

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 3**

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte  
 eFktn Folgen Nummer: 12 0 2004030006 Kl: 14G  
 Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

**Aufgabe 3.1.1:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left(\frac{n+4}{n-3}\right)^{\frac{n}{3}+3}$$

**Parameter:**

$x_n = n - \text{te Zahl}$  ( $n \in 1..4$ )  $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also:  $\left(\frac{n+x_1}{n-x_2}\right)^{\frac{n}{x_3}+x_4}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$   $x_2 = 3$   $x_3 = 3$   $x_4 = 3$ .

**Erklärung:**

Sie können durch Umformung die Formel  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$  anwenden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+4}{n-3}\right)^{\frac{n}{3}+3} &= \left(1 + \frac{4+3}{n-3}\right)^{\frac{n+9}{3}} && \text{Polynomdivision mit Rest} \\ &= \left(1 + \frac{7}{m}\right)^{\frac{(m+3)+9}{3}} && \text{Substitution } m = n - 3 \\ &= \sqrt[3]{\left(1 + \frac{7}{m}\right)^{m+12}} && \text{Potenzgesetze} \\ &= \sqrt[3]{\left(1 + \frac{7}{m}\right)^m \cdot \left(1 + \frac{7}{m}\right)^{12}} && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow \sqrt[3]{e^7 \cdot 1^{12}} = e^{\frac{7}{3}} && e\text{-Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

**Angeborene Lösungen:**

- |  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{4}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\ln 3$       | <input type="checkbox"/> 3 $-\infty$                     | <input type="checkbox"/> 4 1                  |
| <input type="checkbox"/> 5 $e^3$         | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{7}{3}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{3}{4}$                 | <input type="checkbox"/> 8 $e^{21}$           |
| <input type="checkbox"/> 9 0             | <input type="checkbox"/> 10 21           | <input checked="" type="checkbox"/> 11 $e^{\frac{7}{3}}$ | <input type="checkbox"/> 12 $e^{\frac{1}{3}}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{4}{3}$                 | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 2 $\ln 3$                       | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 3 $-\infty$                     | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 4 1                             | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 5 $e^3$                         | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{7}{3}$                 | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{3}{4}$                 | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 8 $e^{21}$                      | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 0                             | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 10 21                           | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 $e^{\frac{7}{3}}$ | richtig                            |
| <input type="checkbox"/> 12 $e^{\frac{1}{3}}$            | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte  
 eFktn Folgen Nummer: 29 0 2004030007 Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: W

**Aufgabe 3.1.2:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left| \left( \frac{5 - 2 \cdot n}{n - 3} \right)^{5 \cdot n - 4} \right|$$

**Parameter:**

$x_n = n - \text{te}$  Zahl im Term ( $n \in 1..4$ )  $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also:  $\left| \left( \frac{x_1 - 2 \cdot n}{n - x_2} \right)^{x_3 \cdot n - x_4} \right|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 4$ .

**Erklärung:**

Finden Sie zuerst den Grenzwert  $g$  des Klammerausdruckes. Gegen welchen Wert strebt  $g^n$ ?

**Rechnung:**

$$\left| \left( \frac{5 - 2 \cdot n}{n - 3} \right)^{5 \cdot n - 4} \right| = \left| \left( -2 + \frac{-1}{n - 3} \right)^{5 \cdot n - 4} \right| \text{ dies verhält sich wie } |(-2)^{5 \cdot n}| \rightarrow \infty$$

$\infty$  wird nicht als Grenzwert angesehen. Deshalb gibt es keinen Grenzwert.

