Blatt Nr 06.07

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Hospital	Funktionen	Nummer: 6 0 200406003	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 6.1.1: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x\to 0} 5 \cdot (10x)^{12x}$$

Parameter:

$x_n = n-$ te Zahl in N $(n \in 1..3)$ $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x\to 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \quad x_2 = 10 \quad x_3 = 12$.

Erklärung:

Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.

Rechnung:

$$\lim_{x\to 0} 5 \cdot (10x)^{12x} = \lim_{x\to 0} 5 \cdot e^{12x \cdot \ln(10x)} \qquad \text{Potenzgesetz}$$

$$= \lim_{x\to 0} 5 \cdot e^{\frac{\ln(10x)}{\frac{1}{12x}}} \qquad \text{Exponent als Bruch geschrieben}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(10x)}{\frac{1}{12x}} =^H \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{12x^2}} \qquad \text{die 10 fällt beim Ableiten weg!}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-12x^2}{x} = 0 \qquad \text{Doppelbruch aufgelöst}$$

Mit der Stetigkeit der $e-$ Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x\to 0} 5 \cdot e^{\frac{\ln(10x)}{\frac{1}{12x}}} = 5 \cdot e^{\lim_{x\to 0} \frac{\ln(10x)}{\frac{1}{12x}}} = 5 \cdot e^0 = 5$$

Angebotene Lösungen:

[1] $5e^{\frac{5}{6}}$	[2] 1	[3] 60	[4] $\frac{6}{5}$
[5] ∞	[6] $5e^{\frac{12}{5}}$	[7] 0	[☒] 5
[9] $\frac{1}{5}$	[10] $\frac{6}{25}$	[11] 6	[12] $-\infty$

Fehlerinterpretation:

[1]	$5e^{\frac{5}{6}}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[2]	1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[3]	60	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[4]	$\frac{6}{5}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[5]	∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[6]	$5e^{\frac{12}{5}}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[7]	0	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[☒]	5	richtig
[9]	$\frac{1}{5}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[10]	$\frac{6}{25}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[11]	6	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[12]	$-\infty$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Hospital	Funktionen	Nummer: 25 0 200406008	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 6.1.2:

Sei $f : \mathbb{R}\backslash\{5\} \to \mathbb{R} : \quad f(x) = (6x - 30) \cdot \cos(\dfrac{7}{4x - 20})$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim\limits_{x \to 5} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl $(n \in 1..4)$
x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 7 \quad x_4 = 4$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \to 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \to 0$.
Sei $x_n \subseteq \mathbb{R}\backslash\{5\}$ mit $x_n \to 5$, dann gilt $(6x_n - 30) \to 0$ und $\cos(\frac{7}{4x_n - 20}) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \to 0$.

Angebotene Lösungen:

☐ 1: 5	☐ 2: $\frac{7}{4}$	☐ 3: es gibt keinen	☐ 4: 1
☐ 5: $-\infty$	☒ 0	☐ 7: ∞	☐ 8: ± 1
☐ 9: 4	☐ 10: $\frac{21}{2}$	☐ 11: $[-1, 1]$	☐ 12: $\frac{37}{9}$

Fehlerinterpretation:

☐ 1	5	DF: geraten
☐ 2	$\frac{7}{4}$	DF: geraten
☐ 3	es gibt keinen	DF: es gibt einen
☐ 4	1	DF: geraten
☐ 5	$-\infty$	DF: geraten
☒	0	richtig
☐ 7	∞	DF: geraten
☐ 8	± 1	DF: Grenzwert ist immer eindeutig
☐ 9	4	DF: geraten
☐ 10	$\frac{21}{2}$	DF: geraten
☐ 11	$[-1, 1]$	DF: Grenzwert ist nie ein Intervall
☐ 12	$\frac{37}{9}$	DF: geraten

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Hospital	Funktionen	Nummer: 57 0 200406001	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 6.1.3: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2 \ln(x^6 + 11)}{\ln x^{13}}$$

