

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6**

MV 04                      Blatt 06                      Kapitel 4.2                      Grenzwerte  
 Hospital                      Funktionen                      Nummer: 4 0 200406003                      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 6.1.1:** Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 3 \cdot (7x)^{9x}$$

**Parameter:** $x_n = n$ -te Zahl in  $\mathbb{N}$  ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$ .Der Grenzwert lautet:  $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$ In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$      $x_2 = 7$      $x_3 = 9$ .**Erklärung:**Formen Sie die Potenz mit Basis  $x$  in eine Potenz mit Basis  $e$  um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 3 \cdot (7x)^{9x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 3 \cdot e^{9x \cdot \ln(7x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 3 \cdot e^{\frac{\ln(7x)}{\frac{1}{9x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben} \end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(7x)}{\frac{1}{9x}} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{9x^2}} && \text{die 7 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-9x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst} \end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der  $e$ -Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 3 \cdot e^{\frac{\ln(7x)}{\frac{1}{9x}}} = 3 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(7x)}{\frac{1}{9x}}} = 3 \cdot e^0 = 3$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> $\frac{27}{7}$	<input type="checkbox"/> $-\infty$	<input type="checkbox"/> $e^3$
<input type="checkbox"/> $\infty$	<input checked="" type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$	<input type="checkbox"/> 27
<input type="checkbox"/> $3e^7$	<input type="checkbox"/> -3	<input type="checkbox"/> $3e^{\frac{7}{9}}$	<input type="checkbox"/> $\frac{9}{7}$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $\frac{27}{7}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $-\infty$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $e^3$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $\infty$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input checked="" type="checkbox"/> 3	richtig
<input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 27	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $3e^7$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> -3	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $3e^{\frac{7}{9}}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> $\frac{9}{7}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet

**Aufgabe 6.1.2:** Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x + 15}{\sin(6x + 18)}$$

**Parameter:**

$x_n = n - 1$  te Zahl in  $\mathbb{N}$  ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$ .

Der Grenzwert lautet:  $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$      $x_2 = 5$      $x_3 = 6$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien  $f, g$  differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x+15}{\sin(6x+18)} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5}{6 \cos(6x+18)} \\ & = \frac{5}{6 \cos(6 \cdot (-3)+18)} = \frac{5}{6 \cos 0} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5x + 15}{\sin(6x + 18)} = \frac{5}{6}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |   |   |  |   |
|---|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1    -3              | <input type="checkbox"/> 2    5                     | <input type="checkbox"/> 3 $-\infty$             | <input type="checkbox"/> 4    1               |
| <input type="checkbox"/> 5    0               | <input checked="" type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{6}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\infty$              | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{3}{\cos 6}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{5}{\sin 6}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{3}{\sin 6}$      | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{15}{\sin 18}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{6}$     |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1    -3                    | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2    5                     | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 $-\infty$                | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4    1                     | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5    0                     | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{6}$ | richtig                                    |
| <input type="checkbox"/> 7 $\infty$                 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{3}{\cos 6}$       | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{5}{\sin 6}$       | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{3}{\sin 6}$      | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{15}{\sin 18}$    | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{1}{6}$           | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

**Aufgabe 6.1.3:** Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{5 \cdot \arctan_{\pi}(5x + 9)}{2}$$

**Parameter:**

$x_1$  Vorfaktor,  $x_4$  Nenner  
 $x_2, x_3$  Zahlen im  $\arctan x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$   $x_2 = 5$   $x_3 = 9$   $x_4 = 2$ .

**Erklärung:**

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat  $\arctan_0$ ? Verschieben Sie diese Funktion um  $\pi$  zu  $\arctan_{\pi}$ . Substituieren Sie  $(5x + 9) = x'$ .

**Rechnung:**

Wir substituieren  $x' := (5x + 9)$ .  $\arctan_0 x'$  hat die waagrechten Asymptoten  $y = \pm \frac{\pi}{2}$ . Damit hat  $\arctan_{\pi} x'$  die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit  $x' \rightarrow \pm\infty$  geht auch  $x$  gegen  $\pm\infty$ , damit gilt:

$$\frac{5 \cdot \arctan_{\pi}(5x + 9)}{2} \quad \text{hat die Asymptoten} \quad y = \frac{5}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{5}{2} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