**Angebotene Lösungen:**

- |  |   |  |                                     |
|--|---|--|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$           | <input type="checkbox"/> 2 $e^5$            | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{5}{3}$ | <input type="checkbox"/> 4 $e^3$    |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $\infty$ | <input type="checkbox"/> 6 40               | <input type="checkbox"/> 7 $\ln 5$       | <input type="checkbox"/> 8 $e^{40}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 1                   | <input type="checkbox"/> 10 $\ln 8 - \ln 5$ | <input type="checkbox"/> 11 $e^1$        | <input type="checkbox"/> 12 0       |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$           | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 2 $e^5$               | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{5}{3}$       | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 4 $e^3$               | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $\infty$ | richtig                            |
| <input type="checkbox"/> 6 40                  | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 7 $\ln 5$             | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 8 $e^{40}$            | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 1                   | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 10 $\ln 8 - \ln 5$    | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 11 $e^1$              | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 12 0                  | DF: Regel nicht verstanden         |

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 Wurzel                      Folgen                      Nummer: 55 0 2004030003      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.3:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\sqrt{16 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 9} - \sqrt{16 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 2}$$

**Parameter:**

$x_n = n - \text{te}$  Zahl in der Wurzel ( $n \in 1..6$ )  $x_1 = x_4 \quad x_n > 0$

Der Term lautet also:  $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - \sqrt{x_4 \cdot n^2 + x_5 \cdot n + x_6}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 16 \quad x_2 = 13 \quad x_3 = 9 \quad x_4 = 16 \quad x_5 = 5 \quad x_6 = 2$ .

**Erklärung:**

Sei  $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$ , und  $b_n, c_n$  sind asymptotisch gleich und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$  und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$  geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} & \sqrt{16 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 9} - \sqrt{16 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 2} \\ &= \frac{(\sqrt{16 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 9} - \sqrt{16 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 2}) \cdot (\sqrt{16 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 9} + \sqrt{16 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 2})}{\sqrt{16 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 9} + \sqrt{16 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 2}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ &= \frac{16 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 9 - (16 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 2)}{\sqrt{n^2(16 + \frac{13}{n} + \frac{9}{n^2})} + \sqrt{n^2(16 + \frac{5}{n} + \frac{2}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ &= \frac{8 \cdot n + 7}{n \cdot \sqrt{16 + \frac{13}{n} + \frac{9}{n^2}} + \sqrt{16 + \frac{5}{n} + \frac{2}{n^2}}} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ &= \frac{8 + \frac{7}{n}}{\sqrt{16 + \frac{13}{n} + \frac{9}{n^2}} + \sqrt{16 + \frac{5}{n} + \frac{2}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ &\rightarrow \frac{8+0}{\sqrt{16+0+0} + \sqrt{16+0+0}} = \frac{8}{2\sqrt{16}} = 1 \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

<input checked="" type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 10	<input type="checkbox"/> 11	<input type="checkbox"/> 12

**Fehlerinterpretation:**

<input checked="" type="checkbox"/> 1	richtig
<input type="checkbox"/> 2	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	DF: Dividiert statt multipliziert
<input type="checkbox"/> 4	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 6	RF: Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 7	RF: Wurzel nicht gezogen
<input type="checkbox"/> 8	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 11	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	DF: Regel nicht verstanden

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 eFktn                      Folgen                      Nummer: 63 0 2004030005      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.4:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left(1 + \frac{1}{n-9}\right)^{2n+4}$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$

Der Term lautet also:  $\left(1 + \frac{1}{n-x_1}\right)^{x_2 n + x_3}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 9$   $x_2 = 2$   $x_3 = 4$ .

**Erklärung:**

Sie können durch Umformung die Formel  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{x}{n})^n = e^x$  anwenden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned}
 \left(1 + \frac{1}{n-9}\right)^{2n+4} &= \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{2(m+9)+4} && \text{Substitution } m = n - 9 \\
 &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m+9+2}\right)^2 && \text{Potenzgesetze} \\
 &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right)^2 \cdot \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{11}\right)^2 && \text{Potenzgesetze} \\
 \rightarrow e^2 \cdot (1^{11})^2 &= e^2 && e - \text{Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty
 \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |  |   |                                    |  |
|--|---|------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{5}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 2 $e^2$ | <input type="checkbox"/> 3 0       | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{4}{9}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{9}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\ln 9$          | <input type="checkbox"/> 7 $\ln 2$ | <input type="checkbox"/> 8 $\infty$      |
| <input type="checkbox"/> 9 $-\infty$     | <input type="checkbox"/> 10 1               | <input type="checkbox"/> 11 $e^4$  | <input type="checkbox"/> 12 $\ln 4$      |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |                            |
|---|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{5}$    | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 2 $e^2$ | richtig                    |
| <input type="checkbox"/> 3 0                | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{4}{9}$    | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{9}{2}$    | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 $\ln 9$          | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 $\ln 2$          | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 $\infty$         | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $-\infty$        | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 1               | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 $e^4$           | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12 $\ln 4$         | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 Brueche                      Folgen                      Nummer: 100 0 2004030001      Kl: 14G  
 Grad: 30 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.5:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\frac{21 \cdot n^2 + 7 \cdot n + 12}{17 - 22 \cdot n + 7 \cdot n^2}$$