Parameter:

$x_n = n-$ te Zahl in N $(n \in 1..4)$ $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \to \infty$ für $x \to \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$\lim_{x\to\infty} \frac{2\ln(x^6+11)}{\ln x^{13}}$	$=^H$	$\lim_{x\to\infty} \frac{2\cdot\frac{6x^{6-1}}{x^6+11}}{\frac{13x^{13-1}}{x^{13}}}$	Ableitung mit Kettenregel
	$=$	$\lim_{x\to\infty} \frac{2\cdot\frac{6}{x+\frac{11}{x^5}}}{\frac{13}{x}}$	im Zähler und Nenner mit Potenz von x gekürzt
	$=$	$\lim_{x\to\infty} \frac{2\cdot 6\cdot x}{(x+\frac{11}{x^5})\cdot 13}$	Doppelbruch aufgelöst
	$=$	$\lim_{x\to\infty} \frac{12}{(1+\frac{11}{x^6})\cdot 13} = \frac{12}{13}$	x gekürzt

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x\to\infty} \frac{2\ln(x^6+11)}{\ln x^{13}} = \frac{12}{13}$$

Angebotene Lösungen:

1 $\ln\frac{12}{13}$	2 $\ln\frac{13}{12}$	3 1	4 $\frac{\ln 23}{\ln 13}$
5 $\ln\frac{23}{13}$	6 $\frac{\ln 13}{\ln 12}$	7 $\frac{13}{23}$	8 $\frac{13}{12}$
☒ $\frac{12}{13}$	10 0	11 $\frac{\ln 12}{\ln 13}$	12 ∞

Fehlerinterpretation:

1	$\ln\frac{12}{13}$	DF: substituiert
2	$\ln\frac{13}{12}$	DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht
3	1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
4	$\frac{\ln 23}{\ln 13}$	DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet
5	$\ln\frac{23}{13}$	DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet
6	$\frac{\ln 13}{\ln 12}$	DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht
7	$\frac{13}{23}$	DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht
8	$\frac{13}{12}$	RF: Zähler und Nenner vertauscht
☒	$\frac{12}{13}$	richtig
10	0	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
11	$\frac{\ln 12}{\ln 13}$	DF: substituiert
12	∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Asymptoten	Funktionen	Nummer: 62 0 200406006	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{5x^2 - 40x + 60}{8 - 8x + 2x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle $(n \in 2..3)$ $x_2 \neq x_3$
$x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 6 \quad x_4 = 2.$

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned}\frac{5x^2-40x+60}{8-8x+2x^2} &= \frac{\frac{5x^2}{x^2}-\frac{40x}{x^2}+\frac{60}{x^2}}{\frac{8}{x^2}-\frac{8x}{x^2}+\frac{2x^2}{x^2}} \quad \text{mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert} \\ &= \frac{5-\frac{40}{x}+\frac{60}{x^2}}{\frac{8}{x^2}-\frac{8}{x}+2} \qquad \to \frac{5-0+0}{0-0+2} = \frac{5}{2},\end{aligned}$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = \frac{5}{2}$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{5x^2-40x+60}{8-8x+2x^2} =^H \frac{10x-40}{-8+4x} =^H \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Angebotene Lösungen:

1 $y = 0$	2 $x = -\infty$	☒ $y = \frac{5}{2}$	4 $x = 2$
5 $x = \frac{5}{2}$	6 $y = -\frac{5}{2}$	7 $x = -\frac{5}{2}$	8 $x = -2$
9 $y = -2$	10 $y = \frac{\infty}{\infty}$	11 $x = 0$	12 $x = \frac{\infty}{\infty}$

Fehlerinterpretation:

