

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 4 0 200406002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.1: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + 8}{\sin(6x + 12)}$$

Parameter:

$x_n = n - te$ Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 4$ $x_3 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x+8}{\sin(6x+12)} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4}{6 \cos(6x+12)} \\ & = \frac{4}{6 \cos(6 \cdot (-2)+12)} = \frac{4}{6 \cos 0} = \frac{4}{6} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + 8}{\sin(6x + 12)} = \frac{2}{3}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 ∞ | <input type="checkbox"/> 2 -2 | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{4}{\sin 6}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{2}{\sin 6}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 4 | <input type="checkbox"/> 6 $-\infty$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 8 0 |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{8}{\sin 12}$ | <input type="checkbox"/> 11 1 | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{2}{\cos 6}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 -2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{4}{\sin 6}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{2}{\sin 6}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 4 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{2}{3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{1}{6}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{8}{\sin 12}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{2}{\cos 6}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 8 0 200406003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.2: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot (8x)^{13x}$$

Parameter:

$x_n = n - \text{te}$ Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 8$ $x_3 = 13$.

Erklärung:

Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot (8x)^{13x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{13x \cdot \ln(8x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{\frac{\ln(8x)}{\frac{1}{13x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben} \end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(8x)}{\frac{1}{13x}} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{13x^2}} && \text{die 8 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-13x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst} \end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der e -Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{\frac{\ln(8x)}{\frac{1}{13x}}} = 5 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(8x)}{\frac{1}{13x}}} = 5 \cdot e^0 = 5$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{5}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{13}{40}$ | <input type="checkbox"/> 4 $5e^8$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $5e^{\frac{13}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 6 65 | <input type="checkbox"/> 7 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 8 5 |
| <input type="checkbox"/> 9 -5 | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{65}{8}$ | <input type="checkbox"/> 11 e^5 | <input type="checkbox"/> 12 ∞ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{5}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{13}{40}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 $5e^8$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 $5e^{\frac{13}{5}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 65 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 5 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 -5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{65}{8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 e^5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Hospital	Funktionen	Nummer: 13 0 200406008	Kl: 14G
Grad: 40	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 6.1.3:

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{4\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = (7x - 28) \cdot \cos\left(\frac{5}{4x - 16}\right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl ($n \in 1..4$)

x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 4$ $x_3 = 5$ $x_4 = 4$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$.

Sei $x_n \subseteq \mathbb{R} \setminus \{4\}$ mit $x_n \rightarrow 4$, dann gilt $(7x_n - 28) \rightarrow 0$ und $\cos\left(\frac{5}{4x_n - 16}\right) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \rightarrow 0$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|--------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{4}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{35}{4}$ | <input type="checkbox"/> 3 ± 1 | <input type="checkbox"/> 4 $[-1, 1]$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 0 | <input type="checkbox"/> 6 4 | <input type="checkbox"/> 7 $[-7, 7]$ | <input type="checkbox"/> 8 ∞ |
| <input type="checkbox"/> 9 5 | <input type="checkbox"/> 10 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 11 1 | <input type="checkbox"/> 12 es gibt keinen |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{4}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{35}{4}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 ± 1 | DF: Grenzwert ist immer eindeutig |
| <input type="checkbox"/> 4 $[-1, 1]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 0 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 4 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 $[-7, 7]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input type="checkbox"/> 8 ∞ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 5 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 $-\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 1 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 es gibt keinen | DF: es gibt einen |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 46 0 200406004 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^3 - 44x^2 + 156x - 180}{2x^3 - 24x^2 + 90x - 108}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$) $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$.

