0} + \sqrt{25+0+0}} = \frac{5}{2\sqrt{25}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-------------|-----------------------------|---------------|--|----------------|-----------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 5 | <input type="checkbox"/> 2 | 1 | <input type="checkbox"/> 3 | 90 | <input type="checkbox"/> 4 | 0 |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\sqrt{33}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{5}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{9}{10}$ | <input type="checkbox"/> 8 | ∞ |
| <input type="checkbox"/> 9 | 50 | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{9}{5}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 | $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{9}{25}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|----------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 5 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 | 1 | RF: 2 im Nenner vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 | 90 | DF: Dividiert statt multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 4 | 0 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\sqrt{33}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{5}$ | RF: Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{9}{10}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 | ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 | 50 | DF: Dividiert statt multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{9}{5}$ | RF: 2 im Nenner vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 | $\frac{1}{2}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{9}{25}$ | RF: Wurzel nicht gezogen |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Wurzel Folgen Nummer: 65 0 2004030004 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.3: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\sqrt{16 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 8} - 4n + 8$$

Parameter:

$x_n = n$ - te Zahl im Term ($n \in 1..5$) $x_1 = (x_4)^2$ $x_n > 0$

Der Term lautet also: $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - x_4 n + x_5$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 16$ $x_2 = 16$ $x_3 = 8$ $x_4 = 4$ $x_5 = 8$.

Erklärung:

Sei $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$, und b_n, c_n sind asymptotisch gleich und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$ und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$ geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Eine Folge der Form $(an + b)$ $a, b \geq 0$ kann auch als $\sqrt{(an + b)^2}$ geschrieben werden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{16 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 8} - 4n + 8 \\ = & \frac{(\sqrt{16 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 8} - \sqrt{(4n-8)^2}) \cdot (\sqrt{16 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 8} + \sqrt{(4n-8)^2})}{\sqrt{16 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 8} + \sqrt{(4n-8)^2}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ & && \text{(für } n > \frac{8}{4} \text{)} \\ = & \frac{16 \cdot n^2 + 16 \cdot n + 8 - (4n-8)^2}{\sqrt{n^2(16 + \frac{16}{n} + \frac{8}{n^2})} + \sqrt{n^2(16 - \frac{64}{n} + \frac{64}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ = & \frac{(16+64) \cdot n + 8 - 64}{n \cdot (\sqrt{16 + \frac{16}{n} + \frac{8}{n^2}} + \sqrt{16 - \frac{64}{n} + \frac{64}{n^2}})} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ = & \frac{80 + \frac{-56}{n}}{\sqrt{16 + \frac{16}{n} + \frac{8}{n^2}} + \sqrt{16 - \frac{64}{n} + \frac{64}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ \rightarrow & \frac{80+0}{\sqrt{16+0+0} + \sqrt{16-0+0}} = \frac{80}{8} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-------------|-----------------------------|----------|-----------------------------|-------------|--|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 0 | <input type="checkbox"/> 2 | 1 | <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt{28}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\sqrt{32}$ | <input type="checkbox"/> 6 | ∞ | <input type="checkbox"/> 7 | 12 | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | 10 |
| <input type="checkbox"/> 9 | 6 | <input type="checkbox"/> 10 | 4 | <input type="checkbox"/> 11 | 20 | <input type="checkbox"/> 12 | 5 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|---------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | 0 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 | 1 | RF: 2 im Nenner vergessen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt{28}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{2}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\sqrt{32}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 | ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 | 12 | RF: 2 im Zähler und Nenner vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | 10 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | 6 | RF: 2 im Zähler vergessen |
| <input type="checkbox"/> 10 | 4 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 | 20 | RF: 2 im Nenner vergessen |
| <input type="checkbox"/> 12 | 5 | RF: 2 im Nenner vergessen und Wurzel nicht gezogen |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 66 0 2004030005 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.4: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left(1 + \frac{1}{n-4}\right)^{5n+10}$$

Parameter:

$x_n = n$ - te Zahl ($n \in 1..3$) $x_n > 1$

Der Term lautet also: $\left(1 + \frac{1}{n-x_1}\right)^{x_2 n + x_3}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 5$ $x_3 = 10$.

Erklärung:

Sie können durch Umformung die Formel $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{n-4}\right)^{5n+10} &= \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{5(m+4)+10} && \text{Substitution } m = n - 4 \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m+4+2}\right)^5 && \text{Potenzgesetze} \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right)^5 \cdot \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^6\right)^5 && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow e^5 \cdot (1)^5 = e^5 && e - \text{Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

Angebote Lösung:

- | | | | |
|---|-------------------------------------|---|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 e^5 | <input type="checkbox"/> 2 1 | <input type="checkbox"/> 3 e^{10} | <input type="checkbox"/> 4 e^4 |
| <input type="checkbox"/> 5 $\ln 10$ | <input type="checkbox"/> 6 ∞ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{4}{5}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\ln 4$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\ln 5$ | <input type="checkbox"/> 10 0 | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{5}{4}$ | <input type="checkbox"/> 12 $-\infty$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 e^5 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 2 1 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 e^{10} | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 e^4 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 $\ln 10$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{4}{5}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 $\ln 4$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $\ln 5$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 0 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{5}{4}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12 $-\infty$ | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Brueche Folgen Nummer: 83 0 2004030001 Kl: 14G
 Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.5: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\frac{8 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 5}{16 - 12 \cdot n + 4 \cdot n^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ - te Zahl im Bruch ($n \in 1..6$) $x_n > 0$

