Blatt Nr 07.06

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 7

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 18 0 200407002	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.1: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-7 + i \cdot 2$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

x_1 = negativer Realteil, x_2 = Imaginärteil $x_1 > 0$, $x_2 > 0$, $x_1 \neq x_2$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7 \quad x_2 = 2$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $\qquad r^2 = a^2+b^2 \qquad$ und $\qquad \tan\phi = \dfrac{b}{a}$.

Rechnung:

$r^2 = (-7)^2 + 2^2 = 53$ und $\tan\phi = \frac{2}{-7}$.

$$\text{Für } z = a + ib \text{ gilt:} \qquad \phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = -7$ negativ ist, muss $\phi = \arctan_\pi \frac{b}{a}$ gewählt werden.
Damit gilt $r = \sqrt{53}$ und $\phi = \arctan_\pi \frac{-2}{7} = \arctan_0(-\frac{2}{7}) + \pi$.

$$\text{Also ist} \qquad z = \sqrt{53} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{2}{7})+\pi}$$

Angebotene Lösungen:

1 $\sqrt{-45} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{2}{7})}$	2 $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{2})+\pi)}$	3 $\sqrt{53} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{2}{7})}$
4 $\sqrt{-45} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{2}{7})+\pi)}$	5 $\sqrt{-45} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{2}{7})}$	6 es gibt keine
7 $\sqrt{-45} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{2}{7})+\pi)}$	8 $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{2}{7})+\pi)}$	9 $\sqrt{-45} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{2})}$
10 $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$	☒ $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{2}{7})+\pi)}$	12 $\sqrt{-45} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$

Fehlerinterpretation:

1 $\sqrt{-45} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{2}{7})}$	RF: falscher Radius
2 $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{7}{2})+\pi)}$	RF: falscher Quotient
3 $\sqrt{53} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{2}{7})}$	RF: falscher Zweig des arctan
4 $\sqrt{-45} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{2}{7})+\pi)}$	RF: falscher Radius
5 $\sqrt{-45} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{2}{7})}$	RF: falscher Radius
6 es gibt keine	DF: es gibt eine
7 $\sqrt{-45} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{2}{7})+\pi)}$	RF: falscher Radius
8 $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{2}{7})+\pi)}$	RF: falsches Vorzeichen
9 $\sqrt{-45} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{7}{2})}$	RF: falscher Radius, falscher Quotient
10 $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$	RF: falsches Vorzeichen, falscher Quotient
☒ $\sqrt{53} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{2}{7})+\pi)}$	richtig
12 $\sqrt{-45} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{7}{2})+\pi)}$	RF: falscher Radius, falscher Quotient

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 20 0 200407004	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.2: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 4\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{5\pi}{4}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

x_1 = Faktor von $\sqrt{2}$, $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r\cos\phi + ir\sin\phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r\cos\phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r\sin\phi$$

Rechnung:

$$\text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad \begin{array}{rcccl} a = \Re(z) = 4\sqrt{2}\cos(\frac{5\pi}{4}) & = & 4\sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) & = & -4 \quad \text{und} \\ b = \Im(z) = 4\sqrt{2}\sin(\frac{5\pi}{4}) & = & 4\sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) & = & -4. \end{array}$$

Damit ist $z = -4 - i4$.

Angebotene Lösungen:

1 $5 + i4\pi$	2 $4 + i4$	3 $4\sqrt{2} + i4\sqrt{2}$	4 $-4\sqrt{2} + i4\sqrt{2}$
5 $\frac{4\sqrt{3}}{2} + i2$	6 es gibt keine	☒ $-4 - i4$	8 $4 - i4$
9 $4\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$	10 $\frac{4\sqrt{3}}{2} - i2$	11 $4\sqrt{2} - i4\sqrt{2}$	12 $-4 + i4$

Fehlerinterpretation:

1	$5 + i4\pi$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
2	$4 + i4$	RF: Falsches Vorzeichen
3	$4\sqrt{2} + i4\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
4	$-4\sqrt{2} + i4\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
5	$\frac{4\sqrt{3}}{2} + i2$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
6	es gibt keine	DF: es gibt eine
☒	$-4 - i4$	richtig
8	$4 - i4$	RF: Falsches Vorzeichen
9	$4\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$	DF: Eulerformel nicht angewendet
10	$\frac{4\sqrt{3}}{2} - i2$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
11	$4\sqrt{2} - i4\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
12	$-4 + i4$	RF: Falsches Vorzeichen

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Logarithmen
keine	komplex	Nummer: 27 0 200407006	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.3: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z, für die gilt: $e^z = -4 - 7i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige ganze Zahl).