**Parameter:**

$x_n = n - te$  Zahl im Bruch ( $n \in 1..6$ )  $x_n > 0$

Der Bruch lautet also:  $\frac{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot n + x_6 \cdot n^2}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 21$   $x_2 = 7$   $x_3 = 12$   $x_4 = 17$   $x_5 = 22$   $x_6 = 7$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit  $b_n \neq 0 \neq c_m$ , dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \frac{21 \cdot n^2 + 7 \cdot n + 12}{17 - 22 \cdot n + 7 \cdot n^2} &= \frac{\frac{21 \cdot n^2}{n^2} + \frac{7 \cdot n}{n^2} + \frac{12}{n^2}}{\frac{17}{n^2} - \frac{22 \cdot n}{n^2} + \frac{7 \cdot n^2}{n^2}} \\ &= \frac{21 + \frac{7}{n} + \frac{12}{n^2}}{\frac{17}{n^2} - \frac{22}{n} + 7} \\ &\rightarrow \frac{21+0+0}{0-0+7} = 3 \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |                 |                                       |                            |                             |                            |                             |                |
|----------------------------|-----------------|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{21}{17}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | 0                           | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{3}$               |                |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\frac{40}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6            | $\frac{22}{7}$             | <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{17}{12}$            | <input type="checkbox"/> 8  | $\frac{7}{22}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{12}{7}$  | <input type="checkbox"/> 10           | $\frac{40}{2}$             | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{12}{17}$            | <input type="checkbox"/> 12 | $\infty$       |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                 |                                    |
|---------------------------------------|-----------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\frac{21}{17}$ | DF: falsche Limesbildung           |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | 3               | richtig                            |
| <input type="checkbox"/> 3            | 0               | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\frac{1}{3}$   | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 5            | $-\frac{40}{2}$ | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 6            | $\frac{22}{7}$  | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\frac{17}{12}$ | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 8            | $\frac{7}{22}$  | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\frac{12}{7}$  | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\frac{40}{2}$  | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\frac{12}{17}$ | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\infty$        | DF: falsche Limesbildung           |

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 Brueche                      Folgen                      Nummer: 106 0 2004030002                      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 3.1.6:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\frac{3 \cdot 2^n + 18 \cdot 4^n + 3}{2 - 4 \cdot 2^n + 6 \cdot 4^n}$$

**Parameter:**

$x_n = n$  - te Zahl im Bruch ( $n \in 1..6$ )  $x_n > 0$

Der Bruch lautet also:  $\frac{x_1 \cdot 2^n + x_2 \cdot 4^n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot 2^n + x_6 \cdot 4^n}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$      $x_2 = 18$      $x_3 = 3$      $x_4 = 2$      $x_5 = 4$      $x_6 = 6$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit  $b_n \neq 0 \neq c_m$ , dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

**Rechnung:**

Sei  $w = 2^n$ , dann geht mit  $n$  auch  $w$  gegen  $\infty$ , und es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot 2^n + 18 \cdot 4^n + 3}{2 - 4 \cdot 2^n + 6 \cdot 4^n} &= \frac{3 \cdot 2^n + 18 \cdot (2^n)^2 + 3}{2 - 4 \cdot 2^n + 6 \cdot (2^n)^2} \\ &= \frac{3 \cdot w + 18 \cdot w^2 + 3}{2 - 4 \cdot w + 6 \cdot w^2} \\ &= \frac{\frac{3}{w} + 18 + \frac{3}{w^2}}{\frac{2}{w^2} - \frac{4}{w} + 6} \\ &\rightarrow \frac{0 + 18 + 0}{0 - 0 + 6} = 3 \end{aligned}$$

Eine Rücksubstitution ist nicht erforderlich.

**Angeborene Lösungen:**

- |  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{3}{4}$ | <input type="checkbox"/> 2 0             | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{3}{2}$  | <input type="checkbox"/> 4 $6^{18}$       |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 3  | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> 7 9              | <input type="checkbox"/> 8 6              |
| <input type="checkbox"/> 9 $18^6$        | <input type="checkbox"/> 10 $\infty$     | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{3}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{3}{4}$  | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> 2 0              | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{3}{2}$  | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> 4 $6^{18}$       | DF: potenziert                      |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 3   | richtig                             |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{1}{6}$  | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 7 9              | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> 8 6              | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> 9 $18^6$         | DF: potenziert                      |
| <input type="checkbox"/> 10 $\infty$      | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{2}{3}$ | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{3}$ | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 Wurzel                      Folgen                      Nummer: 107 0 2004030004      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.7:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\sqrt{9 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 10} - 3n + 6$$

**Parameter:**

$x_n = n$  – te Zahl im Term ( $n \in 1..5$ )  $x_1 = (x_4)^2$   $x_n > 0$

Der Term lautet also:  $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - x_4 n + x_5$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 9$      $x_2 = 13$      $x_3 = 10$      $x_4 = 3$      $x_5 = 6$ .

**Erklärung:**

Sei  $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$ , und  $b_n, c_n$  sind asymptotisch gleich und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$  und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$  geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Eine Folge der Form  $(an + b)$   $a, b \geq 0$  kann auch als  $\sqrt{(an + b)^2}$  geschrieben werden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{9 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 10} - 3n + 6 \\
 = & \frac{(\sqrt{9 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 10} - \sqrt{(3n-6)^2}) \cdot (\sqrt{9 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 10} + \sqrt{(3n-6)^2})}{\sqrt{9 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 10} + \sqrt{(3n-6)^2}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\
 & && \text{(für } n > \frac{6}{3} \text{)} \\
 = & \frac{9 \cdot n^2 + 13 \cdot n + 10 - (3n-6)^2}{\sqrt{n^2(9 + \frac{13}{n} + \frac{10}{n^2})} + \sqrt{n^2(9 - \frac{36}{n} + \frac{36}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\
 = & \frac{(13+36) \cdot n + 10 - 36}{n \cdot (\sqrt{9 + \frac{13}{n} + \frac{10}{n^2}} + \sqrt{9 - \frac{36}{n} + \frac{36}{n^2}})} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\
 = & \frac{49 + \frac{-26}{n}}{\sqrt{9 + \frac{13}{n} + \frac{10}{n^2}} + \sqrt{9 - \frac{36}{n} + \frac{36}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\
 \rightarrow & \frac{49+0}{\sqrt{9+0+0} + \sqrt{9-0+0}} = \frac{49}{6}
 \end{aligned}$$

**Angebote Lösungen:**

- |                            |                |                             |               |                             |                |                                       |                |
|----------------------------|----------------|-----------------------------|---------------|-----------------------------|----------------|---------------------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 9              | <input type="checkbox"/> 2  | $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3  | 1              | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\frac{49}{6}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{49}{9}$ | <input type="checkbox"/> 6  | 0             | <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{31}{6}$ | <input type="checkbox"/> 8            | $\infty$       |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{31}{3}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\sqrt{23}$   | <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt{29}$    | <input type="checkbox"/> 12           | $\frac{49}{3}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                |  |
|---------------------------------------|----------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | 9              | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{1}{2}$  | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 3            | 1              | RF: 2 im Nenner vergessen                          |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\frac{49}{6}$ | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 5            | $\frac{49}{9}$ | RF: 2 im Nenner vergessen und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 6            | 0              | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\frac{31}{6}$ | RF: 2 im Zähler vergessen                          |
| <input type="checkbox"/> 8            | $\infty$       | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\frac{31}{3}$ | RF: 2 im Zähler und Nenner vergessen               |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\sqrt{23}$    | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\sqrt{29}$    | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\frac{49}{3}$ | RF: 2 im Nenner vergessen                          |

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>