

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 7

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 1 0 200407004	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 7.1.1: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 5\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{5\pi}{4}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 =$ Faktor von $\sqrt{2}$, $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a = \Re(z) &= 5\sqrt{2} \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5 \quad \text{und} \\ b = \Im(z) &= 5\sqrt{2} \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5. \end{aligned}$$

Damit ist $z = -5 - i5$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $5 + i4\pi$ | <input type="checkbox"/> 3 | $-\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-5\sqrt{2} - i5\sqrt{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $5\sqrt{2} - i5\sqrt{2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $-5 - i5$ | <input type="checkbox"/> 7 | $-5\sqrt{2} + i5\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 8 | es gibt keine |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $5\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $-\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-5 + i5$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $5 + i4\pi$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-5\sqrt{2} - i5\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $5\sqrt{2} - i5\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $-5 - i5$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-5\sqrt{2} + i5\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 10 | $5\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$ | DF: Eulerformel nicht angewendet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-5 + i5$ | RF: Falsches Vorzeichen |

MV 04	Blatt 07	Kapitel 4.5	Umkehrmengenabbildung
keine	Funktionen	Nummer: 3 0 200407001	Kl: 14G
Grad: 40	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 7.1.2: Sei $M := \{3, 7, 11, 14\}$ und $N := \{A, B, C, D, E\}$ und sei $f : M \rightarrow N$ definiert durch

$$f(3) := A \quad f(7) := C \quad f(11) := A \quad f(14) := A$$

Bestimmen Sie die Umkehrmengenabbildung $f^N(\{A, B\})$.

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in \mathbb{N} ($n \in 1..4$) $x_n > x_{n-1}$.
 x_7 Anzahl der Elemente im Wertebereich N . $3 \leq x_7 \leq 6$

Erklärung:

Die Umkehrmengenabbildung f^N ist so definiert: Sei V eine beliebige Teilmenge von N , dann ist

$$f^N(V) := \{x \in M \mid \exists y \in V \text{ mit } f(x) = y\}.$$

Rechnung:

A hat die Urbilder 3, 11, 14 und B hat kein Urbild. Damit ist $f^N(\{A, B\}) = \{3, 11, 14\}$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 M	<input type="checkbox"/> 2 $\{3, 7, 14\}$	<input type="checkbox"/> 3 $\{11, 14\}$	<input type="checkbox"/> 4 $\{7, 11, 14\}$
<input type="checkbox"/> 5 N	<input type="checkbox"/> 6 $\{3\}$	<input type="checkbox"/> 7 $\{\emptyset, 11, 14\}$	<input checked="" type="checkbox"/> 8 $\{3, 11, 14\}$
<input type="checkbox"/> 9 $\{3, 7, 11\}$	<input type="checkbox"/> 10 \emptyset	<input type="checkbox"/> 11 $\{3, 11, 14, \emptyset\}$	<input type="checkbox"/> 12 nicht definiert

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 M	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2 $\{3, 7, 14\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3 $\{11, 14\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4 $\{7, 11, 14\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5 N	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6 $\{3\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7 $\{\emptyset, 11, 14\}$	DF: \emptyset ist kein Element von M
<input checked="" type="checkbox"/> 8 $\{3, 11, 14\}$	richtig
<input type="checkbox"/> 9 $\{3, 7, 11\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10 \emptyset	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11 $\{3, 11, 14, \emptyset\}$	DF: \emptyset ist kein Element von M
<input type="checkbox"/> 12 nicht definiert	DF: diese existiert immer

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 7 0 200407009 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.3: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $z^7 = -7 - 7i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige natürliche Zahl zwischen 0 und 6).

Parameter:

$x_1 =$ Potenz, $x_2 =$ Realteil, $x_3 =$ Imaginärteil $x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also $z^{x_1} = -x_2 - x_3i$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 7$ $x_3 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Moivre an:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{(r e^{i(\phi+2k\pi)})} = \sqrt[n]{r} \cdot \sqrt[n]{e^{i(\phi+2k\pi)}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{n}}$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-7 - 7i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-7)^2 + (-7)^2} = \sqrt{98}$ und (weil der Realteil von $-7 - 7i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-7}{-7} = \arctan_0(1) + \pi$. Damit ist

$$\sqrt[7]{-7-7i} = \sqrt[7]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{7}} = \sqrt[7]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+\pi+2k\pi}{7}} = \sqrt[7]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+(2k+1)\pi}{7}}$$

Angebote Lösungen:

- | | | | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt[7]{14} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ | <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt[7]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\sqrt[14]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+(2k+1)\pi}{7}}$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[7]{7} \pm (\sqrt[7]{7} + 2k\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\pm \sqrt[7]{7} \pm (\sqrt[7]{7} + 2(k+1)\pi)i$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\sqrt[14]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\pm \sqrt[7]{-7} + (\sqrt[7]{-7} + 2k\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 9 | $\pm \sqrt[7]{-7} - (\sqrt[7]{-7} + 2(k+1)\pi)i$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\pm \sqrt[7]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt[7]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+(2k+1)\pi}{7}}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\pm \sqrt[7]{14} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt[7]{14} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ | DF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt[7]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\sqrt[14]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+(2k+1)\pi}{7}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[7]{7} \pm (\sqrt[7]{7} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\pm \sqrt[7]{7} \pm (\sqrt[7]{7} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\sqrt[14]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\pm \sqrt[7]{-7} + (\sqrt[7]{-7} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\pm \sqrt[7]{-7} - (\sqrt[7]{-7} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\pm \sqrt[7]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt[7]{98} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+(2k+1)\pi}{7}}$ | RF: falsche Wurzel |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\pm \sqrt[7]{14} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(1)+2k\pi}{7}}$ | DF: falscher Radius |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 34 0 200407002 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.4: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-2 + i \cdot 7$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ negativer Realteil, $x_2 =$ Imaginärteil $x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 \neq x_2$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

Rechnung:

$$r^2 = (-2)^2 + 7^2 = 53 \text{ und } \tan \phi = \frac{7}{-2}.$$

$$\text{Für } z = a + ib \text{ gilt: } \phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = -2$ negativ ist, muss $\phi = \arctan_\pi \frac{b}{a}$ gewählt werden.
Damit gilt $r = \sqrt{53}$ und $\phi = \arctan_\pi \frac{-7}{2} = \arctan_0(-\frac{7}{2}) + \pi$.

$$\text{Also ist } z = \sqrt{53} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{2}) + \pi}$$

Angebote Lösungen:

- | | | | | | |
|--|--|-----------------------------|---|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 2 | $\sqrt{45} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{2})}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt{45} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{2})}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\sqrt{45} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{2}{7})+\pi)}$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\sqrt{45} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{2}{7})}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\sqrt{53} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{2}{7})}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{2}{7})+\pi)}$ | <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt{53} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{2})}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{2})+\pi)}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt{45} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{2}{7})+\pi)}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	es gibt keine	DF: es gibt eine
<input type="checkbox"/> 2	$\sqrt{45} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{2})}$	RF: falscher Radius
<input type="checkbox"/> 3	$\sqrt{45} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{2})}$	RF: falscher Radius
<input type="checkbox"/> 4	$\sqrt{45} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$	RF: falscher Radius, falscher Quotient
<input type="checkbox"/> 5	$\sqrt{45} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{2})}$	RF: falscher Radius, falscher Quotient
<input type="checkbox"/> 6	$\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 7	$\sqrt{53} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{2})}$	RF: falscher Zweig des arctan , falscher Quotient
<input type="checkbox"/> 8	$\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$	RF: falsches Vorzeichen, falscher Quotient
<input type="checkbox"/> 9	$\sqrt{53} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{2})}$	RF: falscher Zweig des arctan
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{2})+\pi)}$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$\sqrt{45} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$	RF: falscher Radius
<input type="checkbox"/> 12	$\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{2})+\pi)}$	RF: falscher Quotient

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Logarithmen
keine komplex Nummer: 53 0 200407006 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.5: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $e^z = -2 - 4i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige ganze Zahl).

Parameter:

$x_1 = \text{Realteil}, x_2 = \text{Imaginärteil } x_1 > x_2 > 0$

Die Formel ist also $e^z = -x_1 - x_2$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 4$.

Erklärung:

Es gilt $e^z = c \Leftrightarrow z = \ln c$. Sei $c = r \cdot e^{i\phi}$, dann gilt

$$\ln c = \ln(re^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + \ln(e^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + i(\phi + 2k\pi) \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-2 - 4i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20}$ und (weil der Realteil von $-2 - 4i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-4}{-2} = \arctan_0(2) + \pi$. Damit ist

$$\ln -2 - i4 = \ln r + i(\phi + 2k\pi) = \ln \sqrt{20} + i(\arctan_0(2) + \pi + 2k\pi) = \frac{\ln 20}{2} + i(\arctan_0(2) + (2k+1)\pi)$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\sqrt{\ln 20} - i(\arctan_0(2) + 2k\pi)$	<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + (2k+1)\pi)$
<input type="checkbox"/> 3	es gibt keine	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + 2k\pi)$
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$\frac{\ln 20}{2} + i(\arctan_0(2) + (2k+1)\pi)$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + k\pi)$
<input type="checkbox"/> 7	$-\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + k\pi)$	<input type="checkbox"/> 8	$-\sqrt{\ln 20} - i(\arctan_0(2) + k\pi)$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{\ln 20}{2} + i(\arctan_0(2) + k\pi)$	<input type="checkbox"/> 10	$-\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + 2k\pi)$
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + (2k+1)\pi)$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{\ln 20}{2} + i(\arctan_0(2) + 2k\pi)$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\sqrt{\ln 20} - i(\arctan_0(2) + 2k\pi)$	DF: falscher Ansatz π
<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + (2k+1)\pi)$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 3	es gibt keine	DF: es gibt eine
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + 2k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$\frac{\ln 20}{2} + i(\arctan_0(2) + (2k+1)\pi)$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
<input type="checkbox"/> 7	$-\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
<input type="checkbox"/> 8	$-\sqrt{\ln 20} - i(\arctan_0(2) + k\pi)$	DF: falscher Ansatz π
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{\ln 20}{2} + i(\arctan_0(2) + k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
<input type="checkbox"/> 10	$-\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + 2k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{\ln 20}{2} - i(\arctan_0(2) + (2k+1)\pi)$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{\ln 20}{2} + i(\arctan_0(2) + 2k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 65 0 200407008 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.6: Berechnen Sie das Produkt $(4 + 5i) \cdot (3 + 4i)$.

Parameter:

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also $(x_1 + x_2i) \cdot (x_3 + x_4i)$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 3 \quad x_4 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie das Distributivgesetz an: $(a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)i$

Rechnung:

$$(4 + 5i) \cdot (3 + 4i) = (4 \cdot 3 - 5 \cdot 4) + (4 \cdot 4 + 5 \cdot 3)i = -8 + 31i$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$-12 + 20i$	<input type="checkbox"/> 2	$12 + 20i$	<input type="checkbox"/> 3	es gibt keines	<input type="checkbox"/> 4	$32 + 1i$
<input type="checkbox"/> 5	$-32 + -31i$	<input type="checkbox"/> 6	$-8 + 1i$	<input type="checkbox"/> 7	$32 + 31i$	<input type="checkbox"/> 8	$12 + -20i$
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$-8 + 31i$	<input type="checkbox"/> 10	$8 + -31i$	<input type="checkbox"/> 11	$8 + -1i$	<input type="checkbox"/> 12	$-12 + -20i$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$-12 + 20i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 2	$12 + 20i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 3	es gibt keines	DF: es gibt eines
<input type="checkbox"/> 4	$32 + 1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 5	$-32 + -31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 6	$-8 + 1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 7	$32 + 31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 8	$12 + -20i$	DF: falsch multipliziert
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$-8 + 31i$	richtig
<input type="checkbox"/> 10	$8 + -31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 11	$8 + -1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 12	$-12 + -20i$	DF: falsch multipliziert

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 68 0 200407003 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.7: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-i \cdot 6$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ (negativer) Imaginärteil $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist

$x_1 = 6$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

In diesem Sonderfall muss aber eine Asymptote des arctan gewählt werden.

Rechnung:

$r^2 = (-6)^2$ und $\tan \phi = \frac{-6}{0}$.

Nach der Vorlesung gilt für $z = a + ib$:

$$\phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_{\pi} \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = 0$ und $b < 0$ ist, gilt $\phi = -\frac{\pi}{2}$. Also ist $z = 6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 $6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 2 $-6 \cdot e^{i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 3 $6 \cdot e^{-i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 4 $6 \cdot e^{i\pi}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $-6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 6 $-6 \cdot e^{-i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 7 $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(6)}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(6)}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-6)}$ | <input type="checkbox"/> 10 $6 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 11 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 12 $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-6)}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|-------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 $6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 2 $-6 \cdot e^{i\pi}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 3 $6 \cdot e^{-i\pi}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 4 $6 \cdot e^{i\pi}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 5 $-6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 6 $-6 \cdot e^{-i\pi}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 7 $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(6)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(6)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-6)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 10 $6 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 11 es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 12 $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-6)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 75 0 200407005 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.8: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 4 \cdot e^{-i\frac{3}{5}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 =$ Betrag, $x_2, x_3 =$ Argument ; $x_1, x_2 > 1, x_2 < x_3$

Die Formel ist also $z = x_1 \cdot e^{-i\frac{x_2}{x_3}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 3$ $x_3 = 9$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

Nach der Formel von Euler gilt: $a = \Re(z) = 4 \cos(\frac{3}{9})$ und $b = \Im(z) = 4 \sin(\frac{-3}{9})$

Damit ist $z = 4 \cos \frac{1}{3} - i4 \sin \frac{1}{3}$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---|-----------------------------|---|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{1}{3} \cos 4 + \frac{1}{3}i \sin 4$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{1}{3} \sin 4 + \frac{1}{3}i \cos 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $4 \cos \frac{1}{3} - 4i \sin \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 4 | es gibt keine |
| <input type="checkbox"/> 5 | $4 \cos \frac{1}{3} + 4i \sin \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-4 \cos \frac{1}{3} - 4i \sin \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $-4 \sin \frac{1}{3} - 4i \cos \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-4 \cos \frac{1}{3} + 4i \sin \frac{1}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $4 \sin \frac{1}{3} + 4i \cos \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $4 \sin \frac{1}{3} - 4i \cos \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $-4 \sin \frac{1}{3} + 4i \cos \frac{1}{3}$ | <input type="checkbox"/> 12 | 162 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{1}{3} \cos 4 + \frac{1}{3}i \sin 4$ | DF: falsche Deutung von r und ϕ |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{1}{3} \sin 4 + \frac{1}{3}i \cos 4$ | DF: falsche Deutung von r und ϕ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $4 \cos \frac{1}{3} - 4i \sin \frac{1}{3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 5 | $4 \cos \frac{1}{3} + 4i \sin \frac{1}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-4 \cos \frac{1}{3} - 4i \sin \frac{1}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-4 \sin \frac{1}{3} - 4i \cos \frac{1}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $-4 \cos \frac{1}{3} + 4i \sin \frac{1}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $4 \sin \frac{1}{3} + 4i \cos \frac{1}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $4 \sin \frac{1}{3} - 4i \cos \frac{1}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-4 \sin \frac{1}{3} + 4i \cos \frac{1}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 12 | 162 | GL: geratene Lösung |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
 keine komplex Nummer: 79 0 200407007 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.9: Wandeln Sie den Quotienten $\frac{5+2i}{3+7i}$ in die Form $a + bi$ um.

Parameter:

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also $\frac{x_1+x_2i}{x_3+x_4i}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 2$ $x_3 = 3$ $x_4 = 7$.

Erklärung:

Zu der Umwandlung müssen Sie den Bruch mit dem konjugiert komplexen des Nenners erweitern:

$$\frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} = \frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} \cdot \frac{a_2 - b_2i}{a_2 - b_2i} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + i(a_2b_1 - a_1b_2)}{a_1^2 - ib_2a_2 + ib_2a_2 - i^2 \cdot b_2^2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_1^2 + b_2^2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1^2 + b_2^2}i$$

Rechnung:

$$\frac{5 + 2i}{3 + 7i} = \frac{(5 + 2i) \cdot (3 - 7i)}{(3 + 7i) \cdot (3 - 7i)} = \frac{5 \cdot 3 + 2 \cdot 7 + i \cdot (3 \cdot 2 - 5 \cdot 7)}{3 \cdot 3 + 7 \cdot 7 + i \cdot (3 \cdot 7 - 3 \cdot 7)} = \frac{29 - 29i}{58} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{2}{7} + \frac{-5}{3}i$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{1}{58} + \frac{41}{58}i$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $\frac{1}{2} + \frac{-1}{2}i$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{5}{7} + \frac{-5}{2}i$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{5}{3} + \frac{-2}{7}i$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{-29}{40} + \frac{29}{40}i$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{1}{2} + \frac{41}{58}i$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{2}{7} + \frac{5}{3}i$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | es gibt keinen | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{-29}{40} + \frac{-41}{40}i$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{-1}{40} + \frac{29}{40}i$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{5}{3} + \frac{2}{7}i$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{2}{7} + \frac{-5}{3}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{58} + \frac{41}{58}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input checked="" type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{2} + \frac{-1}{2}i$	richtig
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{5}{7} + \frac{-5}{2}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{5}{3} + \frac{-2}{7}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{-29}{40} + \frac{29}{40}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{1}{2} + \frac{41}{58}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{2}{7} + \frac{5}{3}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	es gibt keinen	DF: es gibt einen
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{-29}{40} + \frac{-41}{40}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{-1}{40} + \frac{29}{40}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{5}{3} + \frac{2}{7}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>