

## Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 4

MV 04 Blatt 04 Kapitel 3.3 Konvergenzbereiche  
 Reihen Folgen Nummer: 26 0 2004040006 Kl: 14G  
 Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

**Aufgabe 4.1.1:** Für welche  $x \in \mathbb{R}$  konvergiert die Reihe

$$\sum_{i=9}^{\infty} \frac{4}{i^4} \cdot \left(\frac{8}{x}\right)^i ?$$

Gesucht ist der maximale Bereich in dem die Reihe konvergiert.

**Parameter:**

$x_n = n - \text{te}$  Zahl in der Reihe ( $n \in 1..4$ )  $x_n > 1$

Die Reihe lautet also:  $\sum_{i=x_1}^{\infty} \frac{x_2}{i^{x_4}} \cdot \left(\frac{x_3}{x}\right)^i$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 9$   $x_2 = 4$   $x_3 = 8$   $x_4 = 4$ .

**Erklärung:**

Wir wenden das Quotientenkriterium an:  $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| < q < 1 \Rightarrow a_n$  konvergent.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| &= \left| \frac{\frac{4}{(n+1)^4} \cdot \left(\frac{8}{x}\right)^{n+1}}{\frac{4}{n^4} \cdot \left(\frac{8}{x}\right)^n} \right| \\ &= \left| \left(\frac{n}{n+1}\right)^4 \cdot \frac{8}{x} \right| \quad \frac{8^n}{x^n} \text{ und } 4 \text{ gekürzt} \\ &\rightarrow \left| \frac{8}{x} \right| \quad \text{für } n \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Also ist  $\left| \left(\frac{n}{n+1}\right)^4 \cdot \frac{8}{x} \right| < q < 1$  (von einer Stelle an), wenn  $|x| > 8$  ist. Was gilt an den Rändern also für  $x = \pm 8$ ?

$$x = 8: \quad \sum_{i=9}^{\infty} \frac{4}{i^4} \cdot \left(\frac{8}{8}\right)^i = \sum_{i=9}^{\infty} \frac{4}{i^4} \quad \text{konvergent nach dem Integralkriterium}$$

$$x = -8: \quad \sum_{i=9}^{\infty} \frac{4}{i^4} \cdot \left(\frac{-8}{8}\right)^i = \sum_{i=9}^{\infty} (-1)^i \cdot \frac{4}{i^4} \quad \text{konvergent nach Leibnitz}$$

Also konvergiert die Reihe für  $x \leq -8$  oder für  $x \geq 8$ .

**Angeborene Lösungen:**

- |   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x \leq \frac{-1}{8}$ oder $x > \frac{1}{8}$ | <input type="checkbox"/> 2 $x \in [-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$     | <input type="checkbox"/> 3 $x \in [-1, 1)$                           | <input type="checkbox"/> 4 $x < -8$ oder $x \geq 8$                      |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \in (-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$          | <input type="checkbox"/> 6 $x \in (-1, 1)$                         | <input type="checkbox"/> 7 $x < \frac{-1}{8}$ oder $x > \frac{1}{8}$ | <input type="checkbox"/> 8 $x \in (-8, 8)$                               |
| <input type="checkbox"/> 9 $x \in [-8, 8]$                              | <input checked="" type="checkbox"/> 10 $x \leq -8$ oder $x \geq 8$ | <input type="checkbox"/> 11 $x \in [-1, 1]$                          | <input type="checkbox"/> 12 $x < \frac{-1}{8}$ oder $x \geq \frac{1}{8}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                               |
|--|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $x \leq \frac{-1}{8}$ oder $x > \frac{1}{8}$  | DF: Als Potenzreihe gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 $x \in [-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$           | DF: Als Potenzreihe gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 $x \in [-1, 1)$                               | DF: Lösung geraten            |
| <input type="checkbox"/> 4 $x < -8$ oder $x \geq 8$                      | DF: Ränder nicht beachtet     |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \in (-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$           | DF: Als Potenzreihe gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 $x \in (-1, 1)$                               | DF: Lösung geraten            |
| <input type="checkbox"/> 7 $x < \frac{-1}{8}$ oder $x > \frac{1}{8}$     | DF: Als Potenzreihe gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 $x \in (-8, 8)$                               | DF: Als Potenzreihe gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 $x \in [-8, 8]$                               | DF: Als Potenzreihe gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 $x \leq -8$ oder $x \geq 8$       | richtig                       |
| <input type="checkbox"/> 11 $x \in [-1, 1]$                              | DF: Lösung geraten            |
| <input type="checkbox"/> 12 $x < \frac{-1}{8}$ oder $x \geq \frac{1}{8}$ | DF: Als Potenzreihe gerechnet |

**Aufgabe 4.1.2:** Für welche  $x \in \mathbf{R}$  konvergiert die Reihe:

$$\sum_{i=7}^{\infty} (2 \cdot i + 9) \cdot (5 \cdot x + 6)^i ?$$

Gesucht ist der maximale Bereich in dem die Reihe konvergiert.

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl in der Reihe ( $n \in \mathbf{N}$ )  $x_n > 1$

Die Reihe lautet also:  $\sum_{i=x_1}^{\infty} (x_2 \cdot i + x_3) \cdot (x_4 \cdot x + x_5)^i$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7$      $x_2 = 2$      $x_3 = 9$      $x_4 = 5$      $x_5 = 6$ .

**Erklärung:**

Wir wenden das Quotientenkriterium an:  $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| < q < 1 \Rightarrow a_n$  konvergent. Dazu substituieren wir zuerst  $y = 5 \cdot x + 6$ .

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| &= \left| \frac{(2 \cdot (n+1) + 9) \cdot y^{(n+1)}}{(2 \cdot n + 9) \cdot y^n} \right| \\ &= \left| y \cdot \frac{(2 \cdot n + 11)}{2 \cdot n + 9} \right| && y^n \text{ gekürzt} \\ &= \left| y \cdot \frac{2 + \frac{11}{n}}{2 + \frac{9}{n}} \right| && n \text{ gekürzt} \\ &\rightarrow \left| y \cdot \frac{2}{2} \right| = |y| \end{aligned}$$

Also ist  $\left| y \cdot \frac{(2 \cdot n + 11)}{2 \cdot n + 9} \right| < q < 1$  (von einer Stelle an), wenn  $|y| < q < 1$  ist, also wenn  $y \in (-1, 1)$ . Was gilt an den Rändern, also für  $y = 1$  oder  $y = -1$ ?

$$\begin{aligned} y = 1 : & \quad \sum_{i=7}^{\infty} (2 \cdot i + 9) \cdot 1^i \\ &= \sum_{i=7}^{\infty} 2 \cdot i + 9 \quad \rightarrow \infty \quad \text{divergent} \\ y = -1 : & \quad \sum_{i=7}^{\infty} (2 \cdot i + 9) \cdot (-1)^i \quad \text{alternierend divergent} \end{aligned}$$

Also konvergiert die Reihe für  $y \in (-1, 1)$ . Rücksubstitution:

$$\begin{aligned} y \in (-1, 1) &\Leftrightarrow -1 < y < 1 \\ &\Leftrightarrow -1 < 5 \cdot x + 6 \leq 1 \\ &\Leftrightarrow -1 - 6 < 5 \cdot x < 1 - 6 \\ &\Leftrightarrow \frac{-7}{5} < x < \frac{-5}{5} \end{aligned}$$

Also konvergiert die Reihe für  $x \in (\frac{-7}{5}, -1)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x \in [\frac{-7}{5}, -1]$ | <input type="checkbox"/> 2 $x = 0$          | <input type="checkbox"/> 3 $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ | <input type="checkbox"/> 4 $x \in [\frac{-7}{5}, \frac{11}{5}]$  |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \in (-2, 2]$            | <input type="checkbox"/> 6 $x \in (-1, 1]$  | <input type="checkbox"/> 7 $x = \frac{6}{5}$                   | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $x \in (\frac{-7}{5}, -1)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $x \in \mathbf{R}$         | <input type="checkbox"/> 10 $x \in [-9, 9]$ | <input type="checkbox"/> 11 $x \in [-1, 1)$                    | <input type="checkbox"/> 12 $x \in (-7, 7)$                      |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$x \in [-\frac{7}{5}, -1]$	DF: Ränder nicht untersucht
<input type="checkbox"/> 2	$x = 0$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 3	$x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 4	$x \in [-\frac{7}{5}, \frac{11}{5}]$	DF: Wirr geraten
<input type="checkbox"/> 5	$x \in (-2, 2]$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 6	$x \in (-1, 1]$	DF: Substitution fehlt
<input type="checkbox"/> 7	$x = \frac{6}{5}$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input checked="" type="checkbox"/> 8	$x \in (-\frac{7}{5}, -1)$	DF: richtig
<input type="checkbox"/> 9	$x \in \mathbf{R}$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 10	$x \in [-9, 9]$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 11	$x \in [-1, 1)$	DF: Substitution fehlt
<input type="checkbox"/> 12	$x \in (-7, 7)$	DF: Quotientenkriterium falsch

MV 04                      Blatt 04                      Kapitel 3.3                      Konvergenzbereiche  
Reihen                      Folgen                      Nummer: 46 0 2004040004      Kl: 14G  
Grad: 50 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 4.1.3:** Für welche  $x \in \mathbf{R}$  konvergiert die Reihe:

$$\sum_{i=4}^{\infty} \frac{(3 \cdot x)^{\frac{i}{4}}}{7} ?$$

Gesucht ist der maximale Bereich in dem die Reihe konvergiert.

**Parameter:**

$x_n = n - \text{te}$  Zahl in der Reihe ( $n \in 1..4$ )  $x_n > 1$   $x_3$  gerade

Die Reihe lautet also:  $\sum_{i=x_1}^{\infty} \frac{(x_2 \cdot x)^{\frac{i}{x_3}}}{x_3}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 3$      $x_3 = 7$      $x_4 = 4$ .

**Erklärung:**

Wir wenden das Quotientenkriterium an:  $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| < q < 1 \Rightarrow a_n$  konvergent.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} |\frac{a_{n+1}}{a_n}| &= \left| \frac{\frac{(3 \cdot x)^{\frac{n+1}{4}}}{7}}{\frac{(3 \cdot x)^{\frac{n}{4}}}{7}} \right| \\ &= |\sqrt[4]{3 \cdot x}| \quad (3x)^n \text{ und } 7 \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Also ist  $|\sqrt[4]{3 \cdot x}| < q < 1$  (von einer Stelle an), wenn  $|x| < \frac{1}{3}$  ist.  $\sqrt[4]{x}$  ist nur für  $x \geq 0$  definiert. Was gilt an den Rändern, also für  $x = 0$  oder  $x = \frac{1}{3}$ ?

$$x = 0 : \quad \sum_{i=4}^{\infty} \frac{(3 \cdot 0)^{\frac{i}{4}}}{7} = 0 \quad \text{also konvergent}$$

$$\begin{aligned} x = \frac{1}{3} : \quad & \sum_{i=4}^{\infty} \frac{(3 \cdot \frac{1}{3})^{\frac{i}{4}}}{7} \\ &= \sum_{i=4}^{\infty} \frac{1^{\frac{i}{4}}}{7} \\ &= \frac{1}{7} \cdot \sum_{i=4}^{\infty} 1 \rightarrow \infty \quad \text{divergent} \end{aligned}$$

Also konvergiert die Reihe für  $x \in [0, \frac{1}{3})$ .

**Angebote Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$x = \frac{1}{3}$	<input type="checkbox"/> 2	$x \in (-1, 1]$	<input type="checkbox"/> 3	$x \in [0, 1)$	<input type="checkbox"/> 4	$x \in \mathbf{R}$
<input type="checkbox"/> 5	$x \in (-1, \frac{5}{2})$	<input type="checkbox"/> 6	$x \in (0, \frac{1}{3})$	<input type="checkbox"/> 7	$x = 0$	<input checked="" type="checkbox"/> 8	$x \in [0, \frac{1}{3})$
<input type="checkbox"/> 9	$x \in [-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$	<input type="checkbox"/> 10	$x \in (-\frac{1}{7}, \frac{1}{7})$	<input type="checkbox"/> 11	$x \in [-1, 1]$	<input type="checkbox"/> 12	$x \in (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$x = \frac{1}{3}$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/>	$x \in (-1, 1]$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$x \in [0, 1)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$x \in \mathbf{R}$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/>	$x \in (-1, \frac{5}{2})$	DF: Wirr geraten
<input type="checkbox"/>	$x \in (0, \frac{1}{3})$	DF: Ränder nicht untersucht
<input type="checkbox"/>	$x = 0$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input checked="" type="checkbox"/>	$x \in [0, \frac{1}{3})$	richtig
<input type="checkbox"/>	$x \in [-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$	DF: Wurzel nicht erkannt
<input type="checkbox"/>	$x \in (-\frac{1}{7}, \frac{1}{7})$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/>	$x \in [-1, 1]$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$x \in (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$	DF: Wurzel nicht erkannt

MV 04                      Blatt 04                      Kapitel 3.3                      Konvergenzbereiche  
Reihen                      Folgen                      Nummer: 54 0 2004040002      Kl: 14G  
Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 4.1.4:** Für welche  $x \in \mathbf{R}$  konvergiert die Reihe:

$$\sum_{i=5}^{\infty} \frac{(5 \cdot x - 9)^i}{i^2} ?$$

Gesucht ist der maximale Bereich in dem die Reihe konvergiert.

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl in der Reihe ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$

Die Reihe lautet also:  $\sum_{i=x_1}^{\infty} \frac{(x_2 \cdot x - x_3)^i}{i^2}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$      $x_2 = 5$      $x_3 = 9$ .

**Erklärung:**

Wir wenden das Quotientenkriterium an:  $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| < q < 1 \Rightarrow a_n$  konvergent. Dazu substituieren wir zuerst  $y = 5 \cdot x - 9$ .

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| &= \left| \frac{y^{(n+1)}}{\frac{(n+1)^2}{y^n}} \right| \\ &= \left| \frac{y^{(n+1)} \cdot n^2}{y^n \cdot (n+1)^2} \right| && \text{weil } \frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \\ &= \left| y \cdot \frac{n^2}{n^2 + 2 \cdot n + 1} \right| = \left| y \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} \right| \quad y^n \text{ gekürzt} \\ &\rightarrow \left| y \cdot \frac{1}{1} \right| = |y| \end{aligned}$$

Also ist  $\left| y \cdot \frac{n^2}{n^2 + 2 \cdot n + 1} \right| < q < 1$  (von einer Stelle an), wenn  $|y| < q < 1$  ist, also wenn  $y \in (-1, 1)$ . Was gilt an den Rändern, also für  $y = 1$  oder  $y = -1$ ?

$$\begin{aligned} y = 1 : & \quad \sum_{i=5}^{\infty} \frac{1^i}{i^2} \\ &= \sum_{i=5}^{\infty} \frac{1}{i^2} \quad \text{konvergiert nach dem Integralkriterium} \\ y = -1 : & \quad \sum_{i=5}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i^2} \quad \text{konvergiert nach Leibnitz} \end{aligned}$$

Also konvergiert die Reihe für  $y \in [-1, 1]$ . Rücksubstitution:

$$\begin{aligned} y \in [-1, 1] &\Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1 \\ &\Leftrightarrow -1 \leq 5 \cdot x - 9 \leq 1 \\ &\Leftrightarrow -1 + 9 \leq 5 \cdot x \leq 1 + 9 \\ &\Leftrightarrow \frac{8}{5} \leq x \leq \frac{10}{5} \end{aligned}$$

Also konvergiert die Reihe für  $x \in [\frac{8}{5}, 2]$ .

**Angeborene Lösungen:**

- |  |   |  |   |
|--|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $x \in \mathbf{R}$                  | <input type="checkbox"/> 2 $x \in [-1, 1]$          | <input type="checkbox"/> 3 $x \in [-1, 1)$                       | <input type="checkbox"/> 4 $x \in (-5, 5]$                      |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \in (-1, 1]$                     | <input type="checkbox"/> 6 $x \in (\frac{8}{5}, 2)$ | <input type="checkbox"/> 7 $x = \frac{9}{5}$                     | <input type="checkbox"/> 8 $x \in (\frac{-4}{5}, \frac{14}{5})$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $x \in [-\frac{1}{5}, \frac{1}{5})$ | <input type="checkbox"/> 10 $x \in (-5, 5)$         | <input type="checkbox"/> 11 $x \in [\frac{-4}{5}, \frac{14}{5}]$ | <input checked="" type="checkbox"/> $x \in [\frac{8}{5}, 2]$    |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                                |
|--|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $x \in \mathbf{R}$                    | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 2 $x \in [-1, 1]$                       | DF: Substitution fehlt         |
| <input type="checkbox"/> 3 $x \in [-1, 1)$                       | DF: Substitution fehlt         |
| <input type="checkbox"/> 4 $x \in (-5, 5]$                       | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 5 $x \in (-1, 1]$                       | DF: Substitution fehlt         |
| <input type="checkbox"/> 6 $x \in (\frac{8}{5}, 2)$              | DF: Ränder nicht untersucht    |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = \frac{9}{5}$                     | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 8 $x \in (\frac{-4}{5}, \frac{14}{5})$  | DF: Wirr geraten               |
| <input type="checkbox"/> 9 $x \in [-\frac{1}{5}, \frac{1}{5})$   | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 10 $x \in (-5, 5)$                      | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 11 $x \in [\frac{-4}{5}, \frac{14}{5}]$ | DF: Wirr geraten               |
| <input checked="" type="checkbox"/> $x \in [\frac{8}{5}, 2]$     | richtig                        |

MV 04                      Blatt 04                      Kapitel 3.3                      Konvergenzbereiche  
 Reihen                      Folgen                      Nummer: 96 0 2004040001      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 4.1.5:** Für welche  $x \in \mathbf{R}$  konvergiert die Reihe:

$$\sum_{i=2}^{\infty} \frac{x^i}{3 \cdot i + 3} ?$$

Gesucht ist der maximale Bereich in dem die Reihe konvergiert.

**Parameter:**

$x_n = n$ -te Zahl in der Reihe ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$

Die Reihe lautet also:  $\sum_{i=x_1}^{\infty} \frac{x^i}{x_2 \cdot i + x_3}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$        $x_2 = 3$        $x_3 = 3$ .

**Erklärung:**

Wir wenden das Quotientenkriterium an:  $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| < q < 1 \Rightarrow a_n$  konvergent.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned}
\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| &= \left| \frac{x^{(n+1)}}{\frac{3 \cdot (n+1) + 3}{x^n}} \right| \\
&= \left| \frac{x^{(n+1)} \cdot (3 \cdot n + 3)}{x^n \cdot (3 \cdot (n+1) + 3)} \right| \quad \text{weil } \frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \\
&= \left| x \cdot \frac{3 \cdot n + 3}{3 \cdot n + 6} \right| = \left| x \cdot \frac{3 + \frac{3}{n}}{3 + \frac{6}{n}} \right| \quad x^n \text{ gekürzt} \\
&\rightarrow \left| x \cdot \frac{3}{3} \right| = |x|
\end{aligned}$$

Also ist  $|x \cdot \frac{3 \cdot n + 3}{3 \cdot n + 6}| < q < 1$  (von einer Stelle an), wenn  $|x| < q < 1$  ist, also wenn  $x \in (-1, 1)$ . Was gilt an den Rändern, also für  $x = 1$  oder  $x = -1$ ?

$$\begin{aligned}
x = 1 : \quad & \sum_{i=2}^{\infty} \frac{1^i}{3 \cdot i + 3} \\
&= \sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{3 \cdot i + 3} \rightarrow \infty \quad (\text{Integralkriterium}) \\
x = -1 : \quad & \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(-1)^i}{3 \cdot i + 3} \quad \text{konvergiert nach Leibnitz}
\end{aligned}$$

Also konvergiert die Reihe für  $x \in [-1, 1)$ .

### Angeborene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$x \in (-3, 3]$	<input type="checkbox"/> 2	$x \in (-1, 1)$	<input type="checkbox"/> 3	$x \in (-3, 3)$	<input checked="" type="checkbox"/> 4	$x \in [-1, 1)$
<input type="checkbox"/> 5	$x \in [-3, 3]$	<input type="checkbox"/> 6	$x \in [-2, 2)$	<input type="checkbox"/> 7	$x = 0$	<input type="checkbox"/> 8	$x \in (-2, 2)$
<input type="checkbox"/> 9	$x \in (-2, 2]$	<input type="checkbox"/> 10	$x \in [-1, 1]$	<input type="checkbox"/> 11	$x \in \mathbf{R}$	<input type="checkbox"/> 12	$x \in [-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$

### Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$x \in (-3, 3]$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 2	$x \in (-1, 1)$	DF: Ränder nicht untersucht
<input type="checkbox"/> 3	$x \in (-3, 3)$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input checked="" type="checkbox"/> 4	$x \in [-1, 1)$	richtig
<input type="checkbox"/> 5	$x \in [-3, 3]$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 6	$x \in [-2, 2)$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 7	$x = 0$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 8	$x \in (-2, 2)$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 9	$x \in (-2, 2]$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 10	$x \in [-1, 1]$	DF: Ränder falsch untersucht
<input type="checkbox"/> 11	$x \in \mathbf{R}$	DF: Quotientenkriterium falsch
<input type="checkbox"/> 12	$x \in [-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$	DF: Quotientenkriterium falsch

MV 04      Blatt 04      Kapitel 3.3      Konvergenzbereiche  
Reihen      Folgen      Nummer: 105 0 2004040005      Kl: 14G  
Grad: 50 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 4.1.6:** Für welche  $x \in \mathbf{R}$  konvergiert die Reihe:

$$\sum_{i=3}^{\infty} 4 \cdot \left(\frac{i \cdot x}{8}\right)^i ?$$

Gesucht ist der maximale Bereich in dem die Reihe konvergiert.

### Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in der Reihe ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$

Die Reihe lautet also:  $\sum_{i=x_1}^{\infty} x_2 \cdot \left(\frac{i \cdot x}{x_3}\right)^i$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$      $x_2 = 4$      $x_3 = 8$ .

**Erklärung:**

Wir wenden das Quotientenkriterium an:  $|\frac{a_{n+1}}{a_n}| < q < 1 \Rightarrow a_n$  konvergent.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| &= \left| \frac{4 \cdot \left(\frac{(n+1) \cdot x}{8}\right)^{(n+1)}}{4 \cdot \left(\frac{n \cdot x}{8}\right)^n} \right| \\ &= \left| \frac{(n+1)^{n+1}}{n^n} \cdot \frac{x}{8} \right| \quad \frac{x^n}{8^n} \text{ und } 4 \text{ gekürzt} \\ &\geq \left| \frac{n^{n+1}}{n^n} \cdot \frac{x}{8} \right| = \left| \frac{n x}{8} \right| \rightarrow \infty \quad \text{für } x \neq 0 \end{aligned}$$

Also ist  $|\frac{(n+1)^{n+1}}{n^n} \cdot \frac{x}{8}|$  nur  $< q < 1$  (von einer Stelle an), wenn  $x = 0$  ist.  
Also konvergiert die Reihe nur für  $x = 0$ .

**Angebote Lösungen:**

- |                                       |                 |                             |                                     |                             |                 |                             |                    |
|---------------------------------------|-----------------|-----------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x \in [-1, 3]$ | <input type="checkbox"/> 2  | $x \in [-8, 8]$                     | <input type="checkbox"/> 3  | $x \in (-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> 4  | $x \in \mathbf{R}$ |
| <input type="checkbox"/> 5            | $x \in [-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> 6  | $x \in (-8, 8)$                     | <input type="checkbox"/> 7  | $x \in (-1, 1)$ | <input type="checkbox"/> 8  | $x \in (-1, 3)$    |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $x = 0$         | <input type="checkbox"/> 10 | $x \in [-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}]$ | <input type="checkbox"/> 11 | $x \in (0, 1)$  | <input type="checkbox"/> 12 | $x \in [-1, 1)$    |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                                     |                                |
|---------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x \in [-1, 3]$                     | DF: Wirr geraten               |
| <input type="checkbox"/> 2            | $x \in [-8, 8]$                     | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 3            | $x \in (-1, 1]$                     | DF: Lösung geraten             |
| <input type="checkbox"/> 4            | $x \in \mathbf{R}$                  | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 5            | $x \in [-1, 1]$                     | DF: Lösung geraten             |
| <input type="checkbox"/> 6            | $x \in (-8, 8)$                     | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 7            | $x \in (-1, 1)$                     | DF: Lösung geraten             |
| <input type="checkbox"/> 8            | $x \in (-1, 3)$                     | DF: Wirr geraten               |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $x = 0$                             | richtig                        |
| <input type="checkbox"/> 10           | $x \in [-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}]$ | DF: Quotientenkriterium falsch |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x \in (0, 1)$                      | DF: Lösung geraten             |
| <input type="checkbox"/> 12           | $x \in [-1, 1)$                     | DF: Lösung geraten             |

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>