Der Bruch lautet also: $\frac{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot n + x_6 \cdot n^2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$ $x_2 = 4$ $x_3 = 5$ $x_4 = 16$ $x_5 = 12$ $x_6 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit $b_n \neq 0 \neq c_m$, dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{8 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 5}{16 - 12 \cdot n + 4 \cdot n^2} &= \frac{\frac{8 \cdot n^2}{n^2} + \frac{4 \cdot n}{n^2} + \frac{5}{n^2}}{\frac{16}{n^2} - \frac{12 \cdot n}{n^2} + \frac{4 \cdot n^2}{n^2}} \\ &= \frac{8 + \frac{4}{n} + \frac{5}{n^2}}{\frac{16}{n^2} - \frac{12}{n} + 4} \\ &\rightarrow \frac{8+0+0}{0-0+4} = 2 \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 0 | <input type="checkbox"/> 3 $-\frac{17}{8}$ | <input type="checkbox"/> 4 ∞ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{17}{8}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 2 | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{4}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{16}{5}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{5}{16}$ | <input type="checkbox"/> 11 3 | <input type="checkbox"/> 12 162 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{3}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 2 0 | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 3 $-\frac{17}{8}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 4 ∞ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{17}{8}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 2 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{4}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{16}{5}$ | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{5}{16}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 11 3 | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 12 162 | GL: geratene Lösung |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 90 0 2004030006 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.6: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left(\frac{n+3}{n-5} \right)^{\frac{n}{4}+2}$$

Parameter:

$x_n = n$ - te Zahl ($n \in 1..4$) $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also: $\left(\frac{n+x_1}{n-x_2}\right)^{\frac{n}{x_3} + x_4}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 5$ $x_3 = 4$ $x_4 = 2$.

Erklärung:

Sie können durch Umformung die Formel $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+3}{n-5}\right)^{\frac{n}{4}+2} &= \left(1 + \frac{3+5}{n-5}\right)^{\frac{n+8}{4}} && \text{Polynomdivision mit Rest} \\ &= \left(1 + \frac{8}{m}\right)^{\frac{(m+5)+8}{4}} && \text{Substitution } m = n - 5 \\ &= \sqrt[4]{\left(1 + \frac{8}{m}\right)^{m+13}} && \text{Potenzgesetze} \\ &= \sqrt[4]{\left(1 + \frac{8}{m}\right)^m \cdot \left(1 + \frac{8}{m}\right)^{13}} && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow \sqrt[4]{e^8 \cdot 1^{13}} = e^{\frac{8}{4}} && e - \text{Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{4}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 32 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 e^2 | <input type="checkbox"/> 4 1 |
| <input type="checkbox"/> 5 ∞ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{3}{5}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\ln 4$ | <input type="checkbox"/> 8 $e^{-\frac{1}{2}}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 2 | <input type="checkbox"/> 10 $\ln 5$ | <input type="checkbox"/> 11 $\ln 8 - \ln 4$ | <input type="checkbox"/> 12 e^5 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{4}{3}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 32 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 e^2 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 1 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{3}{5}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 $\ln 4$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 $e^{-\frac{1}{2}}$ | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 2 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\ln 5$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 $\ln 8 - \ln 4$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12 e^5 | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Brueche Folgen Nummer: 109 0 2004030002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.7: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\frac{3 \cdot 2^n + 32 \cdot 4^n + 5}{5 - 2 \cdot 2^n + 8 \cdot 4^n}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ($n \in 1..6$) $x_n > 0$

Der Bruch lautet also: $\frac{x_1 \cdot 2^n + x_2 \cdot 4^n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot 2^n + x_6 \cdot 4^n}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 32$ $x_3 = 5$ $x_4 = 5$ $x_5 = 2$ $x_6 = 8$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit $b_n \neq 0 \neq c_m$, dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

Rechnung:

Sei $w = 2^n$, dann geht mit n auch w gegen ∞ , und es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot 2^n + 32 \cdot 4^n + 5}{5 - 2 \cdot 2^n + 8 \cdot 4^n} &= \frac{3 \cdot 2^n + 32 \cdot (2^n)^2 + 5}{5 - 2 \cdot 2^n + 8 \cdot (2^n)^2} \\ &= \frac{3 \cdot w + 32 \cdot w^2 + 5}{5 - 2 \cdot w + 8 \cdot w^2} \\ &= \frac{\frac{3}{w} + 32 + \frac{5}{w^2}}{\frac{5}{w^2} - \frac{2}{w} + 8} \\ &\rightarrow \frac{0 + 32 + 0}{0 - 0 + 8} = 4 \end{aligned}$$

Eine Rücksubstitution ist nicht erforderlich.

Angeborene Lösungen:

<input checked="" type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> $\frac{40}{11}$	<input type="checkbox"/> $\frac{3}{2}$	<input type="checkbox"/> $\frac{2}{3}$
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$	<input type="checkbox"/> 32^8	<input type="checkbox"/> $\frac{32}{5}$	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> $\frac{11}{40}$	<input type="checkbox"/> $\frac{\log 3}{\log 2}$	<input type="checkbox"/> 8^{32}	<input type="checkbox"/> $\frac{5}{8}$

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/> 4	richtig
<input type="checkbox"/> $\frac{40}{11}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> $\frac{3}{2}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> $\frac{2}{3}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbuch
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbuch
<input type="checkbox"/> 32^8	DF: potenziert
<input type="checkbox"/> $\frac{32}{5}$	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> 1	DF: falsche Limesbildung
<input type="checkbox"/> $\frac{11}{40}$	DF: falsche Limesbildung, Kehrbuch
<input type="checkbox"/> $\frac{\log 3}{\log 2}$	DF: logarithmiert
<input type="checkbox"/> 8^{32}	DF: potenziert
<input type="checkbox"/> $\frac{5}{8}$	DF: falsche Limesbildung

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>