

## Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 7

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 10 0 200407002	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 7.1.1:** Wandeln Sie die komplexe Zahl  $-7 + i \cdot 3$  in Polarkoordinaten der Form  $r \cdot e^{i\phi}$  um.

**Parameter:**

$x_1 =$  negativer Realteil,  $x_2 =$  Imaginärteil  $x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 \neq x_2$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7$   $x_2 = 3$ .

**Erklärung:**

Für den Radius  $r$  und den Winkel  $\phi$  gelten die Gleichungen  $r^2 = a^2 + b^2$  und  $\tan \phi = \frac{b}{a}$ .

**Rechnung:**

$$r^2 = (-7)^2 + 3^2 = 58 \text{ und } \tan \phi = \frac{3}{-7}.$$

$$\text{Für } z = a + ib \text{ gilt: } \phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da  $a = -7$  negativ ist, muss  $\phi = \arctan_\pi \frac{b}{a}$  gewählt werden.

Damit gilt  $r = \sqrt{58}$  und  $\phi = \arctan_\pi \frac{-3}{7} = \arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi$ .

$$\text{Also ist } z = \sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi}$$

**Angebotene Lösungen:**

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{3})}$         | <input type="checkbox"/> 2 $\sqrt{-40} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7})}$         | <input type="checkbox"/> 3 $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{3}) + \pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{3}) + \pi)}$  | <input type="checkbox"/> 5 $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{3}) + \pi)}$    | <input type="checkbox"/> 6 $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{3}{7}) + \pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{3}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\sqrt{-40} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{3})}$          | <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7})}$        |
| <input type="checkbox"/> X $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi)}$  | <input type="checkbox"/> 11 $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{3}{7}) + \pi)}$ |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{3})}$          | RF: falscher Zweig des arctan , falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 2 $\sqrt{-40} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7})}$         | RF: falscher Radius                               |
| <input type="checkbox"/> 3 $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{3}) + \pi)}$   | RF: falscher Radius, falscher Quotient            |
| <input type="checkbox"/> 4 $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{3}) + \pi)}$   | RF: falscher Quotient                             |
| <input type="checkbox"/> 5 $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{3}) + \pi)}$    | RF: falsches Vorzeichen, falscher Quotient        |
| <input type="checkbox"/> 6 $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{3}{7}) + \pi)}$   | RF: falscher Radius                               |
| <input type="checkbox"/> 7 $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{3}) + \pi)}$  | RF: falscher Radius, falscher Quotient            |
| <input type="checkbox"/> 8 $\sqrt{-40} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{7}{3})}$          | RF: falscher Radius, falscher Quotient            |
| <input type="checkbox"/> 9 $\sqrt{58} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{3}{7})}$          | RF: falscher Zweig des arctan                     |
| <input type="checkbox"/> X $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi)}$   | richtig   |
| <input type="checkbox"/> 11 $\sqrt{-40} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{3}{7}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius                               |
| <input type="checkbox"/> 12 $\sqrt{58} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{3}{7}) + \pi)}$   | RF: falsches Vorzeichen                           |

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Arithmetik
keine	komplex	Nummer: 18 0 200407007	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 7.1.2:** Wandeln Sie den Quotienten  $\frac{3+5i}{5+6i}$  in die Form  $a + bi$  um.

**Parameter:**

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also  $\frac{x_1+x_2i}{x_3+x_4i}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 6$ .

**Erklärung:**

Zu der Umwandlung müssen Sie den Bruch mit dem konjugiert komplexen des Nenners erweitern:

$$\frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} = \frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} \cdot \frac{a_2 - b_2i}{a_2 - b_2i} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + i(a_2b_1 - a_1b_2)}{a_1^2 - ib_2a_2 + ib_2a_2 - i^2 \cdot b_2^2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_1^2 + b_2^2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1^2 + b_2^2}i$$

**Rechnung:**

$$\frac{3 + 5i}{5 + 6i} = \frac{(3 + 5i) \cdot (5 - 6i)}{(5 + 6i) \cdot (5 - 6i)} = \frac{3 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + i \cdot (5 \cdot 5 - 3 \cdot 6)}{5 \cdot 5 + 6 \cdot 6 + i \cdot (5 \cdot 6 - 5 \cdot 6)} = \frac{45 + 7i}{61} = \frac{45}{61} + \frac{7}{61}i$$

**Angeborene Lösungen:**

- |  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{-45}{11} + \frac{-7}{11}i$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{-15}{61} + \frac{7}{61}i$  | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{3}{5} + \frac{5}{6}i$               | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{-45}{11} + \frac{-43}{11}i$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2} + \frac{-3}{5}i$     | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{6} + \frac{3}{5}i$      | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{45}{61} + \frac{7}{61}i$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{6} + \frac{-3}{5}i$      |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{3}{5} + \frac{-5}{6}i$     | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{45}{61} + \frac{43}{61}i$ | <input type="checkbox"/> 11 es gibt keinen                            | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{15}{11} + \frac{-7}{11}i$  |

**Fehlerinterpretation:**

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{-45}{11} + \frac{-7}{11}i$          | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{-15}{61} + \frac{7}{61}i$           | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{3}{5} + \frac{5}{6}i$               | DF: Multiplikation nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{-45}{11} + \frac{-43}{11}i$         | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{2} + \frac{-3}{5}i$              | DF: Multiplikation nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{5}{6} + \frac{3}{5}i$               | DF: Multiplikation nicht verstanden        |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{45}{61} + \frac{7}{61}i$ | richtig                                    |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{5}{6} + \frac{-3}{5}i$              | DF: Multiplikation nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{3}{5} + \frac{-5}{6}i$              | DF: Multiplikation nicht verstanden        |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{45}{61} + \frac{43}{61}i$          | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 11 es gibt keinen                            | DF: es gibt einen                          |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{15}{11} + \frac{-7}{11}i$          | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |

MV 04                      Blatt 07                      Kapitel 5.1                      Arithmetik  
keine                      komplex                      Nummer: 31 0 200407009                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 7.1.3:** Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen  $z$ , für die gilt:  $z^4 = -5 - 3i$  (bei der Lösung sei  $k$  eine beliebige natürliche Zahl zwischen 0 und 3).

**Parameter:**

$x_1 = \text{Potenz}, x_2 = \text{Realteil}, x_3 = \text{Imaginärteil } x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also  $z^{x_1} = -x_2 - x_3i$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 3$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Formel von Moivre an:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{(re^{i(\phi+2k\pi)})} = \sqrt[n]{r} \cdot \sqrt[n]{e^{i(\phi+2k\pi)}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{n}}$$

### Rechnung:

Wir müssen zunächst  $-5 - 3i$  in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt  $r = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$  und (weil der Realteil von  $-5 - 3i$  negativ ist)  $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-3}{-5} = \arctan_0(\frac{3}{5}) + \pi$ . Damit ist

$$\sqrt[4]{-5 - 3i} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi + 2k\pi}{n}} = \sqrt[2 \cdot 4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + \pi + 2k\pi}{4}} = \sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$$

### Angeborene Lösungen:

- |                             |   |                                       |   |                             |   |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1  | $\sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$ | <input type="checkbox"/> 2            | $\pm \sqrt[4]{5} \pm (\sqrt[4]{3} + 2k\pi)i$                            | <input type="checkbox"/> 3  | es gibt keine   |
| <input type="checkbox"/> 4  | $\pm \sqrt[4]{-5} + (\sqrt[4]{-3} + 2k\pi)i$                            | <input type="checkbox"/> 5            | $\pm \sqrt[4]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$  | <input type="checkbox"/> 6  | $\sqrt[4]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$  |
| <input type="checkbox"/> 7  | $\pm \sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $\sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$ | <input type="checkbox"/> 9  | $\sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\pm \sqrt[4]{-5} - (\sqrt[4]{-3} + 2(k+1)\pi)i$                        | <input type="checkbox"/> 11           | $\sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$     | <input type="checkbox"/> 12 | $\pm \sqrt[4]{5} \pm (\sqrt[4]{3} + 2(k+1)\pi)i$                    |

### Fehlerinterpretation:

- |                                       |   |                                   |
|---------------------------------------|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$ | RF: falsche Wurzel                |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\pm \sqrt[4]{5} \pm (\sqrt[4]{3} + 2k\pi)i$                            | DF: falsch die Wurzel gezogen     |
| <input type="checkbox"/> 3            | es gibt keine   | DF: es gibt eine                  |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\pm \sqrt[4]{-5} + (\sqrt[4]{-3} + 2k\pi)i$                            | DF: falsch die Wurzel gezogen     |
| <input type="checkbox"/> 5            | $\pm \sqrt[4]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$  | DF: falscher Radius               |
| <input type="checkbox"/> 6            | $\sqrt[4]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$      | DF: falscher Radius               |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\pm \sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$ | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $\sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + (2k+1)\pi}{4}}$ | richtig                           |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\sqrt[8]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$     | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\pm \sqrt[4]{-5} - (\sqrt[4]{-3} + 2(k+1)\pi)i$                        | DF: falsch die Wurzel gezogen     |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\sqrt[4]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{3}{5}) + 2k\pi}{4}}$     | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\pm \sqrt[4]{5} \pm (\sqrt[4]{3} + 2(k+1)\pi)i$                        | DF: falsch die Wurzel gezogen     |

MV 04                      Blatt 07                      Kapitel 4.5                      Umkehrmengenabbildung  
keine                      Funktionen                      Nummer: 33 0 200407001                      Kl: 14G  
Grad: 40 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 7.1.4:** Sei  $M := \{4, 8, 9, 14\}$  und  $N := \{A, B, C, D, E\}$  und sei  $f : M \rightarrow N$  definiert durch

$$f(4) := A \quad f(8) := C \quad f(9) := A \quad f(14) := A$$

Bestimmen Sie die Umkehrmengenabbildung  $f^N(\{A, B\})$ .

### Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in  $N$  ( $n \in 1..4$ )  $x_n > x_{n-1}$ .  
 $x_7$  Anzahl der Elemente im Wertebereich  $N$ .  $3 \leq x_7 \leq 6$

### Erklärung:

Die Umkehrmengenabbildung  $f^N$  ist so definiert: Sei  $V$  eine beliebige Teilmenge von  $N$ , dann ist

$$f^N(V) := \{x \in M \mid \exists y \in V \text{ mit } f(x) = y\}.$$

### Rechnung:

$A$  hat die Urbilder 4, 9, 14 und  $B$  hat kein Urbild. Damit ist  $f^N(\{A, B\}) = \{4, 9, 14\}$ .

### Angeborene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 {4, 9, 14, $\emptyset$ }	<input type="checkbox"/> 2 {9, 14}	<input type="checkbox"/> 3 {4, 8, 9, 14, $\emptyset$ }	<input type="checkbox"/> 4 {4, 8, 9}
<input type="checkbox"/> 5 $M$	<input type="checkbox"/> 6 nicht definiert	<input type="checkbox"/> 7 $\emptyset$	<input type="checkbox"/> 8 {8, 9, 14}
<input checked="" type="checkbox"/> 9 {4, 9, 14}	<input type="checkbox"/> 10 {4, 8, 14}	<input type="checkbox"/> 11 {4}	<input type="checkbox"/> 12 $N$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1 {4, 9, 14, $\emptyset$ }	DF: $\emptyset$ ist kein Element von $M$
<input type="checkbox"/> 2 {9, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3 {4, 8, 9, 14, $\emptyset$ }	DF: $\emptyset$ ist kein Element von $M$
<input type="checkbox"/> 4 {4, 8, 9}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5 $M$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6 nicht definiert	DF: diese existiert immer
<input type="checkbox"/> 7 $\emptyset$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8 {8, 9, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 9 {4, 9, 14}	richtig
<input type="checkbox"/> 10 {4, 8, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11 {4}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12 $N$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden

MV 04                      Blatt 07                      Kapitel 5.1                      Arithmetik  
keine                      komplex                      Nummer: 70 0 200407008                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 7.1.5:** Berechnen Sie das Produkt  $(4 + 5i) \cdot (3 + 4i)$ .

**Parameter:**

$x_1, x_3 =$  Realteil,  $x_2, x_4 =$  Imaginärteil  $x_n > 0$

Die Formel ist also  $(x_1 + x_2i) \cdot (x_3 + x_4i)$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 5$      $x_3 = 3$      $x_4 = 4$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie das Distributivgesetz an:  $(a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)i$

**Rechnung:**

$$(4 + 5i) \cdot (3 + 4i) = (4 \cdot 3 - 5 \cdot 4) + (4 \cdot 4 + 5 \cdot 3)i = -8 + 31i$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1 $-12 + 20i$	<input type="checkbox"/> 2 es gibt keines	<input type="checkbox"/> 3 $32 + 1i$	<input type="checkbox"/> 4 $-8 + 1i$
<input type="checkbox"/> 5 $-32 + -31i$	<input type="checkbox"/> 6 $-12 + -20i$	<input checked="" type="checkbox"/> 7 $-8 + 31i$	<input type="checkbox"/> 8 $32 + 31i$
<input type="checkbox"/> 9 $8 + -1i$	<input type="checkbox"/> 10 $8 + -31i$	<input type="checkbox"/> 11 $12 + 20i$	<input type="checkbox"/> 12 $12 + -20i$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1 $-12 + 20i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 2 es gibt keines	DF: es gibt eines
<input type="checkbox"/> 3 $32 + 1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 4 $-8 + 1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 5 $-32 + -31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 6 $-12 + -20i$	DF: falsch multipliziert
<input checked="" type="checkbox"/> 7 $-8 + 31i$	richtig
<input type="checkbox"/> 8 $32 + 31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 9 $8 + -1i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 10 $8 + -31i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 11 $12 + 20i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 12 $12 + -20i$	DF: falsch multipliziert

**Aufgabe 7.1.6:** Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen  $z$ , für die gilt:  $e^z = -7 - 5i$  (bei der Lösung sei  $k$  eine beliebige ganze Zahl).

**Parameter:**

$x_1 = \text{Realteil}, x_2 = \text{Imaginärteil } x_1 > x_2 > 0$

Die Formel ist also  $e^z = -x_1 - x_2$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7 \quad x_2 = 5$ .

**Erklärung:**

Es gilt  $e^z = c \Leftrightarrow z = \ln c$ . Sei  $c = r \cdot e^{i\phi}$ , dann gilt

$$\ln c = \ln(re^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + \ln(e^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + i(\phi + 2k\pi) \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$$

**Rechnung:**

Wir müssen zunächst  $-7 - 5i$  in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt  $r = \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2} = \sqrt{74}$  und (weil der Realteil von  $-7 - 5i$  negativ ist)  $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-5}{-7} = \arctan_0(\frac{5}{7}) + \pi$ . Damit ist

$$\ln -7 - 5i = \ln r + i(\phi + 2k\pi) = \ln \sqrt{74} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + \pi + 2k\pi) = \frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$$

**Angebotene Lösungen:**

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$  | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$          |
| <input type="checkbox"/> 3 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 4 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$         |
| <input type="checkbox"/> 5 $\sqrt{\ln 74} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$    | <input type="checkbox"/> 6 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$             |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 8 $-\sqrt{\ln 74} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$                 |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$  | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 11 es gibt keine   | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$             |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$               | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$          | RF: falsches Vorzeichen           |
| <input type="checkbox"/> 3 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$              | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$         | RF: falsches Vorzeichen           |
| <input type="checkbox"/> 5 $\sqrt{\ln 74} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$                 | DF: falscher Ansatz $\pi$         |
| <input type="checkbox"/> 6 $-\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$             | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$              | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |
| <input type="checkbox"/> 8 $-\sqrt{\ln 74} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$                 | DF: falscher Ansatz $\pi$         |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + k\pi)$               | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{\ln 74}{2} + i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + (2k+1)\pi)$ | richtig                           |
| <input type="checkbox"/> 11 es gibt keine  | DF: es gibt eine                  |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{\ln 74}{2} - i(\arctan_0(\frac{5}{7}) + 2k\pi)$             | DF: falscher Faktor vor dem $\pi$ |

**Aufgabe 7.1.7:** Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl  $z = 7 \cdot e^{-i \cdot \frac{6}{9}}$  in die Koordinatenform  $z = a + ib$  um.

**Parameter:**

$x_1 = \text{Betrag}$ ,  $x_2, x_3 = \text{Argument}$  ;  $x_1, x_2 > 1$ ,  $x_2 < x_3$

Die Formel ist also  $z = x_1 \cdot e^{-i \cdot \frac{x_2}{x_3}}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7$     $x_2 = 6$     $x_3 = 9$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

**Rechnung:**

$$\text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a = \Re(z) = 7 \cos\left(\frac{6}{9}\right) \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = 7 \sin\left(\frac{-6}{9}\right)$$

Damit ist  $z = 7 \cos \frac{2}{3} - i7 \sin \frac{2}{3}$ .

**Angeborene Lösungen:**

- |                            |  |                             |   |                             |   |                                       |   |
|----------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------------------|---|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $7 \sin \frac{2}{3} - 7i \cos \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 2  | es gibt keine                               | <input type="checkbox"/> 3  | $-7 \cos \frac{2}{3} - 7i \sin \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 4            | $-7 \cos \frac{2}{3} + 7i \sin \frac{2}{3}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{2}{3} \sin 7 + \frac{2}{3}i \cos 7$ | <input type="checkbox"/> 6  | $-7 \sin \frac{2}{3} + 7i \cos \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 7  | $7 \cos \frac{2}{3} + 7i \sin \frac{2}{3}$  | <input type="checkbox"/> 8            | $-\frac{2}{3} \cos 7 + \frac{2}{3}i \sin 7$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $7 \sin \frac{2}{3} + 7i \cos \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-7 \sin \frac{2}{3} - 7i \cos \frac{2}{3}$ | <input type="checkbox"/> 11 | 161   | <input checked="" type="checkbox"/> X | $7 \cos \frac{2}{3} - 7i \sin \frac{2}{3}$  |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |   |  |
|---------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $7 \sin \frac{2}{3} - 7i \cos \frac{2}{3}$  | DF: falsche Winkelfunktionen                           |
| <input type="checkbox"/> 2            | es gibt keine                               | DF: es gibt eine                                       |
| <input type="checkbox"/> 3            | $-7 \cos \frac{2}{3} - 7i \sin \frac{2}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen                                |
| <input type="checkbox"/> 4            | $-7 \cos \frac{2}{3} + 7i \sin \frac{2}{3}$ | RF: falsches Vorzeichen                                |
| <input type="checkbox"/> 5            | $\frac{2}{3} \sin 7 + \frac{2}{3}i \cos 7$  | DF: falsche Deutung von $r$ und $\phi$                 |
| <input type="checkbox"/> 6            | $-7 \sin \frac{2}{3} + 7i \cos \frac{2}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen                           |
| <input type="checkbox"/> 7            | $7 \cos \frac{2}{3} + 7i \sin \frac{2}{3}$  | RF: falsches Vorzeichen                                |
| <input type="checkbox"/> 8            | $-\frac{2}{3} \cos 7 + \frac{2}{3}i \sin 7$ | DF: falsche Deutung von $r$ und $\phi$                 |
| <input type="checkbox"/> 9            | $7 \sin \frac{2}{3} + 7i \cos \frac{2}{3}$  | DF: falsche Winkelfunktionen                           |
| <input type="checkbox"/> 10           | $-7 \sin \frac{2}{3} - 7i \cos \frac{2}{3}$ | DF: falsche Winkelfunktionen                           |
| <input type="checkbox"/> 11           | 161   | GL: <span style="float: right;">geratene Lösung</span> |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $7 \cos \frac{2}{3} - 7i \sin \frac{2}{3}$  | richtig  |

MV 04                      Blatt 07                      Kapitel 5.1                      Polarkoordinaten  
keine                      komplex                      Nummer: 96 0 200407003                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 7.1.8:** Wandeln Sie die komplexe Zahl  $-i \cdot 3$  in Polarkoordinaten der Form  $r \cdot e^{i\phi}$  um.

**Parameter:**

$x_1 = (\text{negativer})$  Imaginärteil  $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist

$$x_1 = 3.$$

**Erklärung:**

Für den Radius  $r$  und den Winkel  $\phi$  gelten die Gleichungen  $r^2 = a^2 + b^2$                       und                       $\tan \phi = \frac{b}{a}$ .

In diesem Sonderfall muss aber eine Asymptote des arctan gewählt werden.

**Rechnung:**

$$r^2 = (-3)^2 \text{ und } \tan \phi = \frac{-3}{0}.$$

Nach der Vorlesung gilt für  $z = a + ib$  :

$$\phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da  $a = 0$  und  $b < 0$  ist, gilt  $\phi = -\frac{\pi}{2}$ . Also ist  $z = 3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |  |  |  |                             |   |                             |                                |
|----------------------------|--|--|--|-----------------------------|---|-----------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$ | <input type="checkbox"/> 2             | $-3 \cdot e^{-i\pi}$                     | <input type="checkbox"/> 3  | $3 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$              | <input type="checkbox"/> 4  | $-3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $3 \cdot e^{i\pi}$                         | <input type="checkbox"/> 6             | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$ | <input type="checkbox"/> 7  | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$ | <input type="checkbox"/> 8  | $3 \cdot e^{-i\pi}$            |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-3 \cdot e^{i\pi}$                        | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$            | <input type="checkbox"/> 11 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$ | <input type="checkbox"/> 12 | es gibt keine                  |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |  |                               |
|--|--|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1             | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$ | DF: $r$ und $\phi$ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 2             | $-3 \cdot e^{-i\pi}$                       | DF: $r$ ist immer positiv     |
| <input type="checkbox"/> 3             | $3 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$               | DF: falscher Winkel           |
| <input type="checkbox"/> 4             | $-3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$             | DF: $r$ ist immer positiv     |
| <input type="checkbox"/> 5             | $3 \cdot e^{i\pi}$                         | DF: falscher Winkel           |
| <input type="checkbox"/> 6             | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$   | DF: $r$ und $\phi$ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 7             | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$  | DF: $r$ und $\phi$ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 8             | $3 \cdot e^{-i\pi}$                        | DF: falscher Winkel           |
| <input type="checkbox"/> 9             | $-3 \cdot e^{i\pi}$                        | DF: $r$ ist immer positiv     |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$              | richtig                       |
| <input type="checkbox"/> 11            | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$  | DF: $r$ und $\phi$ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 12            | es gibt keine                              | DF: es gibt eine              |

MV 04                      Blatt 07                      Kapitel 5.1                      Polarkoordinaten  
keine                      komplex                      Nummer: 108 0 200407004      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 7.1.9:** Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl  $z = 7\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{5\pi}{4}}$  in die Koordinatenform  $z = a + ib$  um.

**Parameter:**

$x_1 =$  Faktor von  $\sqrt{2}$ ,  $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist  $x_1 = 7$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

**Rechnung:**

Nach der Formel von Euler gilt:  $a = \Re(z) = 7\sqrt{2} \cos(\frac{5\pi}{4}) = 7\sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -7$  und  $b = \Im(z) = 7\sqrt{2} \sin(\frac{5\pi}{4}) = 7\sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -7$ .

Damit ist  $z = -7 - i7$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                            |                               |                                       |                                       |                             |                                      |                             |                                       |
|----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $7\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | $-7 - i7$                             | <input type="checkbox"/> 3  | $\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$ | <input type="checkbox"/> 4  | $-\frac{7\sqrt{3}}{2} + i\frac{7}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $7 + i7$                      | <input type="checkbox"/> 6            | $-7\sqrt{2} + i7\sqrt{2}$             | <input type="checkbox"/> 7  | es gibt keine                        | <input type="checkbox"/> 8  | $7 - i7$                              |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-7\sqrt{2} - i7\sqrt{2}$     | <input type="checkbox"/> 10           | $-\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $7\sqrt{2} + i7\sqrt{2}$             | <input type="checkbox"/> 12 | $5 + i4\pi$                           |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$7\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$	DF: Eulerformel nicht angewendet
<input checked="" type="checkbox"/>	$-7 - i7$	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$-\frac{7\sqrt{3}}{2} + i\frac{7}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$7 + i7$	RF: Falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	$-7\sqrt{2} + i7\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	es gibt keine	DF: es gibt eine
<input type="checkbox"/>	$7 - i7$	RF: Falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	$-7\sqrt{2} - i7\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$-\frac{7\sqrt{3}}{2} - i\frac{7}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$7\sqrt{2} + i7\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$5 + i4\pi$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>