

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 4 0 200406003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.1: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot (7x)^{10x}$$

Parameter: $x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$ In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 7$ $x_3 = 10$.**Erklärung:**Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot (7x)^{10x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{10x \cdot \ln(7x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{\frac{\ln(7x)}{\frac{1}{10x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben} \end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(7x)}{\frac{1}{10x}} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{10x^2}} && \text{die 7 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-10x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst} \end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der e -Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot e^{\frac{\ln(7x)}{\frac{1}{10x}}} = 2 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(7x)}{\frac{1}{10x}}} = 2 \cdot e^0 = 2$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> ∞	<input type="checkbox"/> $2e^5$	<input checked="" type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> $\frac{5}{7}$	<input type="checkbox"/> 20	<input type="checkbox"/> -2	<input type="checkbox"/> $2e^{\frac{7}{10}}$
<input type="checkbox"/> $\frac{10}{7}$	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> $2e^7$	<input type="checkbox"/> $\frac{20}{7}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> ∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $2e^5$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input checked="" type="checkbox"/> 2	richtig
<input type="checkbox"/> $\frac{5}{7}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 20	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> -2	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $2e^{\frac{7}{10}}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $\frac{10}{7}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $2e^7$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $\frac{20}{7}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet

Aufgabe 6.1.2: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{9x + 45}{\sin(14x + 70)}$$

Parameter:

$x_n = n - 1$ te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 9$ $x_3 = 14$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -5} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -5} \frac{9x+45}{\sin(14x+70)} &=^H \lim_{x \rightarrow -5} \frac{9}{14 \cos(14x+70)} \\ &= \frac{9}{14 \cos(14 \cdot (-5)+70)} = \frac{9}{14 \cos 0} = \frac{9}{14} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{9x + 45}{\sin(14x + 70)} = \frac{9}{14}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{45}{\sin 70}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{5}{\cos 14}$ | <input type="checkbox"/> 3 0 | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{9}{\sin 14}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 6 9 | <input type="checkbox"/> 7 1 | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{1}{14}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 $\frac{9}{14}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{5}{\sin 14}$ | <input type="checkbox"/> 11 -5 | <input type="checkbox"/> 12 ∞ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{45}{\sin 70}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{5}{\cos 14}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{9}{\sin 14}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 9 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{1}{14}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 $\frac{9}{14}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{5}{\sin 14}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 -5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

Aufgabe 6.1.3:

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = (6x - 18) \cdot \cos\left(\frac{5}{6x - 18}\right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl ($n \in 1..4$)

x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 6$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$.

Sei $x_n \subseteq \mathbb{R} \setminus \{3\}$ mit $x_n \rightarrow 3$, dann gilt $(6x_n - 18) \rightarrow 0$ und $\cos\left(\frac{5}{6x_n - 18}\right) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \rightarrow 0$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|--------------------------------------|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> 3 es gibt keinen | <input type="checkbox"/> 4 1 |
| <input type="checkbox"/> 5 $[-1, 1]$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 0 | <input type="checkbox"/> 7 $[-6, 6]$ | <input type="checkbox"/> 8 ± 1 |
| <input type="checkbox"/> 9 3 | <input type="checkbox"/> 10 5 | <input type="checkbox"/> 11 ∞ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{5}{6}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert und geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 es gibt keinen | DF: es gibt einen |
| <input type="checkbox"/> 4 1 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 $[-1, 1]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 0 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 $[-6, 6]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input type="checkbox"/> 8 ± 1 | DF: Grenzwert ist immer eindeutig |
| <input type="checkbox"/> 9 3 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 5 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 ∞ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{5}{6}$ | DF: geraten |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 44 0 200406006 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{8x^2 - 112x + 360}{125 - 50x + 5x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 2..3$) $x_2 \neq x_3$

$x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 9 \quad x_4 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\frac{8x^2-112x+360}{125-50x+5x^2} = \frac{\frac{8x^2}{x^2} - \frac{112x}{x^2} + \frac{360}{x^2}}{\frac{125}{x^2} - \frac{50x}{x^2} + \frac{5x^2}{x^2}} \quad \text{mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert}$$

$$= \frac{8 - \frac{112}{x} + \frac{360}{x^2}}{\frac{125}{x^2} - \frac{50}{x} + 5} \rightarrow \frac{8-0+0}{0-0+5} = \frac{8}{5},$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = \frac{8}{5}$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 112x + 360}{125 - 50x + 5x^2} \stackrel{H}{=} \frac{16x - 112}{-50 + 10x} \stackrel{H}{=} \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -5$ | <input type="checkbox"/> 2 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 3 $y = -5$ | <input checked="" type="checkbox"/> 4 $y = \frac{8}{5}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = 5$ | <input type="checkbox"/> 6 $x = -\infty$ | <input type="checkbox"/> 7 $x = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 8 $x = \frac{5}{10}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \infty$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = 5$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = 0$ | <input type="checkbox"/> 12 $x = -\frac{10}{5}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -5$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 es gibt keine | DF: falsch |
| <input type="checkbox"/> 3 $y = -5$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 $y = \frac{8}{5}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = 5$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = -\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 8 $x = \frac{5}{10}$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = 5$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = 0$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = -\frac{10}{5}$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 60 0 200406007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{9 \cdot \arctan_{\pi}(4x + 7)}{5}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
 x_2, x_3 Zahlen im $\arctan x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$ $x_2 = 4$ $x_3 = 7$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat \arctan_0 ? Verschieben Sie diese Funktion um π zu \arctan_{π} . Substituieren Sie $(4x + 7) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (4x + 7)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm \frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_{\pi} x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \rightarrow \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{9 \cdot \arctan_{\pi}(4x+7)}{5} \text{ hat die Asymptoten } y = \frac{9}{5} \cdot \frac{\pi}{2} \text{ oder } y = \frac{9}{5} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 2 $y = \frac{27}{10}\pi$ | <input type="checkbox"/> 3 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{9}{5}$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = \pm \frac{\pi}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = \pm \frac{9}{10}\pi$ | <input type="checkbox"/> 6 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | <input type="checkbox"/> 7 $y = k \cdot \pi$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $y = \frac{9}{10}\pi$ oder $y = \frac{27}{10}\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = \infty$ | <input type="checkbox"/> 11 $y = \pm \frac{9}{5}$ | <input type="checkbox"/> 12 $y = \frac{9}{5}$ oder $y = \frac{11}{5}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 es gibt keine | DF: falsch |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = \frac{27}{10}\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 3 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{9}{5}$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = \pm \frac{\pi}{2}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = \pm \frac{9}{10}\pi$ | DF: arctan ₀ gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 7 $y = k \cdot \pi$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Cotangens verwechselt |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 $y = \frac{9}{10}\pi$ oder $y = \frac{27}{10}\pi$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | DF: nicht substituiert |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 $y = \pm \frac{9}{5}$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 $y = \frac{9}{5}$ oder $y = \frac{11}{5}$ | DF: normal als Limes gerechnet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 70 0 200406004 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^3 - 52x^2 + 204x - 252}{2x^3 - 22x^2 + 78x - 90}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$) $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$.
 x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 7$ $x_3 = 5$ $x_4 = 4$ $x_5 = 2$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^3 - 52x^2 + 204x - 252}{2x^3 - 22x^2 + 78x - 90} &= \frac{0'}{0'} =^H \lim_{x \rightarrow 3} \frac{12x^2 - 104x + 204}{6x^2 - 44x + 78} = \frac{0'}{0'} \\ &=^H \lim_{x \rightarrow 3} \frac{24x - 104}{12x - 44} \\ &= \frac{24 \cdot 3 - 104}{12 \cdot 3 - 44} = \frac{-32}{-8} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^3 - 52x^2 + 204x - 252}{2x^3 - 22x^2 + 78x - 90} = 4$

Angebote Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------|-----------------------------|----------|---------------------------------------|-----------------|-----------------------------|-----------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 8 | <input type="checkbox"/> 2 | 3 | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{26}{11}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | 1 | <input type="checkbox"/> 6 | ∞ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{16}{7}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{14}{5}$ | <input type="checkbox"/> 10 | 2 | <input checked="" type="checkbox"/> X | 4 | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{67}{31}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | 8 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | 3 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{26}{11}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{2}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{16}{7}$ | DF: nicht richtig differenziert |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{14}{5}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | 2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | 4 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{67}{31}$ | RF: verrechnet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 96 0 200406001 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \ln(x^8 + 10)}{\ln x^{11}}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \ln(x^8 + 10)}{\ln x^{11}} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \frac{8x^7}{x^8 + 10}}{\frac{11x^{10}}{x^{11}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \frac{8}{x + \frac{10}{x^8}}}{\frac{11}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 8 \cdot x}{(x + \frac{10}{x^8}) \cdot 11} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{32}{(1 + \frac{10}{x^8}) \cdot 11} = \frac{32}{11} && x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \ln(x^8 + 10)}{\ln x^{11}} = \frac{32}{11}$

Angebote Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{32}{11}$ | <input type="checkbox"/> $\ln \frac{42}{11}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{\ln 32}{\ln 11}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{42}{11}$ |
| <input type="checkbox"/> $\ln \frac{32}{11}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{\ln 42}{\ln 11}$ | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> $\frac{\ln 11}{\ln 32}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{11}{32}$ | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> ∞ | <input type="checkbox"/> $\frac{11}{42}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{32}{11}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> $\ln \frac{42}{11}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{\ln 32}{\ln 11}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> $\frac{42}{11}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\ln \frac{32}{11}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> $\frac{\ln 42}{\ln 11}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{\ln 11}{\ln 32}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> $\frac{11}{32}$ | RF: Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{11}{42}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 101 0 200406005 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.8: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3x^2 - 18x + 15}{4x^3 - 16x^2 + 12x}$$

Parameter:

- $x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)
 x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
 x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 5$ $x_3 = 3$ $x_4 = 3$ $x_5 = 4$ $x_6 = 9$.

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3x^2 - 18x + 15}{4x^3 - 16x^2 + 12x} = \frac{3 \cdot 9^2 - 18 \cdot 9 + 15}{4 \cdot 9^3 - 16 \cdot 9^2 + 12 \cdot 9} = \frac{243 - 162 + 15}{2916 - 1296 + 108} = \frac{96}{1728} = \frac{1}{18}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|----------------------------|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{18}$ | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{3}{4}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$ | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> $\frac{-5}{12}$ | <input type="checkbox"/> $-\infty$ |
| <input type="checkbox"/> ∞ | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{7}{72}$ |

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{18}$	richtig
<input type="checkbox"/>	1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{2}$	RF: falsch gerechnet
<input type="checkbox"/>	$\frac{3}{4}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{4}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	3	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{-5}{12}$	RF: falsch gerechnet
<input type="checkbox"/>	$-\infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	∞	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	0	DF: Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/>	0	DF: nicht definiert und geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{7}{72}$	RF: falsch gerechnet

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>