**Angebotene Lösungen:**

- |   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \infty$         | <input type="checkbox"/> 2 $y = \pm \frac{5}{2}$                        | <input checked="" type="checkbox"/> 3 $y = \frac{5}{4}\pi$ oder $y = \frac{15}{4}\pi$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = 0$                    |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = k \cdot \pi$    | <input type="checkbox"/> 6 $y = \frac{\infty}{\infty}$                  | <input type="checkbox"/> 7 $y = \frac{5}{2}$ oder $y = \frac{7}{2}$                   | <input type="checkbox"/> 8 $y = \pm \frac{5}{4}\pi$   |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \frac{5}{4}\pi$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 11 $y = \pm \frac{15}{4}\pi$                                 | <input type="checkbox"/> 12 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \infty$   | DF: geraten  |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = \pm \frac{5}{2}$                                      | DF: normal als Limes gerechnet                           |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 $y = \frac{5}{4}\pi$ oder $y = \frac{15}{4}\pi$ | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = 0$  | DF: geraten  |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = k \cdot \pi$  | DF: mit senkrechten Asymptoten des Cotangens verwechselt |
| <input type="checkbox"/> 6 $y = \frac{\infty}{\infty}$                                | DF: nicht definiert                                      |
| <input type="checkbox"/> 7 $y = \frac{5}{2}$ oder $y = \frac{7}{2}$                   | DF: normal als Limes gerechnet                           |
| <input type="checkbox"/> 8 $y = \pm \frac{5}{4}\pi$                                   | DF: $\arctan_0$ gerechnet                                |
| <input type="checkbox"/> 9 $y = \frac{5}{4}\pi$                                       | DF: eine Asymptote fehlt                                 |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2} \cdot \frac{5}{2}$               | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt   |
| <input type="checkbox"/> 11 $y = \pm \frac{15}{4}\pi$                                 | DF: $\arctan_0$ gerechnet                                |
| <input type="checkbox"/> 12 $y = \frac{(2k+1)\pi}{2}$                                 | DF: mit senkrechten Asymptoten des Tangens verwechselt   |

MV 04                      Blatt 06                      Kapitel 4.2                      Grenzwerte  
 Asymptoten              Funktionen              Nummer: 28 0 200406006      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 6.1.4:** Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{8x^2 - 64x + 96}{16 - 16x + 4x^2}$$

**Parameter:**

$x_n = n$  te Nullstelle ( $n \in 2..3$ )  $x_2 \neq x_3$   
 $x_1 \neq x_4$  Vorfaktoren  $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 8$   $x_2 = 2$   $x_3 = 6$   $x_4 = 4$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit  $\frac{1}{x^n}$  mit  $n =$  maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

**Rechnung:**

$$\frac{8x^2 - 64x + 96}{16 - 16x + 4x^2} = \frac{\frac{8x^2}{x^2} - \frac{64x}{x^2} + \frac{96}{x^2}}{\frac{16}{x^2} - \frac{16x}{x^2} + \frac{4x^2}{x^2}} \text{ mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert}$$

$$= \frac{8 - \frac{64}{x} + \frac{96}{x^2}}{\frac{16}{x^2} - \frac{16}{x} + 4} \rightarrow \frac{8-0+0}{0-0+4} = \frac{8}{4},$$

also ist die waagrechte Asymptote  $y = 2$ .

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 64x + 96}{16 - 16x + 4x^2} \stackrel{=H}{=} \frac{16x - 64}{-16 + 8x} \stackrel{=H}{=} \frac{16}{8} = 2$$

**Angebotene Lösungen:**

- |  |                                     |   |  |
|--|-------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -\infty$ | <input type="checkbox"/> 2 $x = -2$ | <input type="checkbox"/> 3 $y = -2$                     | <input type="checkbox"/> 4 $y = \frac{\infty}{\infty}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = \infty$  | <input type="checkbox"/> 6 $x = 0$  | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $y = 2$           | <input type="checkbox"/> 8 es gibt keine               |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = 2$       | <input type="checkbox"/> 10 $y = 0$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 12 162                        |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = -\infty$                | DF: geraten                        |
| <input type="checkbox"/> 2 $x = -2$                     | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 $y = -2$                     | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = \frac{\infty}{\infty}$  | DF: nicht definiert                |
| <input type="checkbox"/> 5 $y = \infty$                 | DF: geraten                        |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = 0$                      | DF: waagrechte Asymptote gesucht   |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $y = 2$           | richtig                            |
| <input type="checkbox"/> 8 es gibt keine                | DF: falsch                         |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = 2$                      | DF: waagrechte Asymptote gesucht   |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = 0$                     | DF: geraten                        |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert                |
| <input type="checkbox"/> 12 162                         | GL: geratene Lösung                |

MV 04                      Blatt 06                      Kapitel 4.2                      Grenzwerte  
Hospital                      Funktionen                      Nummer: 50 0 200406001                      Kl: 14G  
Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 6.1.5:** Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \ln(x^7 + 10)}{\ln x^{11}}$$

**Parameter:**

$x_n = n -$  te Zahl in  $\mathbb{N}$  ( $n \in 1..4$ )  $x_n > 1$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien  $f, g$  differenzierbare Funktionen mit  $g(x) \rightarrow \infty$  für  $x \rightarrow \infty$ , dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \ln(x^7 + 10)}{\ln x^{11}} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot \frac{7x^{6}}{x^7 + 10}}{\frac{11x^{10}}{x^{11}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot \frac{7}{x} \cdot \frac{10}{x^6}}{\frac{11}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 7 \cdot x}{(x + \frac{10}{x^6}) \cdot 11} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21}{(1 + \frac{10}{x^6}) \cdot 11} = \frac{21}{11} \quad x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \ln(x^7 + 10)}{\ln x^{11}} = \frac{21}{11}$

**Angebotene Lösungen:**

- |   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 $\frac{21}{11}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\infty$             | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{\ln 11}{\ln 21}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{11}{21}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{\ln 31}{\ln 11}$    | <input type="checkbox"/> 6 $\ln \frac{21}{11}$  | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 21}{\ln 11}$ | <input type="checkbox"/> 8 1               |
| <input type="checkbox"/> 9 $\ln \frac{11}{21}$        | <input type="checkbox"/> 10 $\ln \frac{31}{11}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{11}{31}$        | <input type="checkbox"/> 12 0              |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |  |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 $\frac{21}{11}$ | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 2 $\infty$                   | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                         |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{\ln 11}{\ln 21}$    | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht                    |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{11}{21}$            | RF: Zähler und Nenner vertauscht                                   |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{\ln 31}{\ln 11}$    | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet                 |
| <input type="checkbox"/> 6 $\ln \frac{21}{11}$        | DF: substituiert   |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 21}{\ln 11}$    | DF: substituiert   |
| <input type="checkbox"/> 8 1                          | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                         |
| <input type="checkbox"/> 9 $\ln \frac{11}{21}$        | DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht                    |
| <input type="checkbox"/> 10 $\ln \frac{31}{11}$       | DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet                 |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{11}{31}$           | DF: de l'Hospital falsch angewendet + Zähler und Nenner vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 12 0                         | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                         |

MV 04                      Blatt 06                      Kapitel 4.2                      Grenzwerte  
 Hospital                      Funktionen                      Nummer: 64 0 200406004                      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 6.1.6:** Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^3 - 51x^2 + 285x - 525}{4x^3 - 68x^2 + 380x - 700}$$

**Parameter:**

$x_n = n$  te Nullstelle ( $n \in 1..3$ )  $x_n > 1$   $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$ .

$x_4, x_5$  Vorfaktoren  $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$      $x_2 = 7$      $x_3 = 7$      $x_4 = 3$      $x_5 = 4$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien  $f, g$  differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^3 - 51x^2 + 285x - 525}{4x^3 - 68x^2 + 380x - 700} &= \frac{0}{0} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{9x^2 - 102x + 285}{12x^2 - 136x + 380} = \frac{0}{0} \\ &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{18x - 102}{24x - 136} \\ &= \frac{18 \cdot 5 - 102}{24 \cdot 5 - 136} = \frac{-12}{-16} \end{aligned}$$

Damit gilt  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^3 - 51x^2 + 285x - 525}{4x^3 - 68x^2 + 380x - 700} = \frac{3}{4}$

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |                         |                             |                 |                             |                 |                             |               |
|----------------------------|-------------------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{3}{4}$           | <input type="checkbox"/> 2  | $\frac{71}{93}$ | <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{27}{64}$ | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{1}{4}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | 3                       | <input type="checkbox"/> 6  | $\frac{0}{0}$   | <input type="checkbox"/> 7  | 27              | <input type="checkbox"/> 8  | $\infty$      |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-\infty$       | <input type="checkbox"/> 11 | 1               | <input type="checkbox"/> 12 | 0             |

**Fehlerinterpretation:**

- |                             |                         |   |
|-----------------------------|-------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1  | $\frac{3}{4}$           | richtig   |
| <input type="checkbox"/> 2  | $\frac{71}{93}$         | RF: verrechnet  |
| <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{27}{64}$         | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                        |
| <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{1}{4}$           | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                        |
| <input type="checkbox"/> 5  | 3                       | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                        |
| <input type="checkbox"/> 6  | $\frac{0}{0}$           | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 7  | 27                      | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                        |
| <input type="checkbox"/> 8  | $\infty$                | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                        |
| <input type="checkbox"/> 9  | $\frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-\infty$               | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                        |
| <input type="checkbox"/> 11 | 1                       | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                        |
| <input type="checkbox"/> 12 | 0                       | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet                        |

MV 04                      Blatt 06                      Kapitel 4.2                      Grenzwerte  
 Hospital                      Funktionen                      Nummer: 67 0 200406005                      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 6.1.7:** Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{3x^2 - 18x + 24}{6x^3 - 48x^2 + 96x}$$

**Parameter:**

- $x_n = n$  te Nullstelle ( $n \in 1..3$ )  
 $x_4, x_5$  Vorfaktoren  $x_n > 1$   
 $x_6$  Wert, der eingesetzt werden soll  $x_6 \neq x_n$  ( $n \in 1..3$ )

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 2$      $x_3 = 4$      $x_4 = 3$      $x_5 = 6$      $x_6 = 10$ .

**Erklärung:**

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

**Rechnung:**

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{3x^2 - 18x + 24}{6x^3 - 48x^2 + 96x} = \frac{3 \cdot 10^2 - 18 \cdot 10 + 24}{6 \cdot 10^3 - 48 \cdot 10^2 + 96 \cdot 10} = \frac{300 - 180 + 24}{6000 - 4800 + 960} = \frac{144}{2160} = \frac{1}{15}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |                 |                                       |                |                             |                |                             |           |
|----------------------------|-----------------|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|-----------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 4               | <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{0}{0}$  | <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{3}{70}$ | <input type="checkbox"/> 4  | 0         |
| <input type="checkbox"/> 5 | 1               | <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{1}{15}$ | <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{1}{6}$  | <input type="checkbox"/> 8  | $-\infty$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{-7}{60}$ | <input type="checkbox"/> 10           | $\frac{1}{2}$  | <input type="checkbox"/> 11 | 3              | <input type="checkbox"/> 12 | $\infty$  |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |                 |  |
|---------------------------------------|-----------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | 4               | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{0}{0}$   | DF: nicht definiert und geraten            |
| <input type="checkbox"/> 3            | $\frac{3}{70}$  | RF: falsch gerechnet                       |
| <input type="checkbox"/> 4            | 0               | DF: Asymptote gerechnet                    |
| <input type="checkbox"/> 5            | 1               | DF: geraten                                |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{1}{15}$  | richtig                                    |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\frac{1}{6}$   | DF: geraten                                |
| <input type="checkbox"/> 8            | $-\infty$       | DF: geraten                                |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\frac{-7}{60}$ | RF: falsch gerechnet                       |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\frac{1}{2}$   | DF: geraten                                |
| <input type="checkbox"/> 11           | 3               | DF: geraten                                |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\infty$        | DF: geraten                                |

MV 04                      Blatt 06                      Kapitel 4.2                      Grenzwerte  
 Hospital                      Funktionen                      Nummer: 98 0 200406008                      Kl: 14G  
 Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 6.1.8:**

Sei  $f : \mathbb{R} \setminus \{4\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = (7x - 28) \cdot \cos\left(\frac{7}{5x - 20}\right)$ . Bestimmen Sie den Grenzwert:  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

**Parameter:**

$x_n = n$  Zahl ( $n \in 1..4$ )  
 $x_2$  Wert, gegen den das  $x$  läuft  $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7$      $x_2 = 4$      $x_3 = 7$      $x_4 = 5$ .

**Erklärung:**

Weil kein Bruch  $\frac{0}{0}$  oder  $\frac{\infty}{\infty}$  erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

**Rechnung:**

Es gilt:  $a_n$  beschränkt und  $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$ .  
 Sei  $x_n \subseteq \mathbb{R} \setminus \{4\}$  mit  $x_n \rightarrow 4$ , dann gilt  $(7x_n - 28) \rightarrow 0$  und  $\cos\left(\frac{7}{5x_n - 20}\right) \in [-1, 1]$ . Damit gilt  $f(x_n) \rightarrow 0$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |               |                                       |           |                             |                |                             |               |
|----------------------------|---------------|---------------------------------------|-----------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{7}{5}$ | <input type="checkbox"/> 2            | $[-1, 1]$ | <input type="checkbox"/> 3  | $\pm 1$        | <input type="checkbox"/> 4  | $[-7, 7]$     |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\infty$     | <input type="checkbox"/> 6            | 5         | <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{49}{5}$ | <input type="checkbox"/> 8  | $\frac{0}{0}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | 1             | <input checked="" type="checkbox"/> X | 0         | <input type="checkbox"/> 11 | 4              | <input type="checkbox"/> 12 | $\infty$      |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$\frac{7}{5}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$[-1, 1]$	DF: Grenzwert ist nie ein Intervall
<input type="checkbox"/>	$\pm 1$	DF: Grenzwert ist immer eindeutig
<input type="checkbox"/>	$[-7, 7]$	DF: Grenzwert ist nie ein Intervall
<input type="checkbox"/>	$-\infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	5	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{49}{5}$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{0}{0}$	DF: nicht definiert und geraten
<input type="checkbox"/>	1	DF: geraten
<input checked="" type="checkbox"/>	0	richtig
<input type="checkbox"/>	4	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$\infty$	DF: geraten

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>