

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 6

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 11 0 200406008 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.1:

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{5\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = (6x - 30) \cdot \cos\left(\frac{3}{3x - 15}\right)$. Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

Parameter:

$x_n = n$ Zahl ($n \in 1..4$)

x_2 Wert, gegen den das x läuft $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 5$ $x_3 = 3$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Weil kein Bruch $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ erkennbar ist, ist von der Anwendung der Regel von de l'Hospital abzuraten. Stattdessen verwenden wir eine Regel aus dem Bereich 'Folgen'.

Rechnung:

Es gilt: a_n beschränkt und $b_n \rightarrow 0 \Rightarrow a_n \cdot b_n \rightarrow 0$.

Sei $x_n \subseteq \mathbb{R} \setminus \{5\}$ mit $x_n \rightarrow 5$, dann gilt $(6x_n - 30) \rightarrow 0$ und $\cos\left(\frac{3}{3x_n - 15}\right) \in [-1, 1]$. Damit gilt $f(x_n) \rightarrow 0$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------|-----------------------------|-----------|-----------------------------|----------------|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | 6 | <input type="checkbox"/> 2 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{13}{8}$ | <input type="checkbox"/> 4 | 1 |
| <input type="checkbox"/> 5 | ± 1 | <input type="checkbox"/> 6 | 3 | <input type="checkbox"/> 7 | $[-1, 1]$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | 0 |
| <input type="checkbox"/> 9 | ∞ | <input type="checkbox"/> 10 | $[-6, 6]$ | <input type="checkbox"/> 11 | es gibt keinen | <input type="checkbox"/> 12 | 5 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|----------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 6 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{13}{8}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 | 1 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 | ± 1 | DF: Grenzwert ist immer eindeutig |
| <input type="checkbox"/> 6 | 3 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 | $[-1, 1]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | 0 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | ∞ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 | $[-6, 6]$ | DF: Grenzwert ist nie ein Intervall |
| <input type="checkbox"/> 11 | es gibt keinen | DF: es gibt einen |
| <input type="checkbox"/> 12 | 5 | DF: geraten |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 16 0 200406004 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.2: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 32x^2 + 80x - 64}{6x^3 - 66x^2 + 192x - 168}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$) $x_n > 1$ $x_2 \neq x_1 \neq x_3 \neq x_2$.

x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 4$ $x_3 = 7$ $x_4 = 4$ $x_5 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital zwei Mal an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 32x^2 + 80x - 64}{6x^3 - 66x^2 + 192x - 168} &= \frac{0}{0} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{12x^2 - 64x + 80}{18x^2 - 132x + 192} = \frac{0}{0} \\ &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{24x - 64}{36x - 132} \\ &= \frac{24 \cdot 2 - 64}{36 \cdot 2 - 132} = \frac{-16}{-60} \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3 - 32x^2 + 80x - 64}{6x^3 - 66x^2 + 192x - 168} = \frac{4}{15}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|---------------|-----------------------------|-------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | 64 | <input type="checkbox"/> 2 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 3 | 1 | <input type="checkbox"/> 4 | ∞ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{8}{27}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $\frac{4}{15}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{\infty}{\infty}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | 4 | <input type="checkbox"/> 10 | 0 | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{20}{39}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | 64 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 | 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 | ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{8}{27}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $\frac{4}{15}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1}{6}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert - hier muss de l'Hospital angewendet werden!! |
| <input type="checkbox"/> 9 | 4 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{2}{3}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{20}{39}$ | DF: nicht richtig differenziert |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Hospital Funktionen Nummer: 27 0 200406005 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.3: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 12} \frac{2x^2 - 18x + 40}{5x^3 - 40x^2 + 75x}$$

Parameter:

- $x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 1..3$)
 x_4, x_5 Vorfaktoren $x_n > 1$
 x_6 Wert, der eingesetzt werden soll $x_6 \neq x_n$ ($n \in 1..3$)

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 4$ $x_3 = 3$ $x_4 = 2$ $x_5 = 5$ $x_6 = 12$.

Erklärung:

Setzen Sie den Wert zuerst ein, bevor Sie die Regel von de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\lim_{x \rightarrow 12} \frac{2x^2 - 18x + 40}{5x^3 - 40x^2 + 75x} = \frac{2 \cdot 12^2 - 18 \cdot 12 + 40}{5 \cdot 12^3 - 40 \cdot 12^2 + 75 \cdot 12} = \frac{288 - 216 + 40}{8640 - 5760 + 900} = \frac{112}{3780} = \frac{4}{135}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-----------------|---------------------------------------|-----------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{8}{225}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | $\frac{4}{135}$ | <input type="checkbox"/> 3 | 5 | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{5}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | 0 | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{2}{5}$ | <input type="checkbox"/> 7 | ∞ | <input type="checkbox"/> 8 | 1 |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{16}{45}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{-2}{15}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{0}{0}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{8}{225}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 2 | $\frac{4}{135}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 3 | 5 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{5}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 | 0 | DF: Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{2}{5}$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 | ∞ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 8 | 1 | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{16}{45}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{-2}{15}$ | RF: falsch gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{0}{0}$ | DF: nicht definiert und geraten |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 39 0 200406006 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.4: Bestimmen Sie die waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{5x^2 - 35x + 50}{12 - 12x + 3x^2}$$

Parameter:

$x_n = n$ te Nullstelle ($n \in 2..3$) $x_2 \neq x_3$
 $x_1 \neq x_4$ Vorfaktoren $x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 2$ $x_3 = 5$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Grenzwertsätze für Brüche aus dem Kapitel Folgen und Reihen an, das heißt, erweitern Sie mit $\frac{1}{x^n}$ mit $n =$ maximale Hochzahl. Sie können auch de l'Hospital anwenden.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \frac{5x^2 - 35x + 50}{12 - 12x + 3x^2} &= \frac{\frac{5x^2}{x^2} - \frac{35x}{x^2} + \frac{50}{x^2}}{\frac{12}{x^2} - \frac{12x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} \quad \text{mit } \frac{1}{x^2} \text{ erweitert} \\ &= \frac{5 - \frac{35}{x} + \frac{50}{x^2}}{\frac{12}{x^2} - \frac{12}{x} + 3} \quad \rightarrow \frac{5-0+0}{0-0+3} = \frac{5}{3}, \end{aligned}$$

also ist die waagrechte Asymptote $y = \frac{5}{3}$.

Berechnung über de l'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 35x + 50}{12 - 12x + 3x^2} \stackrel{H}{=} \frac{10x - 35}{-12 + 6x} \stackrel{H}{=} \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|---|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | <input type="checkbox"/> 2 $y = -2$ | <input type="checkbox"/> 3 $x = 0$ | <input type="checkbox"/> 4 $y = \infty$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $y = \frac{5}{3}$ | <input type="checkbox"/> 6 $x = \frac{5}{3}$ | <input type="checkbox"/> 7 $y = 2$ | <input type="checkbox"/> 8 $x = -\frac{5}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = -2$ | <input type="checkbox"/> 10 $y = -\frac{5}{3}$ | <input type="checkbox"/> 11 $x = -\infty$ | <input type="checkbox"/> 12 $y = 0$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $y = \frac{\infty}{\infty}$ | DF: nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 2 $y = -2$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 $x = 0$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 4 $y = \infty$ | DF: geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $y = \frac{5}{3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 $x = \frac{5}{3}$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 7 $y = 2$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 $x = -\frac{5}{3}$ | DF: waagrechte Asymptote gesucht |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = -2$ | DF: senkrechte Asymptote gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 10 $y = -\frac{5}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 11 $x = -\infty$ | DF: geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 $y = 0$ | DF: geraten |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 47 0 200406003 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.5: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot (8x)^{12x}$$

Parameter:

$x_n = n - te$ Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow 0} x_1 \cdot (x_2 x)^{x_3 x}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 8$ $x_3 = 12$.

Erklärung:

Formen Sie die Potenz mit Basis x in eine Potenz mit Basis e um, schreiben Sie den Exponenten als Bruch und wenden Sie dann die Regel von de l'Hospital an.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot (8x)^{12x} &= \lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot e^{12x \cdot \ln(8x)} && \text{Potenzgesetz} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot e^{\frac{\ln(8x)}{\frac{1}{12x}}} && \text{Exponent als Bruch geschrieben} \end{aligned}$$

Wir betrachten nur den Exponenten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(8x)}{\frac{1}{12x}} &\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{12x^2}} && \text{die 8 fällt beim Ableiten weg!} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-12x^2}{x} = 0 && \text{Doppelbruch aufgelöst} \end{aligned}$$

Mit der Stetigkeit der e -Funktion erhalten wir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} 4 \cdot e^{\frac{\ln(8x)}{\frac{1}{12x}}} = 4 \cdot e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(8x)}{\frac{1}{12x}}} = 4 \cdot e^0 = 4$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|--------------------|-----------------------------|---------------|-----------------------------|-----------|-----------------------------|--------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $4e^8$ | <input type="checkbox"/> 2 | 6 | <input type="checkbox"/> 3 | $-\infty$ | <input type="checkbox"/> 4 | 1 |
| <input type="checkbox"/> 5 | $4e^{\frac{2}{3}}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{3}{8}$ | <input type="checkbox"/> 7 | ∞ | <input type="checkbox"/> 8 | $4e^3$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | 4 | <input type="checkbox"/> 10 | 0 | <input type="checkbox"/> 11 | -4 | <input type="checkbox"/> 12 | 48 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $4e^8$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 2 | 6 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-\infty$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 4 | 1 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $4e^{\frac{2}{3}}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{3}{8}$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 7 | ∞ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $4e^3$ | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | 4 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 | 0 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 | -4 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |
| <input type="checkbox"/> 12 | 48 | DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet |

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 87 0 200406001 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.6: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^7 + 12)}{\ln x^{15}}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > 1$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit $g(x) \rightarrow \infty$ für $x \rightarrow \infty$, dann gilt:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^7 + 12)}{\ln x^{15}} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{7x^{6}}{x^7 + 12}}{\frac{15x^{14}}{x^{15}}} && \text{Ableitung mit Kettenregel} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot \frac{7}{x + \frac{12}{x^6}}}{\frac{15}{x}} && \text{im Zähler und Nenner mit Potenz von } x \text{ gekürzt} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 7 \cdot x}{(x + \frac{12}{x^6}) \cdot 15} && \text{Doppelbruch aufgelöst} \\ & = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{35}{(1 + \frac{12}{x^7}) \cdot 15} = \frac{35}{15} && x \text{ gekürzt} \end{aligned}$$

Damit gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \ln(x^7 + 12)}{\ln x^{15}} = \frac{7}{3}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------------|-----------------------------|-------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{\ln 47}{\ln 15}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\ln \frac{3}{7}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{\ln 15}{\ln 35}$ | <input type="checkbox"/> 4 | 1 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $\frac{7}{3}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{47}{15}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{\ln 35}{\ln 15}$ | <input type="checkbox"/> 8 | 0 |
| <input type="checkbox"/> 9 | ∞ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{3}{7}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\ln \frac{47}{15}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\ln \frac{7}{3}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{\ln 47}{\ln 15}$	DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 2	$\ln \frac{3}{7}$	DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{\ln 15}{\ln 35}$	DF: substituiert + Zähler und Nenner vertauscht
<input type="checkbox"/> 4	1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$\frac{7}{3}$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{47}{15}$	DF: de l'Hospital falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{\ln 35}{\ln 15}$	DF: substituiert
<input type="checkbox"/> 8	0	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 9	∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{3}{7}$	RF: Zähler und Nenner vertauscht
<input type="checkbox"/> 11	$\ln \frac{47}{15}$	DF: substituiert + de l'Hospital falsch angewendet
<input type="checkbox"/> 12	$\ln \frac{7}{3}$	DF: substituiert

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
 Asymptoten Funktionen Nummer: 91 0 200406007 Kl: 14G
 Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.7: Bestimmen Sie alle waagrechten Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{5 \cdot \arctan_{\pi}(3x + 6)}{2}$$

Parameter:

x_1 Vorfaktor, x_4 Nenner
 x_2, x_3 Zahlen im $\arctan x_n > 1$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 3$ $x_3 = 6$ $x_4 = 2$.

Erklärung:

Sie können (vermutlich) nicht de l'Hospital anwenden. Welche Asymptoten hat \arctan_0 ? Verschieben Sie diese Funktion um π zu \arctan_{π} . Substituieren Sie $(3x + 6) = x'$.

Rechnung:

Wir substituieren $x' := (3x + 6)$. $\arctan_0 x'$ hat die waagrechten Asymptoten $y = \pm \frac{\pi}{2}$. Damit hat $\arctan_{\pi} x'$ die waagrechten Asymptoten

$$y = \pm \frac{\pi}{2} + \pi \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{3\pi}{2}.$$

Mit $x' \rightarrow \pm\infty$ geht auch x gegen $\pm\infty$, damit gilt:

$$\frac{5 \cdot \arctan_{\pi}(3x + 6)}{2} \quad \text{hat die Asymptoten} \quad y = \frac{5}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad y = \frac{5}{2} \cdot \frac{3\pi}{2}.$$

Angebotene Lösungen:

<input checked="" type="checkbox"/> 1	$y = \frac{5}{4}\pi$ oder $y = \frac{15}{4}\pi$	<input type="checkbox"/> 2	$y = \infty$	<input type="checkbox"/> 3	$y = \frac{5}{4}\pi$	<input type="checkbox"/> 4	es gibt keine
<input type="checkbox"/> 5	$y = \frac{15}{4}\pi$	<input type="checkbox"/> 6	$y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$	<input type="checkbox"/> 7	$y = \pm \frac{5}{4}\pi$	<input type="checkbox"/> 8	$y = k \cdot \pi$
<input type="checkbox"/> 9	$y = 0$	<input type="checkbox"/> 10	$y = \pm \frac{5}{2}$	<input type="checkbox"/> 11	$y = \pm \frac{15}{4}\pi$	<input type="checkbox"/> 12	$y = \pm \frac{\pi}{2}$

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/>	$y = \frac{5}{4}\pi$ oder $y = \frac{15}{4}\pi$	richtig
<input type="checkbox"/>	$y = \infty$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$y = \frac{5}{4}\pi$	DF: eine Asymptote fehlt
<input type="checkbox"/>	es gibt keine	DF: falsch
<input type="checkbox"/>	$y = \frac{15}{4}\pi$	DF: eine Asymptote fehlt
<input type="checkbox"/>	$y = \frac{1}{2}\pi$ oder $y = \frac{3}{2}\pi$	DF: nicht substituiert
<input type="checkbox"/>	$y = \pm \frac{5}{4}\pi$	DF: \arctan_0 gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = k \cdot \pi$	DF: mit senkrechten Asymptoten des Cotangens verwechselt
<input type="checkbox"/>	$y = 0$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$y = \pm \frac{5}{2}$	DF: normal als Limes gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = \pm \frac{15}{4}\pi$	DF: \arctan_0 gerechnet
<input type="checkbox"/>	$y = \pm \frac{\pi}{2}$	DF: geraten

MV 04 Blatt 06 Kapitel 4.2 Grenzwerte
Hospital Funktionen Nummer: 105 0 200406002 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 6.1.8: Bestimmen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{8x + 32}{\sin(13x + 52)}$$

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..3$) $x_n > 1$.

Der Grenzwert lautet: $\lim_{x \rightarrow -x_1} \frac{x_2 x + (x_1 \cdot x_2)}{\sin(x_3 x + x_1 \cdot x_3)}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 8$ $x_3 = 13$.

Erklärung:

Wenden Sie die Regel von de l'Hospital an: Seien f, g differenzierbare Funktionen mit

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4} g(x) = 0, \quad \text{dann gilt:} \quad \lim_{x \rightarrow -4} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -4} \frac{8x+32}{\sin(13x+52)} & \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow -4} \frac{8}{13 \cos(13x+52)} \\ & = \frac{8}{13 \cos(13 \cdot (-4) + 52)} = \frac{8}{13 \cos 0} = \frac{8}{13} \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt} \quad \lim_{x \rightarrow -4} \frac{8x+32}{\sin(13x+52)} = \frac{8}{13}$$

Angebotene Lösungen:

<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{8}{13}$	<input type="checkbox"/>	∞	<input type="checkbox"/>	$\frac{4}{\cos 13}$	<input type="checkbox"/>	-4
<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	$-\infty$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{13}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{8}{\sin 13}$
<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	$\frac{4}{\sin 13}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{32}{\sin 52}$	<input type="checkbox"/>	1

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{8}{13}$	richtig
<input type="checkbox"/>	∞	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{4}{\cos 13}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	-4	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	8	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$-\infty$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{13}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{8}{\sin 13}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	0	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{4}{\sin 13}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	$\frac{32}{\sin 52}$	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet
<input type="checkbox"/>	1	DF: de l'Hospital nicht richtig angewendet

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>