1	$y = 0$	DF: geraten
2	$x = -\infty$	DF: geraten
☒	$y = \frac{5}{2}$	richtig
4	$x = 2$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
5	$x = \frac{5}{2}$	DF: waagrechte Asymptote gesucht
6	$y = -\frac{5}{2}$	RF: falsches Vorzeichen
7	$x = -\frac{5}{2}$	DF: waagrechte Asymptote gesucht
8	$x = -2$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
9	$y = -2$	DF: senkrechte Asymptote gerechnet
10	$y = \frac{\infty}{\infty}$	DF: nicht definiert
11	$x = 0$	DF: waagrechte Asymptote gesucht
12	$x = \frac{\infty}{\infty}$	DF: nicht definiert

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Hospital	Funktionen	Nummer: 74 0 200406004	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x\to 3} \frac{2x^3-22x^2+78x-90}{5x^3-65x^2+255x-315}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle $(n \in 1..3)$ $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$.
x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 7 \quad x_4 = 2 \quad x_5 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} g(x) = 0, \qquad \text{dann gilt:} \qquad \lim_{x\to 3}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 3}\frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to3}\tfrac{2x^3-22x^2+78x-90}{5x^3-65x^2+255x-315} &= {}'\tfrac{0}{0}{}' &=^H \lim_{x\to3}\tfrac{6x^2-44x+78}{15x^2-130x+255} &= {}'\tfrac{0}{0}{}'\\ & &=^H \lim_{x\to3}\tfrac{12x-44}{30x-130} & \\ & &= \tfrac{12\cdot3-44}{30\cdot3-130} &= \tfrac{-8}{-40}\end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt}\quad \lim_{x\to3}\frac{2x^3-22x^2+78x-90}{5x^3-65x^2+255x-315} = \frac{1}{5}$$

Angebotene Lösungen:

[1] 1	[2] $\frac{22}{65}$	[3] 8	[4] $\frac{8}{125}$
[5] $-\infty$	[6] $\frac{31}{83}$	[7] $\frac{0}{0}$	[8] 3
[9] $\frac{2}{7}$	[X] $\frac{1}{5}$	[11] ∞	[12] $\frac{2}{5}$

Fehlerinterpretation:

[1]	1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[2]	$\frac{22}{65}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[3]	8	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[4]	$\frac{8}{125}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[5]	$-\infty$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[6]	$\frac{31}{83}$	RF: verrechnet
[7]	$\frac{0}{0}$	DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!!
[8]	3	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[9]	$\frac{2}{7}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[X]	$\frac{1}{5}$	richtig
[11]	∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
[12]	$\frac{2}{5}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Hospital	Funktionen	Nummer: 75 0 200406005	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x\to12}\frac{5x^2-40x+80}{2x^3-16x^2+32x}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)
x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 4 \quad x_3 = 4 \quad x_4 = 5 \quad x_5 = 2 \quad x_6 = 12.$

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x\to12}\frac{5x^2-40x+80}{2x^3-16x^2+32x} = \frac{5\cdot12^2-40\cdot12+80}{2\cdot12^3-16\cdot12^2+32\cdot12} = \frac{720-480+80}{3456-2304+384} = \frac{320}{1536} = \frac{5}{24}$$

Angebotene Lösungen:

1 $\frac{5}{2}$	2 5	3 $-\infty$	4 4
5 ∞	6 $\frac{0}{0}$	☒ $\frac{5}{24}$	8 $\frac{-17}{24}$
9 $\frac{1}{2}$	10 0	11 1	12 162

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{5}{2}$	DF: geraten	
2	5	DF: geraten	
3	$-\infty$	DF: geraten	
4	4	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet	
5	∞	DF: geraten	
6	$\frac{0}{0}$	DF: nicht definiert und geraten	
☒	$\frac{5}{24}$	richtig	
8	$\frac{-17}{24}$	RF: falsch gerechnet	
9	$\frac{1}{2}$	DF: geraten	
10	0	DF: Asymptote gerechnet	
11	1	DF: geraten	
12	162	GL:	geratene Lösung

