

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 6 0 200406003 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.1: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot (9x)^{14x}$$

Parameter:

$x_n = n - \text{te}$ Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 9$ $x_3 = 14$.

Erklärung:

Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot (9x)^{14x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{14x \cdot \ln(9x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{\frac{\ln(9x)}{\frac{1}{14x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben} \end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(9x)}{\frac{1}{14x}} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{14x^2}} && \text{die 9 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-14x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst} \end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der e -Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 \cdot e^{\frac{\ln(9x)}{\frac{1}{14x}}} = 5 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(9x)}{\frac{1}{14x}}} = 5 \cdot e^0 = 5$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--------|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|---------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 70 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{70}{9}$ | <input type="checkbox"/> 4 | e^5 | |
| <input type="checkbox"/> 5 | $5e^9$ | <input type="checkbox"/> 6 | ∞ | <input type="checkbox"/> 7 | $5e^{\frac{14}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $5e^{\frac{9}{14}}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | 0 | <input type="checkbox"/> 10 | 1 | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{14}{9}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{5}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | 70 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | 5 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{70}{9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 | e^5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $5e^9$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 | $5e^{\frac{14}{5}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $5e^{\frac{9}{14}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 | 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{14}{9}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{5}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

Aufgabe 6.1.2: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 12} \frac{4x^2 - 40x + 100}{7x^3 - 49x^2 + 70x}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)

x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$

x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 5$ $x_3 = 2$ $x_4 = 4$ $x_5 = 7$ $x_6 = 12$.

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x \rightarrow 12} \frac{4x^2 - 40x + 100}{7x^3 - 49x^2 + 70x} = \frac{4 \cdot 12^2 - 40 \cdot 12 + 100}{7 \cdot 12^3 - 49 \cdot 12^2 + 70 \cdot 12} = \frac{576 - 480 + 100}{12096 - 7056 + 840} = \frac{196}{5880} = \frac{1}{30}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------|-----------------------------|-------------------|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> 2 | 1 | <input type="checkbox"/> 3 | 0 | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{17}{294}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | 5 | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{7}$ | <input type="checkbox"/> 7 | 4 | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{4}{7}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{-83}{315}$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{1}{30}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{2}{5}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert und geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 | 1 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 | 0 | DF: Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{17}{294}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 | 5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{7}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 | 4 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{4}{7}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{-83}{315}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{1}{30}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{2}{5}$ | RF: falsch gerechnet |

Aufgabe 6.1.3: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \ln(x^9 + 11)}{\ln x^{14}}$$

Parameter:

$x_n = n -$ te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \ln(x^9 + 11)}{\ln x^{14}} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \frac{9x^8-1}{x^9+11}}{\frac{14x^{13}-1}{x^{14}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot \frac{9}{x+\frac{11}{x^9}}}{\frac{14}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 9 \cdot x}{(x + \frac{11}{x^9}) \cdot 14} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{36}{(1 + \frac{11}{x^9}) \cdot 14} = \frac{36}{14} && x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \ln(x^9 + 11)}{\ln x^{14}} = \frac{18}{7}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 ∞ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{\ln 47}{\ln 14}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 $\frac{18}{7}$ | <input type="checkbox"/> 4 1 |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{47}{14}$ | <input type="checkbox"/> 6 0 | <input type="checkbox"/> 7 $\ln \frac{47}{14}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\ln \frac{18}{7}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{7}{18}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\ln \frac{7}{18}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{14}{47}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{\ln 36}{\ln 14}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{\ln 47}{\ln 14}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 $\frac{18}{7}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{47}{14}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 $\ln \frac{47}{14}$ | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 $\ln \frac{18}{7}$ | DF: substituiert |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{7}{18}$ | RF: Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 10 $\ln \frac{7}{18}$ | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{14}{47}$ | DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{\ln 36}{\ln 14}$ | DF: substituiert |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 25 0 200406004 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 22x^2 + 64x - 56}{6x^3 - 60x^2 + 168x - 144}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$) $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$.

x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 7$ $x_3 = 6$ $x_4 = 2$ $x_5 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 22x^2 + 64x - 56}{6x^3 - 60x^2 + 168x - 144} &= \frac{0'}{0'} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x^2 - 44x + 64}{18x^2 - 120x + 168} = \frac{0'}{0'} \\ &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{12x - 44}{36x - 120} \\ &= \frac{12 \cdot 2 - 44}{36 \cdot 2 - 120} = \frac{-20}{-48} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 22x^2 + 64x - 56}{6x^3 - 60x^2 + 168x - 144} = \frac{5}{12}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{17}{48}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{1}{27}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{14}{37}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{7}{18}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{11}{30}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{5}{12}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 2 | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{0}{0}$ | <input type="checkbox"/> 12 0 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{17}{48}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{1}{27}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{14}{37}$ | RF: verrechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{6}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{7}{18}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{11}{30}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{5}{12}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 2 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{1}{3}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 12 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 60 0 200406007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{7 \cdot \arctan_{\pi}(2x + 7)}{5}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
 x_2, x_3 Zahlen im $\arctan x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 2$ $x_3 = 7$ $x_4 = 5$.

