

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 7

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 1 0 200407004	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 7.1.1: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 5\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{5\pi}{4}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 =$ Faktor von $\sqrt{2}$, $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a = \Re(z) &= 5\sqrt{2} \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5 \quad \text{und} \\ b = \Im(z) &= 5\sqrt{2} \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5. \end{aligned}$$

Damit ist $z = -5 - i5$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|--|---------------------------|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $5\sqrt{2} + i5\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $5 + i4\pi$ | <input type="checkbox"/> 4 | es gibt keine |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-5 + i5$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-5\sqrt{2} + i5\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $5 - i5$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $5\sqrt{2} + i4\pi\sqrt{2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $-5 - i5$ | <input type="checkbox"/> 11 | $5\sqrt{2} - i5\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $5\sqrt{2} + i5\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $5 + i4\pi$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-5 + i5$ | RF: Falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-5\sqrt{2} + i5\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 | $5 - i5$ | RF: Falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $5\sqrt{2} + i4\pi\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $-5 - i5$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $5\sqrt{2} - i5\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 14 0 200407002	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 7.1.2: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-2 + i \cdot 1$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ negativer Realteil, $x_2 =$ Imaginärteil $x_1 > 0$, $x_2 > 0$, $x_1 \neq x_2$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 1$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

Rechnung:

$$r^2 = (-2)^2 + 1^2 = 5 \text{ und } \tan \phi = \frac{1}{-2}.$$

$$\text{Für } z = a + ib \text{ gilt: } \phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = -2$ negativ ist, muss $\phi = \arctan_\pi \frac{b}{a}$ gewählt werden.

Damit gilt $r = \sqrt{5}$ und $\phi = \arctan_\pi \frac{-1}{-2} = \arctan_0(-\frac{1}{2}) + \pi$.

$$\text{Also ist } z = \sqrt{5} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{1}{2}) + \pi}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | |
|-------------------------------------|---|--------------------------|--|--------------------------|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{1}{2})+\pi)}$ | <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{1}{2})}$ | <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i(\arctan_0(2)+\pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i(\arctan_0(-2)+\pi)}$ | <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{1}{2})}$ | <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i \arctan_0(2)}$ |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i(\arctan_0(2)+\pi)}$ | <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{1}{2})}$ | <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i(\arctan_0(-2)+\pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> | es gibt keine | <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{1}{2})+\pi)}$ | <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i \arctan_0(-2)}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|-------------------------------------|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{1}{2})+\pi)}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{1}{2})}$ | RF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i(\arctan_0(2)+\pi)}$ | RF: falscher Radius, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i(\arctan_0(-2)+\pi)}$ | RF: falscher Radius, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{1}{2})}$ | RF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i \arctan_0(2)}$ | RF: falscher Zweig des arctan , falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i(\arctan_0(2)+\pi)}$ | RF: falsches Vorzeichen, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{1}{2})}$ | RF: falscher Zweig des arctan |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i(\arctan_0(-2)+\pi)}$ | RF: falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{5} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{1}{2})+\pi)}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> | $\sqrt{-3} \cdot e^{i \arctan_0(-2)}$ | RF: falscher Radius, falscher Quotient |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 17 0 200407008 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.3: Berechnen Sie das Produkt $(5 + 4i) \cdot (5 + 3i)$.

Parameter:

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also $(x_1 + x_2i) \cdot (x_3 + x_4i)$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 4$ $x_3 = 5$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie das Distributivgesetz an: $(a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)i$

Rechnung:

$$(5 + 4i) \cdot (5 + 3i) = (5 \cdot 5 - 4 \cdot 3) + (5 \cdot 3 + 4 \cdot 5)i = 13 + 35i$$

Angebote Lösung:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|--------------|---------------------------------------|--------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-25 + 12i$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-37 + -35i$ | <input type="checkbox"/> 3 | $-25 + -12i$ | <input type="checkbox"/> 4 | $13 + -5i$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $37 + 35i$ | <input type="checkbox"/> 6 | es gibt keines | <input type="checkbox"/> 7 | $25 + -12i$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-13 + -35i$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $37 + -5i$ | <input type="checkbox"/> 10 | $25 + 12i$ | <input type="checkbox"/> 11 | $-13 + 5i$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $13 + 35i$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-25 + 12i$ | DF: falsch multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-37 + -35i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-25 + -12i$ | DF: falsch multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 4 | $13 + -5i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 5 | $37 + 35i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 6 | es gibt keines | DF: es gibt eines |
| <input type="checkbox"/> 7 | $25 + -12i$ | DF: falsch multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 8 | $-13 + -35i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 9 | $37 + -5i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 10 | $25 + 12i$ | DF: falsch multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-13 + 5i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $13 + 35i$ | richtig |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 22 0 200407005 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.4: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 6 \cdot e^{-i \cdot \frac{7}{14}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 =$ Betrag, $x_2, x_3 =$ Argument ; $x_1, x_2 > 1, x_2 < x_3$

Die Formel ist also $z = x_1 \cdot e^{-i \cdot \frac{x_2}{x_3}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 7 \quad x_3 = 14$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

$$\text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a = \Re(z) = 6 \cos\left(\frac{7}{14}\right) \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = 6 \sin\left(\frac{7}{14}\right)$$

Damit ist $z = 6 \cos \frac{1}{2} - i6 \sin \frac{1}{2}$.

Angebote Lösung:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $6 \cos \frac{1}{2} - 6i \sin \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-6 \cos \frac{1}{2} - 6i \sin \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $-\frac{1}{2} \cos 6 + \frac{1}{2}i \sin 6$ | <input type="checkbox"/> 4 | $6 \sin \frac{1}{2} + 6i \cos \frac{1}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-6 \sin \frac{1}{2} - 6i \cos \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{2} \sin 6 + \frac{1}{2}i \cos 6$ | <input type="checkbox"/> 7 | $-6 \sin \frac{1}{2} + 6i \cos \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-6 \cos \frac{1}{2} + 6i \sin \frac{1}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 10 | $6 \sin \frac{1}{2} - 6i \cos \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $6 \cos \frac{1}{2} + 6i \sin \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | 162 |

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/>	$6 \cos \frac{1}{2} - 6i \sin \frac{1}{2}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$-6 \cos \frac{1}{2} - 6i \sin \frac{1}{2}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	$-\frac{1}{2} \cos 6 + \frac{1}{2}i \sin 6$	DF: falsche Deutung von r und ϕ
<input type="checkbox"/>	$6 \sin \frac{1}{2} + 6i \cos \frac{1}{2}$	DF: falsche Winkelfunktionen
<input type="checkbox"/>	$-6 \sin \frac{1}{2} - 6i \cos \frac{1}{2}$	DF: falsche Winkelfunktionen
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{2} \sin 6 + \frac{1}{2}i \cos 6$	DF: falsche Deutung von r und ϕ
<input type="checkbox"/>	$-6 \sin \frac{1}{2} + 6i \cos \frac{1}{2}$	DF: falsche Winkelfunktionen
<input type="checkbox"/>	$-6 \cos \frac{1}{2} + 6i \sin \frac{1}{2}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	es gibt keine	DF: es gibt eine
<input type="checkbox"/>	$6 \sin \frac{1}{2} - 6i \cos \frac{1}{2}$	DF: falsche Winkelfunktionen
<input type="checkbox"/>	$6 \cos \frac{1}{2} + 6i \sin \frac{1}{2}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	162	GL: geratene Lösung

MV 04 Blatt 07 Kapitel 4.5 Umkehrmengenabbildung
keine Funktionen Nummer: 23 0 200407001 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.5: Sei $M := \{4, 8, 10, 14\}$ und $N := \{A, B, C, D, E\}$ und sei $f : M \rightarrow N$ definiert durch

$$f(4) := A \quad f(8) := C \quad f(10) := A \quad f(14) := A$$

Bestimmen Sie die Umkehrmengenabbildung $f^N(\{A, B\})$.

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in N ($n \in 1..4$) $x_n > x_{n-1}$.
 x_7 Anzahl der Elemente im Wertebereich N . $3 \leq x_7 \leq 6$

Erklärung:

Die Umkehrmengenabbildung f^N ist so definiert: Sei V eine beliebige Teilmenge von N , dann ist

$$f^N(V) := \{x \in M \mid \exists y \in V \text{ mit } f(x) = y\}.$$

Rechnung:

A hat die Urbilder 4, 10, 14 und B hat kein Urbild. Damit ist $f^N(\{A, B\}) = \{4, 10, 14\}$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/>	\emptyset	<input type="checkbox"/>	$\{4, 8, 10, 14, \emptyset\}$	<input type="checkbox"/>	M	<input type="checkbox"/>	$\{8, 10, 14\}$
<input type="checkbox"/>	$\{4, 8, 10\}$	<input type="checkbox"/>	$\{4, 8, 14\}$	<input type="checkbox"/>	$\{4\}$	<input type="checkbox"/>	N
<input type="checkbox"/>	$\{4, 10, 14, \emptyset\}$	<input type="checkbox"/>	$\{\emptyset, 10, 14\}$	<input type="checkbox"/>	nicht definiert	<input checked="" type="checkbox"/>	$\{4, 10, 14\}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	\emptyset	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$\{4, 8, 10, 14, \emptyset\}$	DF: \emptyset ist kein Element von M
<input type="checkbox"/>	M	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$\{8, 10, 14\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$\{4, 8, 10\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$\{4, 8, 14\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$\{4\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	N	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/>	$\{4, 10, 14, \emptyset\}$	DF: \emptyset ist kein Element von M
<input type="checkbox"/>	$\{\emptyset, 10, 14\}$	DF: \emptyset ist kein Element von M
<input type="checkbox"/>	nicht definiert	DF: diese existiert immer
<input checked="" type="checkbox"/>	$\{4, 10, 14\}$	richtig

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 37 0 200407003 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.6: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-i \cdot 2$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ (negativer) Imaginärteil $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist

$x_1 = 2$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

In diesem Sonderfall muss aber eine Asymptote des arctan gewählt werden.

Rechnung:

$r^2 = (-2)^2$ und $\tan \phi = \frac{-2}{0}$.

Nach der Vorlesung gilt für $z = a + ib$:

$$\phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = 0$ und $b < 0$ ist, gilt $\phi = -\frac{\pi}{2}$. Also ist $z = 2 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|------------------------------|-----------------------------|---|-----------------------------|--|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-2 \cdot e^{i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-2 \cdot e^{-i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $-2 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-2)}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $2 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(2)}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(2)}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-2)}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $2 \cdot e^{i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 10 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 11 | $2 \cdot e^{-i\pi}$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $2 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-2 \cdot e^{i\pi}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-2 \cdot e^{-i\pi}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-2 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-2)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 5 | $2 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(2)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(2)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-2)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 9 | $2 \cdot e^{i\pi}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 10 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 11 | $2 \cdot e^{-i\pi}$ | DF: falscher Winkel |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $2 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | richtig |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Logarithmen
keine komplex Nummer: 68 0 200407006 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.7: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $e^z = -3 - 5i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige ganze Zahl).

Parameter:

$x_1 =$ Realteil, $x_2 =$ Imaginärteil $x_1 > x_2 > 0$

Die Formel ist also $e^z = -x_1 - x_2$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

Es gilt $e^z = c \Leftrightarrow z = \ln c$. Sei $c = r \cdot e^{i\phi}$, dann gilt

$$\ln c = \ln(re^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + \ln(e^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + i(\phi + 2k\pi) \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-3 - 5i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$ und (weil der Realteil von $-3 - 5i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-5}{-3} = \arctan_0(\frac{5}{3}) + \pi$. Damit ist

$$\ln -3 - 5i = \ln r + i(\phi + 2k\pi) = \ln \sqrt{34} + i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + \pi + 2k\pi) = \frac{\ln 34}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi)$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt{\ln 34} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{\ln 34}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $\frac{\ln 34}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi)$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-\sqrt{\ln 34} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{\ln 34}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi)$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt{\ln 34} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Ansatz π |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{\ln 34}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi)$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $\frac{\ln 34}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 | $-\sqrt{\ln 34} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + k\pi)$ | DF: falscher Ansatz π |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{\ln 34}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-\frac{\ln 34}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi)$ | RF: falsches Vorzeichen |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 104 0 200407009 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.8: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $z^5 = -4 - 3i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige natürliche Zahl zwischen 0 und 4).

Parameter:

$x_1 =$ Potenz, $x_2 =$ Realteil, $x_3 =$ Imaginärteil $x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also $z^{x_1} = -x_2 - x_3i$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 4$ $x_3 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Moivre an:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{(re^{i(\phi+2k\pi)})} = \sqrt[n]{r} \cdot \sqrt[n]{e^{i(\phi+2k\pi)}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{n}}$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-4 - 3i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{25}$ und (weil der Realteil von $-4 - 3i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-3}{-4} = \arctan_0(\frac{3}{4}) + \pi$. Damit ist

$$\sqrt[5]{-4 - 3i} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi + 2k\pi}{n}} = 2 \cdot \sqrt[5]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + \pi + 2k\pi}{5}} = \sqrt[10]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + (2k+1)\pi}{5}}$$

Angebote Lösungen:

- | | | | | | |
|-----------------------------|---|-----------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\pm \sqrt[5]{-3} - (\sqrt[5]{-4} + 2(k+1)\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\sqrt[10]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + (2k+1)\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\pm \sqrt[5]{4} \pm (\sqrt[5]{3} + 2k\pi)i$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\pm \sqrt[5]{-4} + (\sqrt[5]{-3} + 2k\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[5]{-4} - (\sqrt[5]{-3} + 2(k+1)\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 6 | es gibt keine |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\sqrt[5]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + (2k+1)\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\sqrt[5]{7} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + 2k\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 9 | $\pm \sqrt[5]{4} \pm (\sqrt[5]{3} + 2(k+1)\pi)i$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\pm \sqrt[5]{7} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + 2k\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\pm \sqrt[5]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + 2k\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\sqrt[10]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + 2k\pi}{5}}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\pm \sqrt[5]{-3} - (\sqrt[5]{-4} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\sqrt[10]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + (2k+1)\pi}{5}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\pm \sqrt[5]{4} \pm (\sqrt[5]{3} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\pm \sqrt[5]{-4} + (\sqrt[5]{-3} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[5]{-4} - (\sqrt[5]{-3} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 6 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\sqrt[5]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + (2k+1)\pi}{5}}$ | RF: falsche Wurzel |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\sqrt[5]{7} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\pm \sqrt[5]{4} \pm (\sqrt[5]{3} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\pm \sqrt[5]{7} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\pm \sqrt[5]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\sqrt[10]{25} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{4}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 107 0 200407007 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.9: Wandeln Sie den Quotienten $\frac{6+5i}{5+7i}$ in die Form $a + bi$ um.

Parameter:

$x_1, x_3 =$ Realteil, $x_2, x_4 =$ Imaginärteil $x_n > 0$

Die Formel ist also $\frac{x_1 + x_2 i}{x_3 + x_4 i}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 5$ $x_3 = 5$ $x_4 = 7$.

Erklärung:

Zu der Umwandlung müssen Sie den Bruch mit dem konjugiert komplexen des Nenners erweitern:

$$\frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} = \frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} \cdot \frac{a_2 - b_2 i}{a_2 - b_2 i} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + i(a_2 b_1 - a_1 b_2)}{a_1^2 - i b_2 a_2 + i b_2 a_2 - i^2 \cdot b_2^2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_1^2 + b_2^2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1^2 + b_2^2} i$$

Rechnung:

$$\frac{6 + 5i}{5 + 7i} = \frac{(6 + 5i) \cdot (5 - 7i)}{(5 + 7i) \cdot (5 - 7i)} = \frac{6 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + i \cdot (5 \cdot 5 - 6 \cdot 7)}{5 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + i \cdot (5 \cdot 7 - 5 \cdot 7)} = \frac{65 - 17i}{74} = \frac{65}{74} + \frac{-17}{74} i$$

Angebote Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|------------------------------------|--|-----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{5}{7} + \frac{-6}{5}i$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{5}{7} + \frac{6}{5}i$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{5}{24} + \frac{17}{24}i$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{65}{74} + \frac{67}{74}i$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{-65}{24} + \frac{-67}{24}i$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{6}{7} + \frac{-6}{5}i$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{6}{5} + \frac{5}{7}i$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{-5}{74} + \frac{67}{74}i$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{6}{5} + \frac{-5}{7}i$ | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\frac{65}{74} + \frac{-17}{74}i$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{-65}{24} + \frac{17}{24}i$ | <input type="checkbox"/> 12 | es gibt keinen |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{5}{7} + \frac{-6}{5}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{5}{7} + \frac{6}{5}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{5}{24} + \frac{17}{24}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{65}{74} + \frac{67}{74}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{-65}{24} + \frac{-67}{24}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{6}{7} + \frac{-6}{5}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{6}{7} + \frac{5}{7}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{-5}{74} + \frac{67}{74}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{6}{5} + \frac{-5}{7}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$\frac{65}{74} + \frac{-17}{74}i$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{-65}{24} + \frac{17}{24}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 12	es gibt keinen	DF: es gibt einen

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>