x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 5$ $x_3 = 6$ $x_4 = 4$ $x_5 = 2$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^3 - 44x^2 + 156x - 180}{2x^3 - 24x^2 + 90x - 108} &= \frac{0'}{0} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{12x^2 - 88x + 156}{6x^2 - 48x + 90} = \frac{0'}{0} \\ &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{24x - 88}{12x - 48} \\ &= \frac{24 \cdot 3 - 88}{12 \cdot 3 - 48} = \frac{-16}{-12}\end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^3 - 44x^2 + 156x - 180}{2x^3 - 24x^2 + 90x - 108} = \frac{4}{3}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|-----------------------------|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{3}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{59}{33}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{11}{6}$ |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> $-\infty$ | <input type="checkbox"/> $\frac{40}{21}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{28}{15}$ |
| <input type="checkbox"/> 64 | <input type="checkbox"/> ∞ | <input type="checkbox"/> 8 | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{4}{3}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 | RF: verrechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | DF: nicht richtig differenziert |
| <input type="checkbox"/> 9 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 11 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{4}{3}$ | richtig |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Asymptoten Funktionen Nummer: 48 0 200406006 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{10x^2 - 100x + 210}{45 - 30x + 5x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 2..3$) $x_2 \neq x_3$
 $x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10$ $x_2 = 3$ $x_3 = 7$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned}\frac{10x^2 - 100x + 210}{45 - 30x + 5x^2} &= \frac{\frac{10x^2}{x^2} - \frac{100x}{x^2} + \frac{210}{x^2}}{\frac{45}{x^2} - \frac{30x}{x^2} + \frac{5x^2}{x^2}} \quad \text{mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert} \\ &= \frac{10 - \frac{100}{x} + \frac{210}{x^2}}{\frac{45}{x^2} - \frac{30}{x} + 5} \quad \rightarrow \frac{10 - 0 + 0}{0 - 0 + 5} = \frac{10}{5},\end{aligned}$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = 2$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - 100x + 210}{45 - 30x + 5x^2} \stackrel{=H}{=} \frac{20x - 100}{-30 + 10x} \stackrel{=H}{=} \frac{20}{10} = 2$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = -2$ | <input type="checkbox"/> 2 $y = \infty$ | <input type="checkbox"/> 3 $x = -3$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = 0$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $y = 2$ | <input type="checkbox"/> 6 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 7 $x = -2$ | <input type="checkbox"/> 8 $y = 3$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = 0$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = -3$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = 3$ | <input type="checkbox"/> 12 es gibt keine |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = -2$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 $x = -3$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = 0$ | DF: geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $y = 2$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = -2$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 8 $y = 3$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = 0$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = -3$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = 3$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 es gibt keine | DF: falsch |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 50 0 200406001 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^{10} + 11)}{\ln x^{14}}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^{10} + 11)}{\ln x^{14}} &\stackrel{=H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{10x^{10-1}}{x^{10} + 11}}{\frac{14x^{14-1}}{x^{14}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{10}{x + \frac{11}{x^9}}}{\frac{14}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 10 \cdot x}{(x + \frac{11}{x^9}) \cdot 14} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{50}{(1 + \frac{11}{x^{10}}) \cdot 14} = \frac{50}{14} && x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^{10} + 11)}{\ln x^{14}} = \frac{25}{7}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\ln 14}{\ln 50}$ | <input type="checkbox"/> 2 1 | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{\ln 61}{\ln 14}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\ln \frac{7}{25}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\ln \frac{25}{7}$ | <input type="checkbox"/> 6 0 | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{7}{25}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{25}{7}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{61}{14}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\ln \frac{61}{14}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{\ln 50}{\ln 14}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{14}{61}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\ln 14}{\ln 50}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 2 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{\ln 61}{\ln 14}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 $\ln \frac{7}{25}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 5 $\ln \frac{25}{7}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> 6 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{7}{25}$ | RF: Zähler und Nenner vertauscht |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{25}{7}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{61}{14}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 $\ln \frac{61}{14}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{\ln 50}{\ln 14}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{14}{61}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 62 0 200406005 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 12} \frac{5x^2 - 40x + 80}{2x^3 - 16x^2 + 32x}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)
 x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
 x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 4$ $x_3 = 4$ $x_4 = 5$ $x_5 = 2$ $x_6 = 12$.

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x \rightarrow 12} \frac{5x^2 - 40x + 80}{2x^3 - 16x^2 + 32x} = \frac{5 \cdot 12^2 - 40 \cdot 12 + 80}{2 \cdot 12^3 - 16 \cdot 12^2 + 32 \cdot 12} = \frac{720 - 480 + 80}{3456 - 2304 + 384} = \frac{320}{1536} = \frac{5}{24}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 5 | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 1 | <input type="checkbox"/> 4 ∞ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{-17}{24}$ | <input type="checkbox"/> 8 $-\infty$ |
| <input type="checkbox"/> 9 0 | <input type="checkbox"/> 10 4 | <input type="checkbox"/> 11 161 | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{5}{24}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	5	DF: geraten	
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{5}{2}$	RF: falsch gerechnet	
<input type="checkbox"/> 3	1	DF: geraten	
<input type="checkbox"/> 4	∞	DF: geraten	
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{1}{2}$	DF: geraten	
<input type="checkbox"/> 6	0	DF: nicht definiert und geraten	
<input type="checkbox"/> 7	$-\frac{17}{24}$	RF: falsch gerechnet	
<input type="checkbox"/> 8	$-\infty$	DF: geraten	
<input type="checkbox"/> 9	0	DF: Asymptote gerechnet	
<input type="checkbox"/> 10	4	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet	
<input type="checkbox"/> 11	161	GL:	geratene Lösung
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{5}{24}$	richtig	

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 78 0 200406007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.8: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{5 \cdot \arctan_{\pi}(2x + 7)}{3}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
 x_2, x_3 Zahlen im \arctan $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 2$ $x_3 = 7$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat \arctan_0 ? Verschieben Sie diese Funktion um π zu \arctan_{π} . Substituieren Sie $(2x + 7) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (2x + 7)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm \frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_{\pi} x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \rightarrow \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{5 \cdot \arctan_{\pi}(2x + 7)}{3} \quad \text{hat die Asymptoten} \quad y = \frac{5}{3} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{5}{3} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-----------------------|-------------------------------------|--|-----------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $y = 0$ | <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 3 | $y = \pm \frac{5}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 4 | $y = \frac{5}{3}$ oder $y = \frac{7}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $y = \infty$ | <input checked="" type="checkbox"/> | $y = \frac{5}{6}\pi$ oder $y = \frac{5}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 7 | $y = \pm \frac{5}{6}\pi$ | <input type="checkbox"/> 8 | $y = \frac{5}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $y = \pm \frac{5}{3}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $y = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 12 | $y = \frac{5}{2}\pi$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$y = 0$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	es gibt keine	DF: falsch
<input type="checkbox"/>	$y = \pm \frac{5}{2}\pi$	DF: arctan ₀ gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = \frac{5}{3}$ oder $y = \frac{7}{3}$	DF: normal als Limes gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = \infty$	DF: geraten
<input checked="" type="checkbox"/>	$y = \frac{5}{6}\pi$ oder $y = \frac{5}{2}\pi$	richtig
<input type="checkbox"/>	$y = \pm \frac{5}{6}\pi$	DF: arctan ₀ gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = \frac{5}{3}$	DF: normal als Limes gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = \pm \frac{5}{3}$	DF: normal als Limes gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = \frac{\infty}{\infty}$	DF: nicht definiert
<input type="checkbox"/>	$y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$	DF: nicht substituiert
<input type="checkbox"/>	$y = \frac{5}{2}\pi$	DF: eine Asymptote fehlt

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>