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Asymptoten	Funktionen	Nummer: 90 0 200406007	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) \quad = \quad \frac{7 \cdot \arctan_{\pi}(5x+8)}{2}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
x_2, x_3 Zahlen im arctan $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 8 \quad x_4 = 2.$

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat $\arctan_0$? Verschieben Sie diese Funktion um π zu $\arctan_{\pi}$. Substituieren Sie $(5x+8) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (5x+8)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm\frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_{\pi} x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y \quad = \quad \pm\frac{\pi}{2} + \pi \qquad \Leftrightarrow \qquad y \quad = \quad \frac{\pi}{2} \text{ oder } y \quad = \quad \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \to \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{7 \cdot \arctan_{\pi}(5x+8)}{2} \text{ hat die Asymptoten } \quad y \quad = \quad \frac{7}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y \quad = \quad \frac{7}{2} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angebotene Lösungen:

1 $y = \pm\frac{\pi}{2}$	2 $y = \frac{7}{2}$ oder $y = \frac{9}{2}$	3 es gibt keine	4 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{7}{2}$
5 $y = \pm\frac{7}{4}\pi$	6 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$	7 $y = \frac{21}{4}\pi$	☒ $y = \frac{7}{4}\pi$ oder $y = \frac{21}{4}\pi$
9 $y = \frac{\infty}{\infty}$	10 $y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$	11 $y = k \cdot \pi$	12 $y = \pm\frac{7}{2}$

Fehlerinterpretation:

1	$y = \pm\frac{\pi}{2}$	DF: geraten
2	$y = \frac{7}{2}$ oder $y = \frac{9}{2}$	DF: normal als Limes gerechnet
3	es gibt keine	DF: falsch
4	$y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{7}{2}$	DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt
5	$y = \pm\frac{7}{4}\pi$	DF: $\arctan_0$ gerechnet
6	$y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$	DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt
7	$y = \frac{21}{4}\pi$	DF: eine Asymptote fehlt
☒	$y = \frac{7}{4}\pi$ oder $y = \frac{21}{4}\pi$	richtig
9	$y = \frac{\infty}{\infty}$	DF: nicht definiert
10	$y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$	DF: nicht substituiert
11	$y = k \cdot \pi$	DF: mit senkrechten Asymptoten des Cotangens verwechselt
12	$y = \pm\frac{7}{2}$	DF: normal als Limes gerechnet

MV 04	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Hospital	Funktionen	Nummer: 109 0 200406002	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 6.1.8: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x\to-2} \frac{5x+10}{\sin(10x+20)}$$

Parameter:

$x_n = n-$ te Zahl in N $(n \in 1..3)$ $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x\to -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 10$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x\to-2} f(x) = \lim_{x\to-2} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x\to-2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to-2} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\lim_{x\to-2} \frac{5x+10}{\sin(10x+20)} =^H \lim_{x\to-2} \frac{5}{10\cos(10x+20)}$$

$$= \frac{5}{10\cos(10\cdot(-2)+20)} = \frac{5}{10\cos 0} = \frac{5}{10}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x\to-2} \frac{5x+10}{\sin(10x+20)} = \frac{1}{2}$$

Angebotene Lösungen:

1 ∞	2 $\frac{5}{\sin 10}$	3 $-\infty$	4 $\frac{2}{\sin 10}$
5 0	6 1	7 $\frac{10}{\sin 20}$	☒ $\frac{1}{2}$
9 $\frac{2}{\cos 10}$	10 $\frac{1}{10}$	11 -2	12 5

Fehlerinterpretation:

- [ ] 1 ∞ DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 2 $\frac{5}{\sin 10}$ DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 3 $-\infty$ DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 4 $\frac{2}{\sin 10}$ DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 5 0 DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 6 1 DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 7 $\frac{10}{\sin 20}$ DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [x] 8 $\frac{1}{2}$ richtig
- [ ] 9 $\frac{2}{\cos 10}$ DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 10 $\frac{1}{10}$ DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 11 -2 DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
- [ ] 12 5 DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu