

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 7

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 10 0 200407002	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 7.1.1: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-7 + i \cdot 3$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ negativer Realteil, $x_2 =$ Imaginärteil $x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 \neq x_2$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

Rechnung:

$$r^2 = (-7)^2 + 3^2 = 58 \text{ und } \tan \phi = \frac{3}{-7}.$$

$$\text{Für } z = a + ib \text{ gilt: } \phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = -7$ negativ ist, muss $\phi = \arctan_\pi \frac{b}{a}$ gewählt werden.

Damit gilt $r = \sqrt{58}$ und $\phi = \arctan_\pi \frac{-3}{7} = \arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi$.

$$\text{Also ist } z = \sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | |
|----------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{3})}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7})}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{3}) + \pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{3}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{3}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{3}{7}) + \pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{3}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{3})}$ | <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7})}$ |
| <input type="checkbox"/> X | $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{3}{7}) + \pi)}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|-----------------------------|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{3})}$ | RF: falscher Zweig des arctan , falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7})}$ | RF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{3}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{3}) + \pi)}$ | RF: falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{3}) + \pi)}$ | RF: falsches Vorzeichen, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{3}{7}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{3}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{3})}$ | RF: falscher Radius, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7})}$ | RF: falscher Zweig des arctan |
| <input type="checkbox"/> X | $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi)}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{3}{7}) + \pi)}$ | RF: falsches Vorzeichen |

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Arithmetik
keine	komplex	Nummer: 18 0 200407007	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 7.1.2: Wandeln Sie den Quotienten $\frac{3+5i}{5+6i}$ in die Form $a + bi$ um.

Parameter:

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also $\frac{x_1+x_2i}{x_3+x_4i}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 6$.

Erklärung:

Zu der Umwandlung müssen Sie den Bruch mit dem konjugiert komplexen des Nenners erweitern:

$$\frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} = \frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} \cdot \frac{a_2 - b_2i}{a_2 - b_2i} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + i(a_2b_1 - a_1b_2)}{a_1^2 - ib_2a_2 + ib_2a_2 - i^2 \cdot b_2^2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_1^2 + b_2^2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1^2 + b_2^2}i$$

Rechnung:

$$\frac{3 + 5i}{5 + 6i} = \frac{(3 + 5i) \cdot (5 - 6i)}{(5 + 6i) \cdot (5 - 6i)} = \frac{3 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + i \cdot (5 \cdot 5 - 3 \cdot 6)}{5 \cdot 5 + 6 \cdot 6 + i \cdot (5 \cdot 6 - 5 \cdot 6)} = \frac{45 + 7i}{61} = \frac{45}{61} + \frac{7}{61}i$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{-45}{11} + \frac{-7}{11}i$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{-15}{61} + \frac{7}{61}i$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{3}{5} + \frac{5}{6}i$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{-45}{11} + \frac{-43}{11}i$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2} + \frac{-3}{5}i$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{6} + \frac{3}{5}i$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{45}{61} + \frac{7}{61}i$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{6} + \frac{-3}{5}i$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{3}{5} + \frac{-5}{6}i$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{45}{61} + \frac{43}{61}i$ | <input type="checkbox"/> 11 es gibt keinen | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{15}{11} + \frac{-7}{11}i$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{-45}{11} + \frac{-7}{11}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{-15}{61} + \frac{7}{61}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{3}{5} + \frac{5}{6}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{-45}{11} + \frac{-43}{11}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2} + \frac{-3}{5}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{6} + \frac{3}{5}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{45}{61} + \frac{7}{61}i$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{6} + \frac{-3}{5}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{3}{5} + \frac{-5}{6}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{45}{61} + \frac{43}{61}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 11 es gibt keinen | DF: es gibt einen |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{15}{11} + \frac{-7}{11}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 31 0 200407009 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.3: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $z^4 = -5 - 3i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige natürliche Zahl zwischen 0 und 3).

Parameter:

$x_1 = \text{Potenz}, x_2 = \text{Realteil}, x_3 = \text{Imaginärteil } x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also $z^{x_1} = -x_2 - x_3i$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Moivre an:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{(re^{i(\phi+2k\pi)})} = \sqrt[n]{r} \cdot \sqrt[n]{e^{i(\phi+2k\pi)}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{n}}$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-5 - 3i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$ und (weil der Realteil von $-5 - 3i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-3}{-5} = \arctan_0(\frac{3}{5}) + \pi$. Damit ist

$$\sqrt[4]{-5 - 3i} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi + 2k\pi}{n}} = \sqrt[2 \cdot 4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + \pi + 2k\pi}{4}} = \sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\pm \sqrt[4]{5} \pm (\sqrt[4]{3} + 2k\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 3 | es gibt keine |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\pm \sqrt[4]{-5} + (\sqrt[4]{-3} + 2k\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[4]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\sqrt[4]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\pm \sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $\sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$ | <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\pm \sqrt[4]{-5} - (\sqrt[4]{-3} + 2(k+1)\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\pm \sqrt[4]{5} \pm (\sqrt[4]{3} + 2(k+1)\pi)i$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$ | RF: falsche Wurzel |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\pm \sqrt[4]{5} \pm (\sqrt[4]{3} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 3 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\pm \sqrt[4]{-5} + (\sqrt[4]{-3} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[4]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | DF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\sqrt[4]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | DF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\pm \sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $\sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\pm \sqrt[4]{-5} - (\sqrt[4]{-3} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\pm \sqrt[4]{5} \pm (\sqrt[4]{3} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 4.5 Umkehrmengenabbildung
keine Funktionen Nummer: 33 0 200407001 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.4: Sei $M := \{4, 8, 9, 14\}$ und $N := \{A, B, C, D, E\}$ und sei $f : M \rightarrow N$ definiert durch

$$f(4) := A \quad f(8) := C \quad f(9) := A \quad f(14) := A$$

Bestimmen Sie die Umkehrmengenabbildung $f^N(\{A, B\})$.

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in N ($n \in 1..4$) $x_n > x_{n-1}$.
 x_7 Anzahl der Elemente im Wertebereich N . $3 \leq x_7 \leq 6$

Erklärung:

Die Umkehrmengenabbildung f^N ist so definiert: Sei V eine beliebige Teilmenge von N , dann ist

$$f^N(V) := \{x \in M \mid \exists y \in V \text{ mit } f(x) = y\}.$$

Rechnung:

A hat die Urbilder 4, 9, 14 und B hat kein Urbild. Damit ist $f^N(\{A, B\}) = \{4, 9, 14\}$.

Angeborene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 {4, 9, 14, \emptyset }	<input type="checkbox"/> 2 {9, 14}	<input type="checkbox"/> 3 {4, 8, 9, 14, \emptyset }	<input type="checkbox"/> 4 {4, 8, 9}
<input type="checkbox"/> 5 M	<input type="checkbox"/> 6 nicht definiert	<input type="checkbox"/> 7 \emptyset	<input type="checkbox"/> 8 {8, 9, 14}
<input checked="" type="checkbox"/> 10 {4, 9, 14}	<input type="checkbox"/> 10 {4, 8, 14}	<input type="checkbox"/> 11 {4}	<input type="checkbox"/> 12 N

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 {4, 9, 14, \emptyset }	DF: \emptyset ist kein Element von M
<input type="checkbox"/> 2 {9, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3 {4, 8, 9, 14, \emptyset }	DF: \emptyset ist kein Element von M
<input type="checkbox"/> 4 {4, 8, 9}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5 M	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6 nicht definiert	DF: diese existiert immer
<input type="checkbox"/> 7 \emptyset	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8 {8, 9, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 10 {4, 9, 14}	richtig
<input type="checkbox"/> 10 {4, 8, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11 {4}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12 N	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 70 0 200407008 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.5: Berechnen Sie das Produkt $(4 + 5i) \cdot (3 + 4i)$.

Parameter:

$x_1, x_3 =$ Realteil, $x_2, x_4 =$ Imaginärteil $x_n > 0$

Die Formel ist also $(x_1 + x_2i) \cdot (x_3 + x_4i)$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 5$ $x_3 = 3$ $x_4 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie das Distributivgesetz an: $(a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)i$

Rechnung:

$$(4 + 5i) \cdot (3 + 4i) = (4 \cdot 3 - 5 \cdot 4) + (4 \cdot 4 + 5 \cdot 3)i = -8 + 31i$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 $-12 + 20i$	<input type="checkbox"/> 2 es gibt keines	<input type="checkbox"/> 3 $32 + 1i$	<input type="checkbox"/> 4 $-8 + 1i$
<input type="checkbox"/> 5 $-32 + -31i$	<input type="checkbox"/> 6 $-12 + -20i$	<input checked="" type="checkbox"/> 10 $-8 + 31i$	<input type="checkbox"/> 8 $32 + 31i$
<input type="checkbox"/> 9 $8 + -1i$	<input type="checkbox"/> 10 $8 + -31i$	<input type="checkbox"/> 11 $12 + 20i$	<input type="checkbox"/> 12 $12 + -20i$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 $-12 + 20i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 2 es gibt keines	DF: es gibt eines
<input type="checkbox"/> 3 $32 + 1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 4 $-8 + 1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 5 $-32 + -31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 6 $-12 + -20i$	DF: falsch multipliziert
<input checked="" type="checkbox"/> 10 $-8 + 31i$	richtig
<input type="checkbox"/> 8 $32 + 31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 9 $8 + -1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 10 $8 + -31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 11 $12 + 20i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 12 $12 + -20i$	DF: falsch multipliziert

Aufgabe 7.1.6: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $e^z = -7 - 5i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige ganze Zahl).

Parameter:

$x_1 = \text{Realteil}, x_2 = \text{Imaginärteil } x_1 > x_2 > 0$

Die Formel ist also $e^z = -x_1 - x_2$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7 \quad x_2 = 5$.

Erklärung:

Es gilt $e^z = c \Leftrightarrow z = \ln c$. Sei $c = r \cdot e^{i\phi}$, dann gilt

$$\ln c = \ln(re^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + \ln(e^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + i(\phi + 2k\pi) \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-7 - 5i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2} = \sqrt{74}$ und (weil der Realteil von $-7 - 5i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-5}{-7} = \arctan_0(\frac{5}{7}) + \pi$. Damit ist

$$\ln -7 - 5i = \ln r + i(\phi + 2k\pi) = \ln \sqrt{74} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + \pi + 2k\pi) = \frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$$

Angebotene Lösungen:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 3 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 4 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\sqrt{\ln 74} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 6 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 8 $-\sqrt{\ln 74} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 11 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 3 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 4 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 5 $\sqrt{\ln 74} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Ansatz π |
| <input type="checkbox"/> 6 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 8 $-\sqrt{\ln 74} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ | DF: falscher Ansatz π |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |

Aufgabe 7.1.7: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 7 \cdot e^{-i \cdot \frac{6}{9}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 = \text{Betrag}$, $x_2, x_3 = \text{Argument}$; $x_1, x_2 > 1$, $x_2 < x_3$

Die Formel ist also $z = x_1 \cdot e^{-i \cdot \frac{x_2}{x_3}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 6$ $x_3 = 9$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

$$\text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a = \Re(z) = 7 \cos\left(\frac{6}{9}\right) \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = 7 \sin\left(\frac{-6}{9}\right)$$

