

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 6 0 200406004 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.1: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^3 - 60x^2 + 375x - 750}{5x^3 - 85x^2 + 475x - 875}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$) $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$.

x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 10$ $x_3 = 7$ $x_4 = 3$ $x_5 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^3 - 60x^2 + 375x - 750}{5x^3 - 85x^2 + 475x - 875} &= \frac{0}{0} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{9x^2 - 120x + 375}{15x^2 - 170x + 475} = \frac{0}{0} \\ &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{18x - 120}{30x - 170} \\ &= \frac{18 \cdot 5 - 120}{30 \cdot 5 - 170} = \frac{-30}{-20} \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^3 - 60x^2 + 375x - 750}{5x^3 - 85x^2 + 475x - 875} = \frac{3}{2}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> ∞ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{5}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{12}{17}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{21}{32}$ | <input type="checkbox"/> 27 |
| <input type="checkbox"/> $\frac{16}{23}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{3}{5}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{3}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 4 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 7 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 | RF: verrechnet |
| <input type="checkbox"/> 10 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 40 0 200406001 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.2: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^{10} + 13)}{\ln x^{16}}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^{10} + 13)}{\ln x^{16}} &=^H \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{10x^{10-1}}{x^{10} + 13}}{\frac{16x^{16-1}}{x^{16}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{10}{x + \frac{13}{x^9}}}{\frac{16}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 10 \cdot x}{(x + \frac{13}{x^9}) \cdot 16} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{50}{(1 + \frac{13}{x^{10}}) \cdot 16} = \frac{50}{16} \quad x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^{10} + 13)}{\ln x^{16}} = \frac{25}{8}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\ln \frac{8}{25}$ | <input type="checkbox"/> 2 1 | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{8}{25}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{\ln 50}{\ln 16}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\ln \frac{63}{16}$ | <input type="checkbox"/> 6 0 | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 63}{\ln 16}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{63}{16}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\ln 16}{\ln 50}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 10 $\frac{25}{8}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{16}{63}$ | <input type="checkbox"/> 12 ∞ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\ln \frac{8}{25}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 2 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{8}{25}$ | RF: Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{\ln 50}{\ln 16}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> 5 $\ln \frac{63}{16}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 63}{\ln 16}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{63}{16}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\ln 16}{\ln 50}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 $\frac{25}{8}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{16}{63}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 12 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 43 0 200406002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.3: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{8x + 40}{\sin(11x + 55)}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 8$ $x_3 = 11$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -5} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -5} \frac{8x+40}{\sin(11x+55)} &=^H \lim_{x \rightarrow -5} \frac{8}{11 \cos(11x+55)} \\ &= \frac{8}{11 \cos(11 \cdot (-5)+55)} = \frac{8}{11 \cos 0} = \frac{8}{11} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{8x + 40}{\sin(11x + 55)} = \frac{8}{11}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------|---------------------------------------|---------------------|-----------------------------|----------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 8 | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{5}{\sin 11}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $\frac{8}{11}$ | <input type="checkbox"/> 4 | -5 |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{11}$ | <input type="checkbox"/> 7 | 1 | <input type="checkbox"/> 8 | 0 |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{5}{\cos 11}$ | <input type="checkbox"/> 10 | ∞ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{8}{\sin 11}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{40}{\sin 55}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|----------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | 8 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{5}{\sin 11}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $\frac{8}{11}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 | -5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{11}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 | 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{5}{\cos 11}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{8}{\sin 11}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{40}{\sin 55}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 44 0 200406006 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie die waagrecht Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{10x^2 - 110x + 240}{45 - 30x + 5x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 2..3$) $x_2 \neq x_3$
 $x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10$ $x_2 = 3$ $x_3 = 8$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{10x^2-110x+240}{45-30x+5x^2} &= \frac{\frac{10x^2}{x^2} - \frac{110x}{x^2} + \frac{240}{x^2}}{\frac{45}{x^2} - \frac{30x}{x^2} + \frac{5x^2}{x^2}} \text{ mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert} \\ &= \frac{10 - \frac{110}{x} + \frac{240}{x^2}}{\frac{45}{x^2} - \frac{30}{x} + 5} \rightarrow \frac{10-0+0}{0-0+5} = \frac{10}{5}, \end{aligned}$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = 2$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - 110x + 240}{45 - 30x + 5x^2} \stackrel{H}{=} \frac{20x - 110}{-30 + 10x} \stackrel{H}{=} \frac{20}{10} = 2$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -\infty$ | <input type="checkbox"/> 2 $y = 0$ | <input type="checkbox"/> 3 $x = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = -3$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 6 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 7 $x = 2$ | <input type="checkbox"/> 8 $x = -3$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = -2$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = 3$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 $y = 2$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = 3$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = 0$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 $x = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = -3$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 6 es gibt keine | DF: falsch |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = 2$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 8 $x = -3$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = -2$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = 3$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 $y = 2$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = 3$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 46 0 200406003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot (9x)^{11x}$$

Parameter:

$x_n = n -$ te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 9$ $x_3 = 11$.

Erklärung:

Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.

Rechnung:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot (9x)^{11x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot e^{11x \cdot \ln(9x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot e^{\frac{\ln(9x)}{\frac{1}{11x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben}\end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(9x)}{\frac{1}{11x}} &=^H \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{11x^2}} && \text{die 9 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-11x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst}\end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der e -Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot e^{\frac{\ln(9x)}{\frac{1}{11x}}} = 4 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(9x)}{\frac{1}{11x}}} = 4 \cdot e^0 = 4$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 44 | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{11}{9}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $4e^{\frac{9}{11}}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{44}{9}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $4e^{\frac{11}{4}}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | 4 | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1}{4}$ | <input type="checkbox"/> 8 | e^4 |
| <input type="checkbox"/> 9 | 1 | <input type="checkbox"/> 10 | 0 | <input type="checkbox"/> 11 | $4e^9$ | <input type="checkbox"/> 12 | ∞ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | 44 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{11}{9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $4e^{\frac{9}{11}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{44}{9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $4e^{\frac{11}{4}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 | 4 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1}{4}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | e^4 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 | 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $4e^9$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 | ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 54 0 200406005 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{4x^2 - 20x + 16}{4x^3 - 20x^2 + 16x}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)

x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$

x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 4$ $x_3 = 4$ $x_4 = 4$ $x_5 = 4$ $x_6 = 9$.

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{4x^2 - 20x + 16}{4x^3 - 20x^2 + 16x} = \frac{4 \cdot 9^2 - 20 \cdot 9 + 16}{4 \cdot 9^3 - 20 \cdot 9^2 + 16 \cdot 9} = \frac{324 - 180 + 16}{2916 - 1620 + 144} = \frac{160}{1440} = \frac{1}{9}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|------------------------------------|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> $\frac{-4}{9}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{0}{0}$ |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$ | <input type="checkbox"/> ∞ |
| <input type="checkbox"/> 159 | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{9}$ | <input type="checkbox"/> 161 | <input type="checkbox"/> 162 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{-4}{9}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert und geraten |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 0 | DF: Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> ∞ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 159 | GL: geratene Lösung |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{9}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 161 | GL: geratene Lösung |
| <input type="checkbox"/> 162 | GL: geratene Lösung |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 103 0 200406007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{5 \cdot \arctan_{\pi}(5x + 10)}{2}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
 x_2, x_3 Zahlen im $\arctan x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 5$ $x_3 = 10$ $x_4 = 2$.

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat \arctan_0 ? Verschieben Sie diese Funktion um π zu \arctan_{π} . Substituieren Sie $(5x + 10) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (5x + 10)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm \frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_{\pi} x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \Leftrightarrow y = \frac{\pi}{2} \text{ oder } y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \rightarrow \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{5 \cdot \arctan_{\pi}(5x + 10)}{2} \text{ hat die Asymptoten } y = \frac{5}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \text{ oder } y = \frac{5}{2} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|---|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \pm \frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 2 $y = \frac{5}{2}$ oder $y = \frac{7}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = k \cdot \pi$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $y = \frac{5}{4}\pi$ oder $y = \frac{15}{4}\pi$ | <input type="checkbox"/> 6 $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 7 $y = 0$ | <input type="checkbox"/> 8 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{5}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = \frac{5}{4}\pi$ | <input type="checkbox"/> 11 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 12 $y = \pm \frac{5}{4}\pi$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \pm \frac{5}{2}$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = \frac{5}{2}$ oder $y = \frac{7}{2}$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = k \cdot \pi$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Cotangens verwechselt |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $y = \frac{5}{4}\pi$ oder $y = \frac{15}{4}\pi$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | DF: nicht substituiert |
| <input type="checkbox"/> 7 $y = 0$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 8 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{5}{2}$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \frac{5}{2}$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = \frac{5}{4}\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 11 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 12 $y = \pm \frac{5}{4}\pi$ | DF: arctan ₀ gerechnet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 107 0 200406008 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.8:

Sei $f: \mathbb{R} \setminus \{5\} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = (5x - 25) \cdot \cos\left(\frac{8}{6x - 30}\right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl ($n \in 1..4$)
 x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 5$ $x_3 = 8$ $x_4 = 6$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$.
Sei $x_n \subseteq \mathbb{R} \setminus \{5\}$ mit $x_n \rightarrow 5$, dann gilt $(5x_n - 25) \rightarrow 0$ und $\cos\left(\frac{8}{6x_n - 30}\right) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \rightarrow 0$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 2 ± 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 0 | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{0}{0}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 ∞ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{35}{11}$ | <input type="checkbox"/> 7 $[-5, 5]$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{4}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{20}{3}$ | <input type="checkbox"/> 10 1 | <input type="checkbox"/> 11 $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> 12 6 |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$-\infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	± 1	DF: Grenzwert ist immer eindeutig
<input checked="" type="checkbox"/>	0	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{0}{0}$	DF: nicht definiert und geraten
<input type="checkbox"/>	∞	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{35}{11}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$[-5, 5]$	DF: Grenzwert ist nie ein Intervall
<input type="checkbox"/>	$\frac{4}{3}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{20}{3}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	1	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$[-1, 1]$	DF: Grenzwert ist nie ein Intervall
<input type="checkbox"/>	6	DF: geraten

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>