

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 3**

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 eFktn                      Folgen                      Nummer: 6 0 2004030006                      Kl: 14G  
 Grad: 50 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.1:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left(\frac{n+4}{n-5}\right)^{\frac{n}{5}+5}$$

**Parameter:**

$x_n = n - \text{te Zahl } (n \in 1..4) \quad x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also:  $\left(\frac{n+x_1}{n-x_2}\right)^{\frac{n}{x_3}+x_4}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 5$ .

**Erklärung:**

Sie können durch Umformung die Formel  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$  anwenden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+4}{n-5}\right)^{\frac{n}{5}+5} &= \left(1 + \frac{4+5}{n-5}\right)^{\frac{n+25}{5}} && \text{Polynomdivision mit Rest} \\ &= \left(1 + \frac{9}{m}\right)^{\frac{(m+5)+25}{5}} && \text{Substitution } m = n - 5 \\ &= \sqrt[5]{\left(1 + \frac{9}{m}\right)^{m+30}} && \text{Potenzgesetze} \\ &= \sqrt[5]{\left(1 + \frac{9}{m}\right)^m \cdot \left(1 + \frac{9}{m}\right)^{30}} && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow \sqrt[5]{e^9 \cdot 1^{30}} = e^{\frac{9}{5}} && e\text{-Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

**Angebote Lösung:**

- |  |   |                                     |   |
|--|---|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$     | <input checked="" type="checkbox"/> 5 $e^{\frac{9}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 3 1        | <input type="checkbox"/> 4 $e^{-\frac{1}{5}}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\infty$      | <input type="checkbox"/> 6 $e^5$                        | <input type="checkbox"/> 7 $e^{45}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\ln 9 - \ln 5$    |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{9}{5}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{5}{4}$               | <input type="checkbox"/> 11 45      | <input type="checkbox"/> 12 $\ln 5$           |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$                    | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $e^{\frac{9}{5}}$ | richtig                            |
| <input type="checkbox"/> 3 1                            | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 4 $e^{-\frac{1}{5}}$           | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 $\infty$                     | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 6 $e^5$                        | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 7 $e^{45}$                     | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 $\ln 9 - \ln 5$              | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{9}{5}$                | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{5}{4}$               | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 11 45                          | DF: Regel nicht verstanden         |
| <input type="checkbox"/> 12 $\ln 5$                     | DF: Regel nicht verstanden         |

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 Brueche                      Folgen                      Nummer: 7 0 2004030001                      Kl: 14G  
 Grad: 30 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 3.1.2:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\frac{18 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 5}{16 - 13 \cdot n + 9 \cdot n^2}$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ( $n \in 1..6$ )  $x_n > 0$

Der Bruch lautet also:  $\frac{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot n + x_6 \cdot n^2}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 18$   $x_2 = 3$   $x_3 = 5$   $x_4 = 16$   $x_5 = 13$   $x_6 = 9$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit  $b_n \neq 0 \neq c_m$ , dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \frac{18 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 5}{16 - 13 \cdot n + 9 \cdot n^2} &= \frac{\frac{18 \cdot n^2}{n^2} + \frac{3 \cdot n}{n^2} + \frac{5}{n^2}}{\frac{16}{n^2} - \frac{13 \cdot n}{n^2} + \frac{9 \cdot n^2}{n^2}} \\ &= \frac{18 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}}{\frac{16}{n^2} - \frac{13}{n} + 9} \\ &\rightarrow \frac{18+0+0}{0-0+9} = 2 \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |  |   |  |   |
|--|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\infty$      | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{9}{8}$    | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{16}{5}$    | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{3}{13}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 0                | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{5}{16}$    | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{13}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{5}{9}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{26}{12}$ | <input type="checkbox"/> 11 $-\frac{26}{12}$ | <input type="checkbox"/> X 2              |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\infty$          | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{9}{8}$     | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{16}{5}$    | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{3}{13}$    | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$     | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 6 0                 | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{5}{16}$    | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{13}{3}$    | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{5}{9}$     | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{26}{12}$  | DF: falsche Limesbildung           |
| <input type="checkbox"/> 11 $-\frac{26}{12}$ | DF: falsche Limesbildung           |
| <input checked="" type="checkbox"/> X 2      | richtig                            |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte  
 Wurzel Folgen Nummer: 16 0 2004030003 Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

**Aufgabe 3.1.3:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} - \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2}$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl in der Wurzel ( $n \in 1..6$ )  $x_1 = x_4$   $x_n > 0$

Der Term lautet also:  $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - \sqrt{x_4 \cdot n^2 + x_5 \cdot n + x_6}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$   $x_2 = 11$   $x_3 = 7$   $x_4 = 4$   $x_5 = 3$   $x_6 = 2$ .

**Erklärung:**

Sei  $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$ , und  $b_n, c_n$  sind asymptotisch gleich und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$  und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$  geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} & \sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} - \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2} \\ &= \frac{(\sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} - \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2}) \cdot (\sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} + \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2})}{\sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} + \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2}} \quad \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ &= \frac{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7 - (4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2)}{\sqrt{n^2(4 + \frac{11}{n} + \frac{7}{n^2})} + \sqrt{n^2(4 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}} \quad \text{3. binomische Formel} \\ &= \frac{8 \cdot n + 5}{n \cdot \sqrt{4 + \frac{11}{n} + \frac{7}{n^2}} + \sqrt{4 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}}} \quad \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ &= \frac{8 + \frac{5}{n}}{\sqrt{4 + \frac{11}{n} + \frac{7}{n^2}} + \sqrt{4 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}}} \quad \text{n gekürzt} \\ &\rightarrow \frac{8 + 0}{\sqrt{4 + 0 + 0} + \sqrt{4 + 0 + 0}} = \frac{8}{2\sqrt{4}} = 2 \end{aligned}$$

**Angeborene Lösungen:**

- |  |  |  |                                     |
|--|--|--|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 2    | <input type="checkbox"/> 3 $\sqrt{15}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\infty$ |
| <input type="checkbox"/> 5 4             | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{4}$ | <input type="checkbox"/> 7 0           | <input type="checkbox"/> 8 32       |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{21}$   | <input type="checkbox"/> 10 20           | <input type="checkbox"/> 11 161        | <input type="checkbox"/> 12 162     |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{2}$ | RF: 2 im Nenner vergessen         |
| <input checked="" type="checkbox"/> 2    | richtig                           |
| <input type="checkbox"/> 3 $\sqrt{15}$   | DF: Regel nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 4 $\infty$      | DF: Regel nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 5 4             | RF: 2 im Nenner vergessen         |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{4}$ | DF: Regel nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 7 0             | DF: Regel nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 8 32            | DF: Dividiert statt multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{21}$   | DF: Regel nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 10 20           | DF: Dividiert statt multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 11 161          | GL: geratene Lösung               |
| <input type="checkbox"/> 12 162          | GL: geratene Lösung               |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte  
 eFktn Folgen Nummer: 46 0 2004030005 Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

**Aufgabe 3.1.4:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left(1 + \frac{1}{n-5}\right)^{3n+12}$$

**Parameter:**

$x_n = n$  - te Zahl ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$

Der Term lautet also:  $\left(1 + \frac{1}{n-x_1}\right)^{x_2 n + x_3}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$   $x_2 = 3$   $x_3 = 12$ .

**Erklärung:**

Sie können durch Umformung die Formel  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$  anwenden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{n-5}\right)^{3n+12} &= \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{3(m+5)+12} && \text{Substitution } m = n - 5 \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m+5+4}\right)^3 && \text{Potenzgesetze} \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right)^3 \cdot \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^9\right)^3 && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow e^3 \cdot (1^9)^3 = e^3 && e\text{-Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |   |  |  |   |
|---|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1                | <input type="checkbox"/> $\frac{3}{5}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{3}$ | <input type="checkbox"/> $e^5$          |
| <input checked="" type="checkbox"/> $e^3$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> $-\infty$     | <input type="checkbox"/> $\infty$       |
| <input type="checkbox"/> 0                | <input type="checkbox"/> $\ln 5$       | <input type="checkbox"/> $\ln 3$       | <input type="checkbox"/> $\frac{12}{5}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |                            |
|---|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1                | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\frac{3}{5}$    | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{3}$    | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $e^5$            | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> $e^3$ | richtig                    |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$    | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$        | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\infty$         | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 0                | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\ln 5$          | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\ln 3$          | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\frac{12}{5}$   | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte  
 Wurzel Folgen Nummer: 55 0 2004030004 Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

**Aufgabe 3.1.5:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} - 3n + 7$$

**Parameter:**

$x_n = n$  - te Zahl im Term ( $n \in 1..5$ )  $x_1 = (x_4)^2$   $x_n > 0$

Der Term lautet also:  $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - x_4 n + x_5$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 9$   $x_2 = 14$   $x_3 = 10$   $x_4 = 3$   $x_5 = 7$ .

**Erklärung:**

Sei  $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$ , und  $b_n, c_n$  sind asymptotisch gleich und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$  und  $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$  geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Eine Folge der Form  $(an + b)$   $a, b \geq 0$  kann auch als  $\sqrt{(an + b)^2}$  geschrieben werden.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} & \sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} - 3n + 7 \\ = & \frac{(\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} - \sqrt{(3n-7)^2}) \cdot (\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} + \sqrt{(3n-7)^2})}{\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} + \sqrt{(3n-7)^2}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ & && \text{(für } n > \frac{7}{3} \text{)} \\ = & \frac{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10 - (3n-7)^2}{\sqrt{n^2(9 + \frac{14}{n} + \frac{10}{n^2})} + \sqrt{n^2(9 - \frac{42}{n} + \frac{49}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ = & \frac{(14+42) \cdot n + 10 - 49}{n \cdot (\sqrt{9 + \frac{14}{n} + \frac{10}{n^2}} + \sqrt{9 - \frac{42}{n} + \frac{49}{n^2}})} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ = & \frac{56 + \frac{-39}{n}}{\sqrt{9 + \frac{14}{n} + \frac{10}{n^2}} + \sqrt{9 - \frac{42}{n} + \frac{49}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ \rightarrow & \frac{56+0}{\sqrt{9+0+0} + \sqrt{9-0+0}} = \frac{56}{6} \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{56}{9}$ | <input type="checkbox"/> 2 3              | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{28}{9}$             | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{35}{6}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 0              | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{35}{3}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\infty$                   | <input type="checkbox"/> 8 $\sqrt{31}$    |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{23}$    | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{2}{3}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 $\frac{28}{3}$ | <input type="checkbox"/> 12 9             |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{56}{9}$             | RF: 2 im Nenner vergessen und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 2 3                          | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{28}{9}$             | RF: Wurzel nicht gezogen                           |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{35}{6}$             | RF: 2 im Zähler vergessen                          |
| <input type="checkbox"/> 5 0                          | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{35}{3}$             | RF: 2 im Zähler und Nenner vergessen               |
| <input type="checkbox"/> 7 $\infty$                   | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 8 $\sqrt{31}$                | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{23}$                | DF: Regel nicht verstanden                         |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{2}{3}$             | RF: 2 im Nenner vergessen                          |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 $\frac{28}{3}$ | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 12 9                         | DF: Regel nicht verstanden                         |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte  
 eFktn Folgen Nummer: 71 0 2004030007 Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: W

**Aufgabe 3.1.6:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\left| \left( \frac{3 - 2 \cdot n}{n - 5} \right)^{4 \cdot n - 6} \right|$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl im Term ( $n \in 1..4$ )  $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also:  $\left| \left( \frac{x_1 - 2 \cdot n}{n - x_2} \right)^{x_3 \cdot n - x_4} \right|$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 4 \quad x_4 = 6$ .

**Erklärung:**

Finden Sie zuerst den Grenzwert  $g$  des Klammerausdruckes. Gegen welchen Wert strebt  $g^n$ ?

**Rechnung:**

$$\left| \left( \frac{3 - 2 \cdot n}{n - 5} \right)^{4 \cdot n - 6} \right| = \left| \left( -2 + \frac{-7}{n - 5} \right)^{4 \cdot n - 6} \right| \quad \text{dies verhält sich wie } |(-2)^{4 \cdot n}| \rightarrow \infty$$

$\infty$  wird nicht als Grenzwert angesehen. Deshalb gibt es keinen Grenzwert.

**Angebote Lösung:**

- |                            |                 |                             |               |                                       |           |                             |         |
|----------------------------|-----------------|-----------------------------|---------------|---------------------------------------|-----------|-----------------------------|---------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\ln 5$         | <input type="checkbox"/> 2  | $\frac{3}{5}$ | <input type="checkbox"/> 3            | $e^1$     | <input type="checkbox"/> 4  | $\ln 4$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\ln 8 - \ln 4$ | <input type="checkbox"/> 6  | 2             | <input type="checkbox"/> 7            | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 8  | 1       |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{4}{3}$   | <input type="checkbox"/> 10 | 0             | <input checked="" type="checkbox"/> X | $\infty$  | <input type="checkbox"/> 12 | $e^3$   |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                 |                            |
|---------------------------------------|-----------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\ln 5$         | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{3}{5}$   | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3            | $e^1$           | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\ln 4$         | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5            | $\ln 8 - \ln 4$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6            | 2               | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7            | $-\infty$       | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8            | 1               | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\frac{4}{3}$   | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10           | 0               | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $\infty$        | richtig                    |
| <input type="checkbox"/> 12           | $e^3$           | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04                      Blatt 03                      Kapitel 3.2                      Grenzwerte  
 Brueche                      Folgen                      Nummer: 77 0 2004030002                      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 3.1.7:** Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für  $n \rightarrow \infty$  strebt:

$$\frac{3 \cdot 2^n + 21 \cdot 4^n + 2}{2 - 4 \cdot 2^n + 7 \cdot 4^n}$$

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ( $n \in 1..6$ )  $x_n > 0$

Der Bruch lautet also:  $\frac{x_1 \cdot 2^n + x_2 \cdot 4^n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot 2^n + x_6 \cdot 4^n}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3 \quad x_2 = 21 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = 2 \quad x_5 = 4 \quad x_6 = 7$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit  $b_n \neq 0 \neq c_m$ , dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

### Rechnung:

Sei  $w = 2^n$ , dann geht mit  $n$  auch  $w$  gegen  $\infty$ , und es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot 2^n + 21 \cdot 4^n + 2}{2 - 4 \cdot 2^n + 7 \cdot 4^n} &= \frac{3 \cdot 2^n + 21 \cdot (2^n)^2 + 2}{2 - 4 \cdot 2^n + 7 \cdot (2^n)^2} \\ &= \frac{3 \cdot w + 21 \cdot w^2 + 2}{2 - 4 \cdot w + 7 \cdot w^2} \\ &= \frac{\frac{3}{w} + 21 + \frac{2}{w^2}}{\frac{2}{w^2} - \frac{4}{w} + 7} \\ &\rightarrow \frac{0 + 21 + 0}{0 - 0 + 7} = 3 \end{aligned}$$

Eine Rücksubstitution ist nicht erforderlich.

### Angeborene Lösungen:

- |  |                                       |   |   |
|--|---------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1                       | <input type="checkbox"/> $7^{21}$     | <input type="checkbox"/> $\frac{4}{3}$  | <input type="checkbox"/> $\frac{2}{7}$  |
| <input type="checkbox"/> $\infty$                | <input type="checkbox"/> $21^7$       | <input type="checkbox"/> $\frac{21}{2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{26}{5}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{\log 3}{\log 4}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{26}$ | <input type="checkbox"/> 0              |

### Fehlerinterpretation:

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1                       | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> $7^{21}$                | DF: potenziert                      |
| <input type="checkbox"/> $\frac{4}{3}$           | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> $\frac{3}{7}$           | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> $\infty$                | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> $21^7$                  | DF: potenziert                      |
| <input type="checkbox"/> $\frac{21}{2}$          | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> $\frac{26}{5}$          | DF: falsche Limesbildung            |
| <input type="checkbox"/> $\frac{\log 3}{\log 4}$ | DF: logarithmiert                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3            | richtig                             |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{26}$          | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 0                       | DF: falsche Limesbildung            |

### Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>