

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 17 0 200406002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.1: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{7x + 14}{\sin(8x + 16)}$$

Parameter:

$x_n = n - \text{te}$ Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 7$ $x_3 = 8$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{7x+14}{\sin(8x+16)} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{7}{8 \cos(8x+16)} \\ & = \frac{7}{8 \cos(8 \cdot (-2) + 16)} = \frac{7}{8 \cos 0} = \frac{7}{8} \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{7x+14}{\sin(8x+16)} = \frac{7}{8}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 0 | <input type="checkbox"/> 2 -2 | <input type="checkbox"/> 3 7 | <input type="checkbox"/> 4 ∞ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{2}{\sin 8}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{14}{\sin 16}$ | <input type="checkbox"/> 7 1 | <input type="checkbox"/> 8 $-\infty$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 $\frac{7}{8}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{7}{\sin 8}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{2}{\cos 8}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{8}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 -2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 7 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{2}{\sin 8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{14}{\sin 16}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 $\frac{7}{8}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{7}{\sin 8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{2}{\cos 8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 22 0 200406007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.2: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{10 \cdot \arctan_{\pi}(2x + 7)}{5}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
 x_2, x_3 Zahlen im \arctan $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10$ $x_2 = 2$ $x_3 = 7$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat \arctan_0 ? Verschieben Sie diese Funktion um π zu \arctan_{π} . Substituieren Sie $(2x + 7) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (2x + 7)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm \frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_{\pi} x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \rightarrow \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{10 \cdot \arctan_{\pi}(2x + 7)}{5} \quad \text{hat die Asymptoten} \quad y = \frac{10}{5} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{10}{5} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \infty$ | <input type="checkbox"/> 2 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot 2$ | <input type="checkbox"/> 3 $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = 3\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = 0$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 $y = 1\pi$ oder $y = 3\pi$ | <input type="checkbox"/> 7 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 8 $y = 1\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = \pm 3\pi$ | <input type="checkbox"/> 11 $y = 2$ oder $y = \frac{12}{5}$ | <input type="checkbox"/> 12 $y = \frac{\infty}{\infty}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot 2$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 3 $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | DF: nicht substituiert |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = 3\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = 0$ | DF: geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 $y = 1\pi$ oder $y = 3\pi$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 es gibt keine | DF: falsch |
| <input type="checkbox"/> 8 $y = 1\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = \pm 3\pi$ | DF: \arctan_0 gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 11 $y = 2$ oder $y = \frac{12}{5}$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 36 0 200406008 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.3:

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = (3x - 6) \cdot \cos\left(\frac{6}{6x - 12}\right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl ($n \in 1..4$)
 x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 2$ $x_3 = 6$ $x_4 = 6$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$.
 Sei $x_n \subseteq \mathbb{R} \setminus \{2\}$ mit $x_n \rightarrow 2$, dann gilt $(3x_n - 6) \rightarrow 0$ und $\cos(\frac{6}{6x_n - 12}) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \rightarrow 0$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|------------------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> 2 |
| <input type="checkbox"/> es gibt keinen | <input type="checkbox"/> ∞ | <input type="checkbox"/> $[-3, 3]$ | <input type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> ± 1 | <input type="checkbox"/> $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 3 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 0 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> $[-1, 1]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input type="checkbox"/> 2 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> es gibt keinen | DF: es gibt einen |
| <input type="checkbox"/> ∞ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> $[-3, 3]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input type="checkbox"/> 6 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> ± 1 | DF: Grenzwert ist immer eindeutig |
| <input type="checkbox"/> $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert und geraten |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 | DF: geraten |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 39 0 200406005 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{5x^2 - 20x + 15}{5x^3 - 15x^2 + 10x}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)
 x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
 x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 3$ $x_3 = 2$ $x_4 = 5$ $x_5 = 5$ $x_6 = 6$.

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{5x^2 - 20x + 15}{5x^3 - 15x^2 + 10x} = \frac{5 \cdot 6^2 - 20 \cdot 6 + 15}{5 \cdot 6^3 - 15 \cdot 6^2 + 10 \cdot 6} = \frac{180 - 120 + 15}{1080 - 540 + 60} = \frac{75}{600} = \frac{1}{8}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	0	<input checked="" type="checkbox"/> 5	$\frac{1}{8}$	<input type="checkbox"/> 9	$-\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{3}{16}$
<input type="checkbox"/> 2	1	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{3}{4}$	<input type="checkbox"/> 10	$-\infty$	<input type="checkbox"/> 13	∞
<input type="checkbox"/> 3	0	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{1}{5}$	<input type="checkbox"/> 11	5	<input type="checkbox"/> 14	162

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	0	DF: nicht definiert und geraten
<input checked="" type="checkbox"/> 2	1	richtig
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{8}$	RF: falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{3}{16}$	RF: falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 5	1	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{3}{4}$	RF: falsch gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	$-\infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 8	∞	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 9	0	DF: Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{5}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 11	5	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 12	162	GL: geratene Lösung

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 55 0 200406006 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{4x^2 - 44x + 96}{18 - 12x + 2x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 2..3$) $x_2 \neq x_3$
 $x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 3$ $x_3 = 8$ $x_4 = 2$.

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{4x^2 - 44x + 96}{18 - 12x + 2x^2} &= \frac{\frac{4x^2}{x^2} - \frac{44x}{x^2} + \frac{96}{x^2}}{\frac{18}{x^2} - \frac{12x}{x^2} + \frac{2x^2}{x^2}} \quad \text{mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert} \\ &= \frac{4 - \frac{44}{x} + \frac{96}{x^2}}{\frac{18}{x^2} - \frac{12}{x} + 2} \quad \rightarrow \frac{4-0+0}{0-0+2} = \frac{4}{2}, \end{aligned}$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = 2$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 44x + 96}{18 - 12x + 2x^2} \stackrel{=H}{=} \frac{8x - 44}{-12 + 4x} \stackrel{=H}{=} \frac{8}{4} = 2$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$y = -2$	<input type="checkbox"/> 2	$x = 3$	<input type="checkbox"/> 3	$x = -3$	<input type="checkbox"/> 4	$x = \infty$
<input type="checkbox"/> 5	$y = \infty$	<input type="checkbox"/> 6	$y = -3$	<input type="checkbox"/> 7	es gibt keine	<input type="checkbox"/> 8	$y = 0$
<input type="checkbox"/> 9	$y = 3$	<input type="checkbox"/> 10	$x = -\infty$	<input type="checkbox"/> 11	$x = -2$	<input checked="" type="checkbox"/> 12	$y = 2$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$y = -2$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 2	$x = 3$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/> 3	$x = -3$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/> 4	$x = \frac{\infty}{\infty}$	DF: nicht definiert
<input type="checkbox"/> 5	$y = \infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 6	$y = -3$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	es gibt keine	DF: falsch
<input type="checkbox"/> 8	$y = 0$	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 9	$y = 3$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/> 10	$x = -\infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 11	$x = -2$	DF: waagrechte Asymptote gesucht
<input checked="" type="checkbox"/>	$y = 2$	richtig

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 73 0 200406001 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^9 + 10)}{\ln x^{14}}$$

Parameter:

$x_n = n - te$ Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^9 + 10)}{\ln x^{14}} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{9x^8}{x^9 + 10}}{\frac{14x^{13}}{x^{14}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{9}{x + \frac{10}{x^9}}}{\frac{14}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 9 \cdot x}{(x + \frac{10}{x^9}) \cdot 14} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{45}{(1 + \frac{10}{x^9}) \cdot 14} = \frac{45}{14} && x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^9 + 10)}{\ln x^{14}} = \frac{45}{14}$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{\ln 55}{\ln 14}$	<input type="checkbox"/> 2	$\ln \frac{55}{14}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{55}{14}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{14}{55}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{\ln 14}{\ln 45}$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{45}{14}$	<input type="checkbox"/> 7	∞	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{\ln 45}{\ln 14}$
<input type="checkbox"/> 9	$\ln \frac{14}{45}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{14}{45}$	<input type="checkbox"/> 11	0	<input type="checkbox"/> 12	1

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{\ln 55}{\ln 14}$	DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 2	$\ln \frac{55}{14}$	DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{55}{14}$	DF: de l'Hospital falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{14}{55}$	DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{\ln 14}{\ln 45}$	DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht
<input checked="" type="checkbox"/> 6	$\frac{45}{14}$	richtig
<input type="checkbox"/> 7	∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{\ln 45}{\ln 14}$	DF: substituiert
<input type="checkbox"/> 9	$\ln \frac{14}{45}$	DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{14}{45}$	RF: Zähler und Nenner vertauscht
<input type="checkbox"/> 11	0	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 12	1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 87 0 200406004 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 32x^2 + 52x - 24}{3x^3 - 15x^2 + 21x - 9}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$) $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$.

x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 6$ $x_3 = 3$ $x_4 = 4$ $x_5 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 32x^2 + 52x - 24}{3x^3 - 15x^2 + 21x - 9} &= \frac{0'}{0'} =^H \lim_{x \rightarrow 1} \frac{12x^2 - 64x + 52}{9x^2 - 30x + 21} = \frac{0'}{0'} \\ &=^H \lim_{x \rightarrow 1} \frac{24x - 64}{18x - 30} \\ &= \frac{24 \cdot 1 - 64}{18 \cdot 1 - 30} = \frac{-40}{-12} \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 - 32x^2 + 52x - 24}{3x^3 - 15x^2 + 21x - 9} = \frac{10}{3}$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{32}{15}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{37}{19}$	<input type="checkbox"/> 3	2	<input type="checkbox"/> 4	64
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{8}{3}$	<input type="checkbox"/> 6	4	<input type="checkbox"/> 7	∞	<input type="checkbox"/> 8	$-\infty$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{64}{27}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{4}{3}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{1}{3}$	<input checked="" type="checkbox"/> 12	$\frac{10}{3}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{32}{15}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{37}{19}$	RF: verrechnet
<input type="checkbox"/> 3	2	DF: nicht richtig differenziert
<input type="checkbox"/> 4	64	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{8}{3}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 6	4	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 7	∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 8	$-\infty$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{64}{27}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{4}{3}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{1}{3}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{10}{3}$	richtig

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 88 0 200406003 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.8: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot (6x)^{10x}$$

Parameter:

$x_n = n - \text{te}$ Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 6$ $x_3 = 10$.

Erklärung:

Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot (6x)^{10x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{10x \cdot \ln(6x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{\frac{\ln(6x)}{\frac{1}{10x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben} \end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(6x)}{\frac{1}{10x}} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{10x^2}} && \text{die 6 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-10x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst} \end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der e -Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{\frac{\ln(6x)}{\frac{1}{10x}}} = 2 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(6x)}{\frac{1}{10x}}} = 2 \cdot e^0 = 2$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	-2	<input type="checkbox"/> 2	∞	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{5}{6}$	<input type="checkbox"/> 4	0
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{10}{3}$	<input type="checkbox"/> 7	$2e^6$	<input type="checkbox"/> 8	20
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{5}{3}$	<input type="checkbox"/> 10	$2e^5$	<input type="checkbox"/> 11	e^2	<input checked="" type="checkbox"/> X	2

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	-2	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{5}{6}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	0	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{2}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{10}{3}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$2e^6$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	20	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{5}{3}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$2e^5$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	e^2	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input checked="" type="checkbox"/>	2	richtig

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>