

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 1 0 200406002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.1: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x + 10}{\sin(9x + 18)}$$

Parameter:

$x_n = n - te$ Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 5$ $x_3 = 9$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x+10}{\sin(9x+18)} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5}{9 \cos(9x+18)} \\ & = \frac{5}{9 \cos(9 \cdot (-2) + 18)} = \frac{5}{9 \cos 0} = \frac{5}{9} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x + 10}{\sin(9x + 18)} = \frac{5}{9}$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|---|--------------------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{2}{\sin 9}$ | <input type="checkbox"/> 2 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{5}{\sin 9}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{2}{\cos 9}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{10}{\sin 18}$ | <input type="checkbox"/> 6 5 | <input type="checkbox"/> 7 -2 | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{9}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 ∞ | <input type="checkbox"/> 10 1 | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{9}$ | <input type="checkbox"/> 12 0 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{2}{\sin 9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{5}{\sin 9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{2}{\cos 9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{10}{\sin 18}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 -2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{9}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 29 0 200406007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.2: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{6 \cdot \arctan_{\pi}(4x + 8)}{2}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
 x_2, x_3 Zahlen im $\arctan x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 4$ $x_3 = 8$ $x_4 = 2$.

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat \arctan_0 ? Verschieben Sie diese Funktion um π zu \arctan_{π} . Substituieren Sie $(4x + 8) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (4x + 8)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm \frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_{\pi} x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \rightarrow \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{6 \cdot \arctan_{\pi}(4x + 8)}{2} \quad \text{hat die Asymptoten} \quad y = \frac{6}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{6}{2} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = 3$ | <input type="checkbox"/> 2 $y = \pm \frac{\pi}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 $y = \frac{9}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = \pm \frac{3}{2}\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = 3$ oder $y = 4$ | <input type="checkbox"/> 6 $y = \infty$ | <input type="checkbox"/> 7 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot 3$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $y = \frac{3}{2}\pi$ oder $y = \frac{9}{2}\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = 0$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = \frac{3}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 11 $y = \pm 3$ | <input type="checkbox"/> 12 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = 3$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = \pm \frac{\pi}{2}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 $y = \frac{9}{2}\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = \pm \frac{3}{2}\pi$ | DF: \arctan_0 gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = 3$ oder $y = 4$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot 3$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 $y = \frac{3}{2}\pi$ oder $y = \frac{9}{2}\pi$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = 0$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = \frac{3}{2}\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 11 $y = \pm 3$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 40 0 200406008 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.3:

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = (5x - 15) \cdot \cos\left(\frac{2}{3x - 9}\right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl ($n \in 1..4$)
 x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 3$ $x_3 = 2$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$.

Sei $x_n \subseteq \mathbf{R} \setminus \{3\}$ mit $x_n \rightarrow 3$, dann gilt $(5x_n - 15) \rightarrow 0$ und $\cos(\frac{2}{3x_n-9}) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \rightarrow 0$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------|--|---------------|-----------------------------|---------------|-----------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | es gibt keinen | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{7}{6}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{10}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | ∞ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 8 | 3 |
| <input type="checkbox"/> 9 | ± 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | 0 | <input type="checkbox"/> 11 | $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> 12 | 1 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|----------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | es gibt keinen | DF: es gibt einen |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{2}{3}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{7}{6}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{10}{3}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 | ∞ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert und geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 8 | 3 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | ± 1 | DF: Grenzwert ist immer eindeutig |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | 0 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $[-1, 1]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input type="checkbox"/> 12 | 1 | DF: geraten |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 45 0 200406004 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 16x^2 + 40x - 32}{2x^3 - 18x^2 + 48x - 40}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$) $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$.
 x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 4$ $x_3 = 5$ $x_4 = 2$ $x_5 = 2$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 16x^2 + 40x - 32}{2x^3 - 18x^2 + 48x - 40} &= \frac{0}{0} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x^2 - 32x + 40}{6x^2 - 36x + 48} = \frac{0}{0} \\ &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{12x - 32}{12x - 36} \\ &= \frac{12 \cdot 2 - 32}{12 \cdot 2 - 36} = \frac{-8}{-12} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 16x^2 + 40x - 32}{2x^3 - 18x^2 + 48x - 40} = \frac{2}{3}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{2}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ | <input type="checkbox"/> $\frac{14}{15}$ | <input type="checkbox"/> ∞ | <input type="checkbox"/> 8 |
| <input type="checkbox"/> $\frac{8}{9}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{11}{12}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{10}{11}$ | <input type="checkbox"/> 0 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{2}{3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{14}{15}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{8}{9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{11}{12}$ | RF: verrechnet |
| <input type="checkbox"/> $\frac{10}{11}$ | DF: nicht richtig differenziert |
| <input type="checkbox"/> 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 62 0 200406003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot (7x)^{12x}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 7$ $x_3 = 12$.

Erklärung:

Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot (7x)^{12x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{12x \cdot \ln(7x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{\frac{\ln(7x)}{\frac{1}{12x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben} \end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(7x)}{\frac{1}{12x}} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{12x^2}} && \text{die 7 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-12x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst} \end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der e -Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{\frac{\ln(7x)}{\frac{1}{12x}}} = 5 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(7x)}{\frac{1}{12x}}} = 5 \cdot e^0 = 5$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------|----------|---------------------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $5e^{\frac{12}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $5e^{\frac{7}{12}}$ | <input type="checkbox"/> 3 | 60 | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{5}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 6 | $5e^7$ | <input type="checkbox"/> 7 | 0 | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | 5 |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{60}{7}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{12}{7}$ | <input type="checkbox"/> 11 | ∞ | <input type="checkbox"/> 12 | 1 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $5e^{\frac{12}{5}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $5e^{\frac{7}{12}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 | 60 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{5}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $5e^7$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 | 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | 5 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{60}{7}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{12}{7}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 | ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 | 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 74 0 200406001 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \ln(x^5 + 10)}{\ln x^{14}}$$

Parameter:

$x_n = n -$ te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \ln(x^5 + 10)}{\ln x^{14}} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot \frac{5x^4}{x^5 + 10}}{\frac{14x^{13}}{x^{14}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot \frac{5}{x + \frac{10}{x^5}}}{\frac{14}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot x}{(x + \frac{10}{x^5}) \cdot 14} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15}{(1 + \frac{10}{x^5}) \cdot 14} = \frac{15}{14} && x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \ln(x^5 + 10)}{\ln x^{14}} = \frac{15}{14}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\ln 15}{\ln 14}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\ln \frac{14}{15}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{\ln 14}{\ln 15}$ | <input type="checkbox"/> 4 0 |
| <input type="checkbox"/> 5 $\ln \frac{15}{14}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{\ln 25}{\ln 14}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{15}{14}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\ln \frac{25}{14}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{14}{25}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{14}{15}$ | <input type="checkbox"/> 11 1 | <input type="checkbox"/> 12 ∞ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\ln 15}{\ln 14}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> 2 $\ln \frac{14}{15}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{\ln 14}{\ln 15}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 4 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 $\ln \frac{15}{14}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{\ln 25}{\ln 14}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{15}{14}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 $\ln \frac{25}{14}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{14}{25}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{14}{15}$ | RF: Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 11 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 99 0 200406005 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{5x^2 - 30x + 25}{6x^3 - 18x^2 + 12x}$$

Parameter:

- $x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)
 x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
 x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1$ $x_2 = 5$ $x_3 = 2$ $x_4 = 5$ $x_5 = 6$ $x_6 = 8$.

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{5x^2 - 30x + 25}{6x^3 - 18x^2 + 12x} = \frac{5 \cdot 8^2 - 30 \cdot 8 + 25}{6 \cdot 8^3 - 18 \cdot 8^2 + 12 \cdot 8} = \frac{320 - 240 + 25}{3072 - 1152 + 96} = \frac{105}{2016} = \frac{5}{96}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{96}$ | <input type="checkbox"/> 2 5 | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{-25}{48}$ | <input type="checkbox"/> 4 0 |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{6}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{13}{96}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{0}{0}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 1 | <input type="checkbox"/> 10 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 11 ∞ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{5}{12}$ |

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{5}{96}$	richtig
<input type="checkbox"/>	5	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$-\frac{25}{48}$	RF: falsch gerechnet
<input type="checkbox"/>	0	DF: Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{6}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{5}{6}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{13}{96}$	RF: falsch gerechnet
<input type="checkbox"/>	0	DF: nicht definiert und geraten
<input type="checkbox"/>	1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$-\infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	∞	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{5}{12}$	RF: falsch gerechnet

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 106 0 200406006 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.8: Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{9x^2 - 99x + 252}{64 - 32x + 4x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 2..3$) $x_2 \neq x_3$
 $x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$ $x_2 = 4$ $x_3 = 7$ $x_4 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{9x^2 - 99x + 252}{64 - 32x + 4x^2} &= \frac{\frac{9x^2}{x^2} - \frac{99x}{x^2} + \frac{252}{x^2}}{\frac{64}{x^2} - \frac{32x}{x^2} + \frac{4x^2}{x^2}} \quad \text{mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert} \\ &= \frac{9 - \frac{99}{x} + \frac{252}{x^2}}{\frac{64}{x^2} - \frac{32}{x} + 4} \quad \rightarrow \frac{9-0+0}{0-0+4} = \frac{9}{4}, \end{aligned}$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = \frac{9}{4}$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 99x + 252}{64 - 32x + 4x^2} \stackrel{H}{=} \frac{18x - 99}{-32 + 8x} \stackrel{H}{=} \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

Angebote Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$y = -\frac{9}{4}$	<input type="checkbox"/> 2	es gibt keine	<input type="checkbox"/> 3	$y = \infty$	<input type="checkbox"/> 4	$y = -4$
<input type="checkbox"/> 5	$x = 4$	<input checked="" type="checkbox"/> 6	$y = \frac{9}{4}$	<input type="checkbox"/> 7	$x = 0$	<input type="checkbox"/> 8	$x = -4$
<input type="checkbox"/> 9	$y = 4$	<input type="checkbox"/> 10	$x = -\infty$	<input type="checkbox"/> 11	$x = \frac{\infty}{\infty}$	<input type="checkbox"/> 12	$x = -\frac{9}{4}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$y = -\frac{9}{4}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	es gibt keine	DF: falsch
<input type="checkbox"/>	$y = \infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$y = -4$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/>	$x = 4$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/>	$y = \frac{9}{4}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$x = 0$	DF: waagrechte Asymptote gesucht
<input type="checkbox"/>	$x = -4$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = 4$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
<input type="checkbox"/>	$x = -\infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$x = \frac{\infty}{\infty}$	DF: nicht definiert
<input type="checkbox"/>	$x = -\frac{9}{4}$	DF: waagrechte Asymptote gesucht

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>