

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 3

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 6 0 2004030006 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.1: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left(\frac{n+4}{n-5}\right)^{\frac{n}{5}+5}$$

Parameter:

$x_n = n - \text{te Zahl } (n \in 1..4) \quad x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also: $\left(\frac{n+x_1}{n-x_2}\right)^{\frac{n}{x_3}+x_4}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 5$.

Erklärung:

Sie können durch Umformung die Formel $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+4}{n-5}\right)^{\frac{n}{5}+5} &= \left(1 + \frac{4+5}{n-5}\right)^{\frac{n+25}{5}} && \text{Polynomdivision mit Rest} \\ &= \left(1 + \frac{9}{m}\right)^{\frac{(m+5)+25}{5}} && \text{Substitution } m = n - 5 \\ &= \sqrt[5]{\left(1 + \frac{9}{m}\right)^{m+30}} && \text{Potenzgesetze} \\ &= \sqrt[5]{\left(1 + \frac{9}{m}\right)^m \cdot \left(1 + \frac{9}{m}\right)^{30}} && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow \sqrt[5]{e^9 \cdot 1^{30}} = e^{\frac{9}{5}} && e\text{-Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

Angebote Lösung:

- | | | | |
|--|---|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | <input checked="" type="checkbox"/> 5 $e^{\frac{9}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 3 1 | <input type="checkbox"/> 4 $e^{-\frac{1}{5}}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 ∞ | <input type="checkbox"/> 6 e^5 | <input type="checkbox"/> 7 e^{45} | <input type="checkbox"/> 8 $\ln 9 - \ln 5$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{9}{5}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{5}{4}$ | <input type="checkbox"/> 11 45 | <input type="checkbox"/> 12 $\ln 5$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $e^{\frac{9}{5}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 3 1 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 $e^{-\frac{1}{5}}$ | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 e^5 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 e^{45} | RF: Potenzgesetz falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 $\ln 9 - \ln 5$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{9}{5}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{5}{4}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 45 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12 $\ln 5$ | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Brueche Folgen Nummer: 7 0 2004030001 Kl: 14G
 Grad: 30 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.2: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\frac{18 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 5}{16 - 13 \cdot n + 9 \cdot n^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ($n \in 1..6$) $x_n > 0$

Der Bruch lautet also: $\frac{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot n + x_6 \cdot n^2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 18$ $x_2 = 3$ $x_3 = 5$ $x_4 = 16$ $x_5 = 13$ $x_6 = 9$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit $b_n \neq 0 \neq c_m$, dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{18 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 5}{16 - 13 \cdot n + 9 \cdot n^2} &= \frac{\frac{18 \cdot n^2}{n^2} + \frac{3 \cdot n}{n^2} + \frac{5}{n^2}}{\frac{16}{n^2} - \frac{13 \cdot n}{n^2} + \frac{9 \cdot n^2}{n^2}} \\ &= \frac{18 + \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}}{\frac{16}{n^2} - \frac{13}{n} + 9} \\ &\rightarrow \frac{18+0+0}{0-0+9} = 2 \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 ∞ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{9}{8}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{16}{5}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{3}{13}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 0 | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{5}{16}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{13}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{5}{9}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{26}{12}$ | <input type="checkbox"/> 11 $-\frac{26}{12}$ | <input type="checkbox"/> X 2 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 ∞ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{9}{8}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{16}{5}$ | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{3}{13}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 6 0 | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{5}{16}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{13}{3}$ | DF: falsche Limesbildung Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{5}{9}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{26}{12}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 11 $-\frac{26}{12}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input checked="" type="checkbox"/> X 2 | richtig |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Wurzel Folgen Nummer: 16 0 2004030003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.3: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} - \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in der Wurzel ($n \in 1..6$) $x_1 = x_4$ $x_n > 0$

Der Term lautet also: $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - \sqrt{x_4 \cdot n^2 + x_5 \cdot n + x_6}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 11$ $x_3 = 7$ $x_4 = 4$ $x_5 = 3$ $x_6 = 2$.

Erklärung:

Sei $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$, und b_n, c_n sind asymptotisch gleich und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$ und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$ geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} - \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2} \\ &= \frac{(\sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} - \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2}) \cdot (\sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} + \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2})}{\sqrt{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7} + \sqrt{4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2}} \quad \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ &= \frac{4 \cdot n^2 + 11 \cdot n + 7 - (4 \cdot n^2 + 3 \cdot n + 2)}{\sqrt{n^2(4 + \frac{11}{n} + \frac{7}{n^2})} + \sqrt{n^2(4 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}} \quad \text{3. binomische Formel} \\ &= \frac{8 \cdot n + 5}{n \cdot \sqrt{4 + \frac{11}{n} + \frac{7}{n^2}} + \sqrt{4 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}}} \quad \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ &= \frac{8 + \frac{5}{n}}{\sqrt{4 + \frac{11}{n} + \frac{7}{n^2}} + \sqrt{4 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}}} \quad \text{n gekürzt} \\ &\rightarrow \frac{8 + 0}{\sqrt{4 + 0 + 0} + \sqrt{4 + 0 + 0}} = \frac{8}{2\sqrt{4}} = 2 \end{aligned}$$

Angeborene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{2}$	<input checked="" type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3 $\sqrt{15}$	<input type="checkbox"/> 4 ∞
<input type="checkbox"/> 5 4	<input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{4}$	<input type="checkbox"/> 7 0	<input type="checkbox"/> 8 32
<input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{21}$	<input type="checkbox"/> 10 20	<input type="checkbox"/> 11 161	<input type="checkbox"/> 12 162

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{2}$	RF: 2 im Nenner vergessen
<input checked="" type="checkbox"/> 2	richtig
<input type="checkbox"/> 3 $\sqrt{15}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4 ∞	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5 4	RF: 2 im Nenner vergessen
<input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{4}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7 0	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8 32	DF: Dividiert statt multipliziert
<input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{21}$	DF: Regel nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10 20	DF: Dividiert statt multipliziert
<input type="checkbox"/> 11 161	GL: geratene Lösung
<input type="checkbox"/> 12 162	GL: geratene Lösung

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 46 0 2004030005 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.4: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left(1 + \frac{1}{n-5}\right)^{3n+12}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl ($n \in 1..3$) $x_n > 1$

Der Term lautet also: $\left(1 + \frac{1}{n-x_1}\right)^{x_2 n + x_3}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 3$ $x_3 = 12$.

Erklärung:

Sie können durch Umformung die Formel $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{n-5}\right)^{3n+12} &= \left(1 + \frac{1}{m}\right)^{3(m+5)+12} && \text{Substitution } m = n - 5 \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^{m+5+4}\right)^3 && \text{Potenzgesetze} \\ &= \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m\right)^3 \cdot \left(\left(1 + \frac{1}{m}\right)^9\right)^3 && \text{Potenzgesetze} \\ &\rightarrow e^3 \cdot (1^9)^3 = e^3 && e\text{-Limes und mit } n \text{ geht auch } m \text{ gegen } \infty \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> $\frac{3}{5}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{3}$ | <input type="checkbox"/> e^5 |
| <input checked="" type="checkbox"/> e^3 | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> $-\infty$ | <input type="checkbox"/> ∞ |
| <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> $\ln 5$ | <input type="checkbox"/> $\ln 3$ | <input type="checkbox"/> $\frac{12}{5}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\frac{3}{5}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{3}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> e^5 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> e^3 | richtig |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 0 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\ln 5$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\ln 3$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> $\frac{12}{5}$ | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Wurzel Folgen Nummer: 55 0 2004030004 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.5: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} - 3n + 7$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Term ($n \in 1..5$) $x_1 = (x_4)^2$ $x_n > 0$

Der Term lautet also: $\sqrt{x_1 \cdot n^2 + x_2 \cdot n + x_3} - x_4 n + x_5$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$ $x_2 = 14$ $x_3 = 10$ $x_4 = 3$ $x_5 = 7$.

Erklärung:

Sei $a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}$, und b_n, c_n sind asymptotisch gleich und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n} > 0$ und $\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}$ geht nicht gegen 0, dann gilt

$$a_n = \sqrt{b_n} - \sqrt{c_n} = \frac{(\sqrt{b_n} - \sqrt{c_n}) \cdot (\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n})}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}} = \frac{b_n - c_n}{\sqrt{b_n} + \sqrt{c_n}}$$

Eine Folge der Form $(an + b)$ $a, b \geq 0$ kann auch als $\sqrt{(an + b)^2}$ geschrieben werden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} - 3n + 7 \\ = & \frac{(\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} - \sqrt{(3n-7)^2}) \cdot (\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} + \sqrt{(3n-7)^2})}{\sqrt{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10} + \sqrt{(3n-7)^2}} && \text{Regel: Differenzen von Wurzeln} \\ & && \text{(für } n > \frac{7}{3} \text{)} \\ = & \frac{9 \cdot n^2 + 14 \cdot n + 10 - (3n-7)^2}{\sqrt{n^2(9 + \frac{14}{n} + \frac{10}{n^2})} + \sqrt{n^2(9 - \frac{42}{n} + \frac{49}{n^2})}} && \text{3. binomische Formel} \\ = & \frac{(14+42) \cdot n + 10 - 49}{n \cdot (\sqrt{9 + \frac{14}{n} + \frac{10}{n^2}} + \sqrt{9 - \frac{42}{n} + \frac{49}{n^2}})} && \text{teilweise Wurzel gezogen} \\ = & \frac{56 + \frac{-39}{n}}{\sqrt{9 + \frac{14}{n} + \frac{10}{n^2}} + \sqrt{9 - \frac{42}{n} + \frac{49}{n^2}}} && n \text{ gekürzt} \\ \rightarrow & \frac{56+0}{\sqrt{9+0+0} + \sqrt{9-0+0}} = \frac{56}{6} \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{56}{9}$ | <input type="checkbox"/> 2 3 | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{28}{9}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{35}{6}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 0 | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{35}{3}$ | <input type="checkbox"/> 7 ∞ | <input type="checkbox"/> 8 $\sqrt{31}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{23}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{2}{3}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 $\frac{28}{3}$ | <input type="checkbox"/> 12 9 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{56}{9}$ | RF: 2 im Nenner vergessen und Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 2 3 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{28}{9}$ | RF: Wurzel nicht gezogen |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{35}{6}$ | RF: 2 im Zähler vergessen |
| <input type="checkbox"/> 5 0 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{35}{3}$ | RF: 2 im Zähler und Nenner vergessen |
| <input type="checkbox"/> 7 ∞ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 $\sqrt{31}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{23}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{2}{3}$ | RF: 2 im Nenner vergessen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 $\frac{28}{3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 9 | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 eFktn Folgen Nummer: 71 0 2004030007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: W

Aufgabe 3.1.6: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\left| \left(\frac{3 - 2 \cdot n}{n - 5} \right)^{4 \cdot n - 6} \right|$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Term ($n \in 1..4$) $x_n > 1, x_3 > 2$

Der Term lautet also: $\left| \left(\frac{x_1 - 2 \cdot n}{n - x_2} \right)^{x_3 \cdot n - x_4} \right|$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 4 \quad x_4 = 6$.

Erklärung:

Finden Sie zuerst den Grenzwert g des Klammerausdruckes. Gegen welchen Wert strebt g^n ?

Rechnung:

$$\left| \left(\frac{3 - 2 \cdot n}{n - 5} \right)^{4 \cdot n - 6} \right| = \left| \left(-2 + \frac{-7}{n - 5} \right)^{4 \cdot n - 6} \right| \quad \text{dies verhält sich wie } |(-2)^{4 \cdot n}| \rightarrow \infty$$

∞ wird nicht als Grenzwert angesehen. Deshalb gibt es keinen Grenzwert.

Angebote Lösung:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-----------------|-----------------------------|---------------|---------------------------------------|-----------|-----------------------------|---------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\ln 5$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{3}{5}$ | <input type="checkbox"/> 3 | e^1 | <input type="checkbox"/> 4 | $\ln 4$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\ln 8 - \ln 4$ | <input type="checkbox"/> 6 | 2 | <input type="checkbox"/> 7 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 8 | 1 |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{4}{3}$ | <input type="checkbox"/> 10 | 0 | <input checked="" type="checkbox"/> X | ∞ | <input type="checkbox"/> 12 | e^3 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\ln 5$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{3}{5}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 | e^1 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\ln 4$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\ln 8 - \ln 4$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 | 2 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-\infty$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 | 1 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{4}{3}$ | DF: Regel nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 | 0 | DF: Regel nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | ∞ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | e^3 | DF: Regel nicht verstanden |

MV 04 Blatt 03 Kapitel 3.2 Grenzwerte
 Brueche Folgen Nummer: 77 0 2004030002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 3.1.7: Bestimmen Sie den Wert, gegen den die Folge für $n \rightarrow \infty$ strebt:

$$\frac{3 \cdot 2^n + 21 \cdot 4^n + 2}{2 - 4 \cdot 2^n + 7 \cdot 4^n}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl im Bruch ($n \in 1..6$) $x_n > 0$

Der Bruch lautet also: $\frac{x_1 \cdot 2^n + x_2 \cdot 4^n + x_3}{x_4 - x_5 \cdot 2^n + x_6 \cdot 4^n}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 21 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = 2 \quad x_5 = 4 \quad x_6 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel zum Erweitern von Brüchen an. Sei

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i}$$

mit $b_n \neq 0 \neq c_m$, dann gilt

$$a_n = \frac{\sum_{i=0}^n b_i x^i}{\sum_{i=0}^m c_i x^i} \rightarrow \begin{cases} \pm\infty & \text{falls } n > m \\ \frac{b_n}{c_n} & \text{falls } n = m \\ 0 & \text{falls } n < m \end{cases}$$

Rechnung:

Sei $w = 2^n$, dann geht mit n auch w gegen ∞ , und es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot 2^n + 21 \cdot 4^n + 2}{2 - 4 \cdot 2^n + 7 \cdot 4^n} &= \frac{3 \cdot 2^n + 21 \cdot (2^n)^2 + 2}{2 - 4 \cdot 2^n + 7 \cdot (2^n)^2} \\ &= \frac{3 \cdot w + 21 \cdot w^2 + 2}{2 - 4 \cdot w + 7 \cdot w^2} \\ &= \frac{\frac{3}{w} + 21 + \frac{2}{w^2}}{\frac{2}{w^2} - \frac{4}{w} + 7} \\ &\rightarrow \frac{0 + 21 + 0}{0 - 0 + 7} = 3 \end{aligned}$$

Eine Rücksubstitution ist nicht erforderlich.

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|--|---------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 7^{21} | <input type="checkbox"/> $\frac{4}{3}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2}{7}$ |
| <input type="checkbox"/> ∞ | <input type="checkbox"/> 21^7 | <input type="checkbox"/> $\frac{21}{2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{26}{5}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{\log 3}{\log 4}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{26}$ | <input type="checkbox"/> 0 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 7^{21} | DF: potenziert |
| <input type="checkbox"/> $\frac{4}{3}$ | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> $\frac{3}{7}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> ∞ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> 21^7 | DF: potenziert |
| <input type="checkbox"/> $\frac{21}{2}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> $\frac{26}{5}$ | DF: falsche Limesbildung |
| <input type="checkbox"/> $\frac{\log 3}{\log 4}$ | DF: logarithmiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | richtig |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{26}$ | DF: falsche Limesbildung, Kehrbruch |
| <input type="checkbox"/> 0 | DF: falsche Limesbildung |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>