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat \arctan_0 ? Verschieben Sie diese Funktion um π zu \arctan_{π} . Substituieren Sie $(2x + 7) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (2x + 7)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm \frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_\pi x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \rightarrow \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{7 \cdot \arctan_\pi(2x + 7)}{5} \quad \text{hat die Asymptoten} \quad y = \frac{7}{5} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{7}{5} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------------------|---------------------------|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $y = \frac{7}{5}$ oder $y = \frac{9}{5}$ | <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 3 | $y = \infty$ | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $y = \frac{7}{10}\pi$ oder $y = \frac{21}{10}\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> 6 | $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{7}{5}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $y = \frac{7}{10}\pi$ | <input type="checkbox"/> 8 | $y = \pm \frac{7}{5}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $y = \pm \frac{\pi}{2}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $y = k \cdot \pi$ | <input type="checkbox"/> 11 | $y = \pm \frac{7}{10}\pi$ | <input type="checkbox"/> 12 | $y = \frac{21}{10}\pi$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $y = \frac{7}{5}$ oder $y = \frac{9}{5}$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | DF: falsch |
| <input type="checkbox"/> 3 | $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $y = \frac{7}{10}\pi$ oder $y = \frac{21}{10}\pi$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 | $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$ | DF: nicht substituiert |
| <input type="checkbox"/> 6 | $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{7}{5}$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 7 | $y = \frac{7}{10}\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |
| <input type="checkbox"/> 8 | $y = \pm \frac{7}{5}$ | DF: normal als Limes gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $y = \pm \frac{\pi}{2}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 | $y = k \cdot \pi$ | DF: mit senkrechten Asymptoten des Cotangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 11 | $y = \pm \frac{7}{10}\pi$ | DF: \arctan_0 gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $y = \frac{21}{10}\pi$ | DF: eine Asymptote fehlt |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 71 0 200406006 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{9x^2 - 54x + 72}{16 - 16x + 4x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 2..3$) $x_2 \neq x_3$
 $x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$ $x_2 = 2$ $x_3 = 4$ $x_4 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{9x^2 - 54x + 72}{16 - 16x + 4x^2} &= \frac{\frac{9x^2}{x^2} - \frac{54x}{x^2} + \frac{72}{x^2}}{\frac{16}{x^2} - \frac{16x}{x^2} + \frac{4x^2}{x^2}} \quad \text{mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert} \\ &= \frac{9 - \frac{54}{x} + \frac{72}{x^2}}{\frac{16}{x^2} - \frac{16}{x} + 4} \quad \rightarrow \frac{9-0+0}{0-0+4} = \frac{9}{4}, \end{aligned}$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = \frac{9}{4}$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 54x + 72}{16 - 16x + 4x^2} \stackrel{H}{=} \frac{18x - 54}{-16 + 8x} \stackrel{H}{=} \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------|-----------------------------|--------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = \frac{9}{4}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $y = 2$ | <input type="checkbox"/> 3 | $y = \infty$ | <input type="checkbox"/> 4 | $y = 0$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $x = -\infty$ | <input type="checkbox"/> 7 | $x = 0$ | <input type="checkbox"/> 8 | $y = \frac{\infty}{\infty}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $y = \frac{9}{4}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $x = -\frac{9}{4}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $y = -2$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x = -2$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $x = \frac{9}{4}$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 2 | $y = 2$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 | $y = 0$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 | $x = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 6 | $x = -\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 | $x = 0$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 8 | $y = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $y = \frac{9}{4}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 | $x = -\frac{9}{4}$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 11 | $y = -2$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $x = -2$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 81 0 200406002 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x + 15}{\sin(10x + 30)}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 5$ $x_3 = 10$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x+15}{\sin(10x+30)} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5}{10 \cos(10x+30)} \\ &= \frac{5}{10 \cos(10 \cdot (-3)+30)} = \frac{5}{10 \cos 0} = \frac{5}{10} \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x+15}{\sin(10x+30)} = \frac{1}{2}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{\sin 10}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{3}{\cos 10}$ | <input type="checkbox"/> 3 -3 | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{15}{\sin 30}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 1 | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{3}{\sin 10}$ | <input type="checkbox"/> 8 5 |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{1}{10}$ | <input type="checkbox"/> 10 $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 11 ∞ | <input type="checkbox"/> 12 0 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{\sin 10}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{3}{\cos 10}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 -3 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{15}{\sin 30}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{3}{\sin 10}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{1}{10}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 93 0 200406008 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.8:

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = (7x - 21) \cdot \cos\left(\frac{5}{4x - 12}\right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl ($n \in 1..4$)
 x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 3$ $x_3 = 5$ $x_4 = 4$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$.
 Sei $x_n \subseteq \mathbb{R} \setminus \{3\}$ mit $x_n \rightarrow 3$, dann gilt $(7x_n - 21) \rightarrow 0$ und $\cos\left(\frac{5}{4x_n - 12}\right) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \rightarrow 0$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{5}{4}$ | <input type="checkbox"/> 2 3 | <input type="checkbox"/> 3 1 | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{0}{0}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{35}{4}$ | <input type="checkbox"/> 6 ± 1 | <input type="checkbox"/> 7 es gibt keinen | <input type="checkbox"/> 8 $[-1, 1]$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $-\infty$ | <input checked="" type="checkbox"/> 10 0 | <input type="checkbox"/> 11 4 | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{32}{7}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{5}{4}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 2	3	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 3	1	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{0}{0}$	DF: nicht definiert und geraten
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{35}{4}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 6	± 1	DF: Grenzwert ist immer eindeutig
<input type="checkbox"/> 7	es gibt keinen	DF: es gibt einen
<input type="checkbox"/> 8	$[-1, 1]$	DF: Grenzwert ist nie ein Intervall
<input type="checkbox"/> 9	$-\infty$	DF: geraten
<input checked="" type="checkbox"/> 10	0	richtig
<input type="checkbox"/> 11	4	DF: geraten
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{32}{7}$	DF: geraten

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>