Parameter:

x_1 = Realteil, x_2 = Imaginärteil $x_1 > x_2 > 0$

Die Formel ist also $e^z = -x_1 - x_2$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \qquad x_2 = 7$.

Erklärung:

Es gilt $e^z = c \Leftrightarrow z = \ln c$. Sei $c = r \cdot e^{i\phi}$, dann gilt

$$\ln c = \ln(re^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + \ln(e^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + i(\phi + 2k\pi) \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-4-7i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r=\sqrt{(-4)^2+(-7)^2}=\sqrt{65}$ und (weil der Realteil von $-4-7i$ negativ ist) $\phi=\arctan_\pi\frac{-7}{-4}=\arctan_0(\frac{7}{4})+\pi$. Damit ist

$$\ln -4-i7 \quad = \quad \ln r+i(\phi+2k\pi) \quad = \quad \ln\sqrt{65}+i(\arctan_0(\frac{7}{4})+\pi+2k\pi) \quad = \quad \frac{\ln 65}{2}+i(\arctan_0(\frac{7}{4})+(2k+1)\pi)$$

Angebotene Lösungen:

[1] $\frac{\ln 65}{2}+i(\arctan_0(\frac{7}{4})+k\pi)$	[2] $\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+2k\pi)$
[3] $\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+k\pi)$	[4] es gibt keine
[5] $-\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+(2k+1)\pi)$	[X] $\frac{\ln 65}{2}+i(\arctan_0(\frac{7}{4})+(2k+1)\pi)$
[7] $\frac{\ln 65}{2}+i(\arctan_0(\frac{7}{4})+2k\pi)$	[8] $\sqrt{\ln 65}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+2k\pi)$
[9] $-\sqrt{\ln 65}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+k\pi)$	[10] $-\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+2k\pi)$
[11] $-\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+k\pi)$	[12] $\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+(2k+1)\pi)$

Fehlerinterpretation:

[1]	$\frac{\ln 65}{2}+i(\arctan_0(\frac{7}{4})+k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
[2]	$\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+2k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
[3]	$\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
[4]	es gibt keine	DF: es gibt eine
[5]	$-\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+(2k+1)\pi)$	RF: falsches Vorzeichen
[X]	$\frac{\ln 65}{2}+i(\arctan_0(\frac{7}{4})+(2k+1)\pi)$	richtig
[7]	$\frac{\ln 65}{2}+i(\arctan_0(\frac{7}{4})+2k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
[8]	$\sqrt{\ln 65}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+2k\pi)$	DF: falscher Ansatz π
[9]	$-\sqrt{\ln 65}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+k\pi)$	DF: falscher Ansatz π
[10]	$-\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+2k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
[11]	$-\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+k\pi)$	DF: falscher Faktor vor dem π
[12]	$\frac{\ln 65}{2}-i(\arctan_0(\frac{7}{4})+(2k+1)\pi)$	RF: falsches Vorzeichen

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Arithmetik
keine	komplex	Nummer: 32 0 200407007	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.4: Wandeln Sie den Quotienten $\frac{6+2i}{5+7i}$ in die Form $a+bi$ um.

Parameter:

$x_1, x_3 =$ Realteil, $x_2, x_4 =$ Imaginärteil $x_n > 0$

Die Formel ist also $\frac{x_1+x_2i}{x_3+x_4i}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1=6 \quad x_2=2 \quad x_3=5 \quad x_4=7$.

Erklärung:

Zu der Umwandlung müssen Sie den Bruch mit dem konjugiert komplexen des Nenners erweitern:

$$\frac{a_1+b_1i}{a_2+b_2i} \quad = \quad \frac{a_1+b_1i}{a_2+b_2i}\cdot\frac{a_2-b_2i}{a_2-b_2i} \quad = \quad \frac{a_1a_2+b_1b_2+i(a_2b_1-a_1b_2)}{a_1^2-ib_2a_2+ib_2a_2-i^2\cdot b_2^2} \quad = \quad \frac{a_1a_2+b_1b_2}{a_1^2+b_2^2}+\frac{a_2b_1-a_1b_2}{a_1^2+b_2^2}i$$

Rechnung:

$$\frac{6+2i}{5+7i} \quad = \quad \frac{(6+2i)\cdot(5-7i)}{(5+7i)\cdot(5-7i)} \quad = \quad \frac{6\cdot5+2\cdot7+i\cdot(5\cdot2-6\cdot7)}{5\cdot5+7\cdot7+i\cdot(5\cdot7-5\cdot7)} \quad = \quad \frac{44+-32i}{74} \quad = \quad \frac{22}{37}+\frac{-16}{37}i$$

Angebotene Lösungen:

1 $\frac{-11}{6} + \frac{-13}{6}i$	2 $\frac{8}{37} + \frac{-16}{37}i$	3 $\frac{6}{5} + \frac{-2}{7}i$	4 $\frac{-11}{6} + \frac{4}{3}i$
5 $\frac{-2}{3} + \frac{4}{3}i$	6 $\frac{22}{37} + \frac{26}{37}i$	7 $\frac{8}{37} + \frac{26}{37}i$	8 es gibt keinen
9 $\frac{6}{5} + \frac{2}{7}i$	10 $\frac{2}{7} + \frac{-6}{5}i$	11 $\frac{2}{7} + \frac{6}{5}i$	☒ $\frac{22}{37} + \frac{-16}{37}i$

Fehlerinterpretation:

1 $\frac{-11}{6} + \frac{-13}{6}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
2 $\frac{8}{37} + \frac{-16}{37}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
3 $\frac{6}{5} + \frac{-2}{7}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
4 $\frac{-11}{6} + \frac{4}{3}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
5 $\frac{-2}{3} + \frac{4}{3}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
6 $\frac{22}{37} + \frac{26}{37}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
7 $\frac{8}{37} + \frac{26}{37}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
8 es gibt keinen	DF: es gibt einen
9 $\frac{6}{5} + \frac{2}{7}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
10 $\frac{2}{7} + \frac{-6}{5}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
11 $\frac{2}{7} + \frac{6}{5}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
☒ $\frac{22}{37} + \frac{-16}{37}i$	richtig

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 37 0 200407003	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.5: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-i \cdot 7$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

x_1 = (negativer) Imaginärteil $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist
$x_1 = 7$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $\quad r^2 = a^2+b^2 \quad$ und $\quad \tan\phi = \dfrac{b}{a}$.

In diesem Sonderfall muss aber eine Asymptote des arctan gewählt werden.

Rechnung:

$r^2 = (-7)^2$ und $\tan\phi =$ ' $\frac{-7}{0}$ '.

Nach der Vorlesung gilt für $z = a + ib$: $\quad \phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$

Da $a = 0$ und $b < 0$ ist, gilt $\phi = -\frac{\pi}{2}$. Also ist $\quad z = 7 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$

Angebotene Lösungen:

1 $7 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$	2 $7 \cdot e^{i\pi}$	3 $-7 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$	4 es gibt keine
5 $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i\arctan_0(7)}$	6 $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i\arctan_0(-7)}$	7 $-7 \cdot e^{i\pi}$	8 $-7 \cdot e^{-i\pi}$
9 $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i\arctan_0(7)}$	10 $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i\arctan_0(-7)}$	☒ $7 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$	12 $7 \cdot e^{-i\pi}$

Fehlerinterpretation:

1	$7 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$	DF: falscher Winkel
2	$7 \cdot e^{i\pi}$	DF: falscher Winkel
3	$-7 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$	DF: r ist immer positiv
4	es gibt keine	DF: es gibt eine
5	$\frac{\pi}{2} \cdot e^{i\,\arctan_0(7)}$	DF: r und ϕ vertauscht
6	$\frac{\pi}{2} \cdot e^{i\,\arctan_0(-7)}$	DF: r und ϕ vertauscht
7	$-7 \cdot e^{i\pi}$	DF: r ist immer positiv
8	$-7 \cdot e^{-i\pi}$	DF: r ist immer positiv
9	$-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i\,\arctan_0(7)}$	DF: r und ϕ vertauscht
10	$-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i\,\arctan_0(-7)}$	DF: r und ϕ vertauscht
☒	$7 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$	richtig
12	$7 \cdot e^{-i\pi}$	DF: falscher Winkel

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Arithmetik
keine	komplex	Nummer: 67 0 200407008	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.6: Berechnen Sie das Produkt $(7 + 4i) \cdot (4 + 2i)$.

Parameter:

$x_1, x_3 =$ Realteil, $x_2, x_4 =$ Imaginärteil $x_n > 0$

Die Formel ist also $(x_1 + x_2 i) \cdot (x_3 + x_4 i)$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7 \quad x_2 = 4 \quad x_3 = 4 \quad x_4 = 2$.

Erklärung:

Wenden Sie das Distributivgesetz an: $(a_1 + b_1 i) \cdot (a_2 + b_2 i) \; = \; (a_1 \cdot a_2 \; - \; b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1) i$

Rechnung:

$$(7 + 4i) \cdot (4 + 2i) \; = \; (7 \cdot 4 - 4 \cdot 2) + (7 \cdot 2 + 4 \cdot 4) i \; = \; 20 + 30i$$

Angebotene Lösungen:

1 $-20 + 2i$	2 $28 + 8i$	3 $20 + -2i$	4 $-28 + -8i$
5 es gibt keines	☒ $20 + 30i$	7 $-20 + -30i$	8 $28 + -8i$
9 $-36 + -30i$	10 $36 + 30i$	11 $-28 + 8i$	12 $36 + -2i$

Fehlerinterpretation:

1	$-20 + 2i$	RF: falsch ausmultipliziert
2	$28 + 8i$	DF: falsch multipliziert
3	$20 + -2i$	RF: falsch ausmultipliziert
4	$-28 + -8i$	DF: falsch multipliziert
5	es gibt keines	DF: es gibt eines
☒	$20 + 30i$	richtig
7	$-20 + -30i$	RF: falsch ausmultipliziert
8	$28 + -8i$	DF: falsch multipliziert
9	$-36 + -30i$	RF: falsch ausmultipliziert
10	$36 + 30i$	RF: falsch ausmultipliziert
11	$-28 + 8i$	DF: falsch multipliziert
12	$36 + -2i$	RF: falsch ausmultipliziert

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Arithmetik
keine	komplex	Nummer: 74 0 200407009	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.7: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z, für die gilt: $z^6 = -6 - 7i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige natürliche Zahl zwischen 0 und 5).

Parameter:

x_1 = Potenz, x_2 = Realteil, x_3 = Imaginärteil $x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also $z^{x_1} = -x_2 - x_3 i$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 6 \quad x_3 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Moivre an:

$$\sqrt[n]{\overset{\circ}{z}} = \sqrt[n]{\overset{\circ}{(re^{i(\phi+2k\pi)})}} = \sqrt[n]{r} \cdot \sqrt[n]{e^{i(\phi+2k\pi)}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i\frac{\phi+2k\pi}{n}}$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-6 - 7i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-6)^2 + (-7)^2} = \sqrt{85}$ und (weil der Realteil von $-6 - 7i$ negativ ist) $\phi = \arctan_\pi \frac{-7}{-6} = \arctan_0(\frac{7}{6}) + \pi$. Damit ist

$$\sqrt[6]{-6-7i} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i\frac{\phi+2k\pi}{n}} = \sqrt[2\cdot 6]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+\pi+2k\pi}{6}} = \sqrt[12]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+(2k+1)\pi}{6}}$$

Angebotene Lösungen:

[1] $\pm\sqrt[6]{-7} - (\sqrt[6]{-6} + 2(k+1)\pi)i$	[2] $\pm\sqrt[6]{13} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+2k\pi}{6}}$	[3] es gibt keine
[4] $\pm\sqrt[6]{-6} + (\sqrt[6]{-7} + 2k\pi)i$	[5] $\sqrt[6]{13} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+2k\pi}{6}}$	[6] $\sqrt[6]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+(2k+1)\pi}{6}}$
[7] $\sqrt[12]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+2k\pi}{6}}$	[8] $\sqrt[6]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+2k\pi}{6}}$	[9] $\pm\sqrt[6]{6} \pm (\sqrt[6]{7} + 2(k+1)\pi)i$
[10] $\pm\sqrt[6]{-6} - (\sqrt[6]{-7} + 2(k+1)\pi)i$	[X] $\sqrt[12]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+(2k+1)\pi}{6}}$	[12] $\pm\sqrt[6]{6} \pm (\sqrt[6]{7} + 2k\pi)i$

Fehlerinterpretation:

[1] $\pm\sqrt[6]{-7} - (\sqrt[6]{-6} + 2(k+1)\pi)i$	DF: falsch die Wurzel gezogen
[2] $\pm\sqrt[6]{13} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+2k\pi}{6}}$	DF: falscher Radius
[3] es gibt keine	DF: es gibt eine
[4] $\pm\sqrt[6]{-6} + (\sqrt[6]{-7} + 2k\pi)i$	DF: falsch die Wurzel gezogen
[5] $\sqrt[6]{13} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+2k\pi}{6}}$	DF: falscher Radius
[6] $\sqrt[6]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+(2k+1)\pi}{6}}$	RF: falsche Wurzel
[7] $\sqrt[12]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+2k\pi}{6}}$	DF: falscher Faktor vor dem π
[8] $\sqrt[6]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+2k\pi}{6}}$	DF: falscher Faktor vor dem π
[9] $\pm\sqrt[6]{6} \pm (\sqrt[6]{7} + 2(k+1)\pi)i$	DF: falsch die Wurzel gezogen
[10] $\pm\sqrt[6]{-6} - (\sqrt[6]{-7} + 2(k+1)\pi)i$	DF: falsch die Wurzel gezogen
[X] $\sqrt[12]{85} \cdot e^{i\frac{\arctan_0(\frac{7}{6})+(2k+1)\pi}{6}}$	richtig
[12] $\pm\sqrt[6]{6} \pm (\sqrt[6]{7} + 2k\pi)i$	DF: falsch die Wurzel gezogen

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Polarkoordinaten
keine	komplex	Nummer: 85 0 200407005	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.8: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 6 \cdot e^{-i\cdot\frac{3}{5}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

x_1 = Betrag, x_2, x_3 = Argument ; $x_1, x_2 > 1$, $x_2 < x_3$

Die Formel ist also $z = x_1 \cdot e^{-i\cdot\frac{x_2}{x_3}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r\cos\phi + ir\sin\phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r\cos\phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r\sin\phi$$

Rechnung:

$$\text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a = \Re(z) = 6\cos(\tfrac{3}{5}) \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = 6\sin(\tfrac{-3}{5})$$

Damit ist $z = 6\cos\frac{3}{5} - i6\sin\frac{3}{5}$.

Angebotene Lösungen:

[1] $-6\cos\frac{3}{5} + 6i\sin\frac{3}{5}$	[2] $\frac{3}{5}\sin 6 + \frac{3}{5}i\cos 6$	[3] $6\sin\frac{3}{5} + 6i\cos\frac{3}{5}$	[4] es gibt keine
[X] $6\cos\frac{3}{5} - 6i\sin\frac{3}{5}$	[6] $6\sin\frac{3}{5} - 6i\cos\frac{3}{5}$	[7] $-6\sin\frac{3}{5} - 6i\cos\frac{3}{5}$	[8] $-\frac{3}{5}\cos 6 + \frac{3}{5}i\sin 6$
[9] $6\cos\frac{3}{5} + 6i\sin\frac{3}{5}$	[10] $-6\sin\frac{3}{5} + 6i\cos\frac{3}{5}$	[11] $-6\cos\frac{3}{5} - 6i\sin\frac{3}{5}$	[12] 162

Fehlerinterpretation:

[1]	$-6\cos\frac{3}{5} + 6i\sin\frac{3}{5}$	RF: falsches Vorzeichen	
[2]	$\frac{3}{5}\sin 6 + \frac{3}{5}i\cos 6$	DF: falsche Deutung von r und ϕ	
[3]	$6\sin\frac{3}{5} + 6i\cos\frac{3}{5}$	DF: falsche Winkelfunktionen	
[4]	es gibt keine	DF: es gibt eine	
[X]	$6\cos\frac{3}{5} - 6i\sin\frac{3}{5}$	richtig	
[6]	$6\sin\frac{3}{5} - 6i\cos\frac{3}{5}$	DF: falsche Winkelfunktionen	
[7]	$-6\sin\frac{3}{5} - 6i\cos\frac{3}{5}$	DF: falsche Winkelfunktionen	
[8]	$-\frac{3}{5}\cos 6 + \frac{3}{5}i\sin 6$	DF: falsche Deutung von r und ϕ	
[9]	$6\cos\frac{3}{5} + 6i\sin\frac{3}{5}$	RF: falsches Vorzeichen	
[10]	$-6\sin\frac{3}{5} + 6i\cos\frac{3}{5}$	DF: falsche Winkelfunktionen	
[11]	$-6\cos\frac{3}{5} - 6i\sin\frac{3}{5}$	RF: falsches Vorzeichen	
[12]	162	GL:	geratene Lösung

MV 04	Blatt 07	Kapitel 4.5	Umkehrmengenabbildung
keine	Funktionen	Nummer: 105 0 200407001	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 7.1.9: Sei $M := \{5, 9, 10, 12\}$ und $N := \{A, B, C, D, E\}$ und sei $f : M \to N$ definiert durch

$$f(5) := A \quad f(9) := C \quad f(10) := A \quad f(12) := A$$

Bestimmen Sie die Umkehrmengenabbildung $f^N(\{A, B\})$.

Parameter:

$x_n = n-$ te Zahl in N ($n \in 1..4$) $x_n > x_{n-1}$.
x_7 Anzahl der Elemente im Wertebereich N. $3 \leq x_7 \leq 6$

Erklärung:

Die Umkehrmengenabbildung f^N ist so definiert: Sei V eine beliebige Teilmenge von N, dann ist

$$f^N(V) := \{x \in M | \exists y \in V \text{mit } f(x) = y\}.$$

Rechnung:

A hat die Urbilder $5, 10, 12$ und B hat kein Urbild. Damit ist $f^N(\{A, B\}) = \{5, 10, 12\}$.

Angebotene Lösungen:

1 $\{10, 12\}$	2 N	3 $\emptyset$	4 $\{5, 9, 10, 12, \emptyset\}$
5 $\{5\}$	6 nicht definiert	7 $\{5, 9, 12\}$	8 $\{5, 9, 10\}$
9 $\{\emptyset, 10, 12\}$	10 $\{9, 10, 12\}$	☒ $\{5, 10, 12\}$	12 M

Fehlerinterpretation:

1	$\{10, 12\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
2	N	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
3	$\emptyset$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
4	$\{5, 9, 10, 12, \emptyset\}$	DF: $\emptyset$ ist kein Element von M
5	$\{5\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
6	nicht definiert	DF: diese existiert immer
7	$\{5, 9, 12\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
8	$\{5, 9, 10\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
9	$\{\emptyset, 10, 12\}$	DF: $\emptyset$ ist kein Element von M
10	$\{9, 10, 12\}$	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
☒	$\{5, 10, 12\}$	richtig
12	M	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu