

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 29 0 200406004 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.1: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 44x^2 + 128x - 112}{7x^3 - 56x^2 + 140x - 112}$$

Parameter: $x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$) $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$. x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$ In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 7$ $x_3 = 4$ $x_4 = 4$ $x_5 = 7$.**Erklärung:**Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 44x^2 + 128x - 112}{7x^3 - 56x^2 + 140x - 112} &= \frac{0}{0} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{12x^2 - 88x + 128}{21x^2 - 112x + 140} = \frac{0}{0} \\ &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{24x - 88}{42x - 112} \\ &= \frac{24 \cdot 2 - 88}{42 \cdot 2 - 112} = \frac{-40}{-28} \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 44x^2 + 128x - 112}{7x^3 - 56x^2 + 140x - 112} = \frac{10}{7}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-----------------|-----------------------------|-----------------|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{26}{35}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{11}{14}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $\frac{10}{7}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{64}{343}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{1}{7}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{3}{4}$ | <input type="checkbox"/> 7 | 0 | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{4}{7}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | ∞ | <input type="checkbox"/> 10 | ∞ | <input type="checkbox"/> 11 | 4 | <input type="checkbox"/> 12 | $-\infty$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{26}{35}$ | DF: nicht richtig differenziert |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{11}{14}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $\frac{10}{7}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{64}{343}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{1}{7}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{3}{4}$ | RF: verrechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 | 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{4}{7}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 | ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | ∞ | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 11 | 4 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 39 0 200406007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.2: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{10 \cdot \arctan_{\pi}(5x + 10)}{5}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
 x_2, x_3 Zahlen im \arctan $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10$ $x_2 = 5$ $x_3 = 10$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat \arctan_0 ? Verschieben Sie diese Funktion um π zu \arctan_{π} . Substituieren Sie $(5x + 10) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (5x + 10)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm \frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_{\pi} x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \rightarrow \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{10 \cdot \arctan_{\pi}(5x + 10)}{5} \quad \text{hat die Asymptoten} \quad y = \frac{10}{5} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{10}{5} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | <input type="checkbox"/> 2 $y = 0$ | <input type="checkbox"/> 3 $y = k \cdot \pi$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = \pm 2$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 6 $y = \pm 1\pi$ | <input type="checkbox"/> 7 $y = \infty$ | <input type="checkbox"/> 8 $y = 1\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = 2$ oder $y = \frac{12}{5}$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = 3\pi$ | <input type="checkbox"/> 11 $y = \pm 3\pi$ | <input type="checkbox"/> X $y = 1\pi$ oder $y = 3\pi$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = 0$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 $y = k \cdot \pi$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Cotangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = \pm 2$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 6 $y = \pm 1\pi$ | DF: \arctan_0 gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 8 $y = 1\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = 2$ oder $y = \frac{12}{5}$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = 3\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 11 $y = \pm 3\pi$ | DF: \arctan_0 gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> X $y = 1\pi$ oder $y = 3\pi$ | richtig |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 50 0 200406006 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.3: Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{8x^2 - 88x + 224}{48 - 24x + 3x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 2..3$) $x_2 \neq x_3$
 $x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$ $x_2 = 4$ $x_3 = 7$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{8x^2 - 88x + 224}{48 - 24x + 3x^2} &= \frac{\frac{8x^2}{x^2} - \frac{88x}{x^2} + \frac{224}{x^2}}{\frac{48}{x^2} - \frac{24x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} \quad \text{mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert} \\ &= \frac{8 - \frac{88}{x} + \frac{224}{x^2}}{\frac{48}{x^2} - \frac{24}{x} + 3} \quad \rightarrow \frac{8-0+0}{0-0+3} = \frac{8}{3}, \end{aligned}$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = \frac{8}{3}$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 88x + 224}{48 - 24x + 3x^2} \stackrel{H}{=} \frac{16x - 88}{-24 + 6x} \stackrel{H}{=} \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 2 $x = -4$ | <input type="checkbox"/> 3 $y = -\frac{8}{3}$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = \frac{8}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = -\infty$ | <input type="checkbox"/> 6 $x = 0$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $y = \frac{8}{3}$ | <input type="checkbox"/> 8 $y = \infty$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = \frac{8}{3}$ | <input type="checkbox"/> 10 $x = -\frac{8}{3}$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = 4$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = \frac{8}{3}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 es gibt keine | DF: falsch |
| <input type="checkbox"/> 2 $x = -4$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 $y = -\frac{8}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = \frac{8}{3}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = -\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = 0$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $y = \frac{8}{3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = \frac{8}{3}$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = -\frac{8}{3}$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = 4$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = \frac{8}{3}$ | DF: nicht definiert |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 62 0 200406001 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^9 + 11)}{\ln x^{13}}$$

Parameter:

$x_n = n -$ te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^9 + 11)}{\ln x^{13}} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{9x^{8-1}}{x^9 + 11}}{\frac{13x^{13-1}}{x^{13}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{9}{x + \frac{11}{x^9}}}{\frac{13}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 9 \cdot x}{(x + \frac{11}{x^9}) \cdot 13} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{45}{(1 + \frac{11}{x^9}) \cdot 13} = \frac{45}{13} && x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^9 + 11)}{\ln x^{13}} = \frac{45}{13}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\ln \frac{13}{45}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\ln \frac{45}{13}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\ln \frac{56}{13}$ | <input type="checkbox"/> 4 ∞ |
| <input type="checkbox"/> 5 0 | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{\ln 45}{\ln 13}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 56}{\ln 13}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{13}{56}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{13}{45}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{\ln 13}{\ln 45}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{45}{13}$ | <input type="checkbox"/> 12 1 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\ln \frac{13}{45}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 2 $\ln \frac{45}{13}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> 3 $\ln \frac{56}{13}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{\ln 45}{\ln 13}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 56}{\ln 13}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{13}{56}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{45}{13}$ | RF: Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{\ln 13}{\ln 45}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{45}{13}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 66 0 200406005 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 11} \frac{5x^2 - 40x + 75}{5x^3 - 30x^2 + 45x}$$

Parameter:

- $x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)
 x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
 x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 5$ $x_3 = 3$ $x_4 = 5$ $x_5 = 5$ $x_6 = 11$.

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x \rightarrow 11} \frac{5x^2 - 40x + 75}{5x^3 - 30x^2 + 45x} = \frac{5 \cdot 11^2 - 40 \cdot 11 + 75}{5 \cdot 11^3 - 30 \cdot 11^2 + 45 \cdot 11} = \frac{605 - 440 + 75}{6655 - 3630 + 495} = \frac{240}{3520} = \frac{3}{44}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-----------|--|----------------|-----------------------------|------------------|-----------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 3 | <input type="checkbox"/> 2 | 5 | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{-31}{77}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{3}{4}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | ∞ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{5}$ | <input type="checkbox"/> 7 | 0 | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{0}{0}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-\infty$ | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\frac{3}{44}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{8}{77}$ | <input type="checkbox"/> 12 | 1 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | 3 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | 5 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{-31}{77}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{3}{4}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 | ∞ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{5}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 | 0 | DF: Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert und geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-\infty$ | DF: geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\frac{3}{44}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{8}{77}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | 1 | DF: geraten |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 70 0 200406003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot (4x)^{9x}$$

Parameter:

$x_n = n$ – te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 4$ $x_3 = 9$.

Erklärung:

Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot (4x)^{9x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{9x \cdot \ln(4x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{\frac{\ln(4x)}{\frac{1}{9x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben} \end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(4x)}{\frac{1}{9x}} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{9x^2}} && \text{die 4 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-9x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst} \end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der e -Funktion erhalten wir:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{\frac{\ln(4x)}{9x}} = 2 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(4x)}{9x}} = 2 \cdot e^0 = 2$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|------------------------------------|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> $2e^{\frac{9}{2}}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> $\frac{9}{8}$ |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ | <input type="checkbox"/> ∞ | <input type="checkbox"/> $\frac{9}{4}$ | <input type="checkbox"/> $2e^{\frac{4}{9}}$ |
| <input type="checkbox"/> 18 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> -2 | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $2e^{\frac{9}{2}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 2 | richtig |
| <input type="checkbox"/> $\frac{9}{8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{9}{4}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $2e^{\frac{4}{9}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 18 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> -2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 72 0 200406002 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{7x + 21}{\sin(8x + 24)}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 7$ $x_3 = 8$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -3} \frac{7x+21}{\sin(8x+24)} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{7}{8 \cos(8x+24)} \\ & = \frac{7}{8 \cos(8 \cdot (-3)+24)} = \frac{7}{8 \cos 0} = \frac{7}{8}\end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{7x+21}{\sin(8x+24)} = \frac{7}{8}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--------------------------------------|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{8}$ | <input type="checkbox"/> 3 0 | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{3}{\cos 8}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 ∞ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{7}{\sin 8}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{7}{8}$ | <input type="checkbox"/> 8 -3 |
| <input type="checkbox"/> 9 1 | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{21}{\sin 24}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{3}{\sin 8}$ | <input type="checkbox"/> 12 7 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{3}{\cos 8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{7}{\sin 8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{7}{8}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 -3 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{21}{\sin 24}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{3}{\sin 8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 7 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 99 0 200406008 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.8:

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = (3x - 9) \cdot \cos\left(\frac{8}{6x - 18}\right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl ($n \in 1..4$)
 x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 3$ $x_3 = 8$ $x_4 = 6$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$.
Sei $x_n \subseteq \mathbb{R} \setminus \{3\}$ mit $x_n \rightarrow 3$, dann gilt $(3x_n - 9) \rightarrow 0$ und $\cos\left(\frac{8}{6x_n - 18}\right) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \rightarrow 0$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $[-3, 3]$ | <input type="checkbox"/> 2 6 | <input type="checkbox"/> 3 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 4 3 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 0 | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{4}{3}$ | <input type="checkbox"/> 8 es gibt keinen |
| <input type="checkbox"/> 9 ± 1 | <input type="checkbox"/> 10 4 | <input type="checkbox"/> 11 $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> 12 ∞ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	1	$[-3, 3]$	DF: Grenzwert ist nie ein Intervall
<input type="checkbox"/>	2	6	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	3	$-\infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	4	3	DF: geraten
<input checked="" type="checkbox"/>	5	0	richtig
<input type="checkbox"/>	6	$\frac{0}{3}$	DF: nicht definiert und geraten
<input type="checkbox"/>	7	$\frac{4}{3}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	8	es gibt keinen	DF: es gibt einen
<input type="checkbox"/>	9	± 1	DF: Grenzwert ist immer eindeutig
<input type="checkbox"/>	10	4	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	11	$[-1, 1]$	DF: Grenzwert ist nie ein Intervall
<input type="checkbox"/>	12	∞	DF: geraten

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>