Damit ist $z = 7 \cos \frac{2}{3} - i7 \sin \frac{2}{3}$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------------------|---|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $7 \sin \frac{2}{3} - 7i \cos \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 3 | $-7 \cos \frac{2}{3} - 7i \sin \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-7 \cos \frac{2}{3} + 7i \sin \frac{2}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{2}{3} \sin 7 + \frac{2}{3}i \cos 7$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-7 \sin \frac{2}{3} + 7i \cos \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $7 \cos \frac{2}{3} + 7i \sin \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-\frac{2}{3} \cos 7 + \frac{2}{3}i \sin 7$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $7 \sin \frac{2}{3} + 7i \cos \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-7 \sin \frac{2}{3} - 7i \cos \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 11 | 161 | <input checked="" type="checkbox"/> X | $7 \cos \frac{2}{3} - 7i \sin \frac{2}{3}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $7 \sin \frac{2}{3} - 7i \cos \frac{2}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-7 \cos \frac{2}{3} - 7i \sin \frac{2}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-7 \cos \frac{2}{3} + 7i \sin \frac{2}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{2}{3} \sin 7 + \frac{2}{3}i \cos 7$ | DF: falsche Deutung von r und ϕ |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-7 \sin \frac{2}{3} + 7i \cos \frac{2}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $7 \cos \frac{2}{3} + 7i \sin \frac{2}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $-\frac{2}{3} \cos 7 + \frac{2}{3}i \sin 7$ | DF: falsche Deutung von r und ϕ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $7 \sin \frac{2}{3} + 7i \cos \frac{2}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-7 \sin \frac{2}{3} - 7i \cos \frac{2}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 11 | 161 | GL: geratene Lösung |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $7 \cos \frac{2}{3} - 7i \sin \frac{2}{3}$ | richtig |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 96 0 200407003 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.8: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-i \cdot 3$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 = (\text{negativer})$ Imaginärteil $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist

$$x_1 = 3.$$

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

In diesem Sonderfall muss aber eine Asymptote des arctan gewählt werden.

Rechnung:

$$r^2 = (-3)^2 \text{ und } \tan \phi = \frac{-3}{0}.$$

Nach der Vorlesung gilt für $z = a + ib$:

$$\phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = 0$ und $b < 0$ ist, gilt $\phi = -\frac{\pi}{2}$. Also ist $z = 3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--|--|--|-----------------------------|---|-----------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-3 \cdot e^{-i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $3 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $3 \cdot e^{i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $3 \cdot e^{-i\pi}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-3 \cdot e^{i\pi}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$ | <input type="checkbox"/> 12 | es gibt keine |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|--|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-3 \cdot e^{-i\pi}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 3 | $3 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 5 | $3 \cdot e^{i\pi}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 8 | $3 \cdot e^{-i\pi}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-3 \cdot e^{i\pi}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 12 | es gibt keine | DF: es gibt eine |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 108 0 200407004 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.9: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 7\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{5\pi}{4}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 =$ Faktor von $\sqrt{2}$, $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

Nach der Formel von Euler gilt: $a = \Re(z) = 7\sqrt{2} \cos(\frac{5\pi}{4}) = 7\sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -7$ und $b = \Im(z) = 7\sqrt{2} \sin(\frac{5\pi}{4}) = 7\sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -7$.

Damit ist $z = -7 - i7$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $7\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $-7 - i7$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-\frac{7\sqrt{3}}{2} + i\frac{7}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $7 + i7$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-7\sqrt{2} + i7\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 7 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 8 | $7 - i7$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-7\sqrt{2} - i7\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $7\sqrt{2} + i7\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $5 + i4\pi$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$7\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$	DF: Eulerformel nicht angewendet
<input checked="" type="checkbox"/>	$-7 - i7$	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$-\frac{7\sqrt{3}}{2} + i\frac{7}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$7 + i7$	RF: Falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	$-7\sqrt{2} + i7\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	es gibt keine	DF: es gibt eine
<input type="checkbox"/>	$7 - i7$	RF: Falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	$-7\sqrt{2} - i7\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$-\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$7\sqrt{2} + i7\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$5 + i4\pi$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>