

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 7

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 18 0 200407007 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.1: Wandeln Sie den Quotienten $\frac{5+7i}{7+8i}$ in die Form $a + bi$ um.

Parameter:

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also $\frac{x_1+x_2i}{x_3+x_4i}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 7$ $x_3 = 7$ $x_4 = 8$.

Erklärung:

Zu der Umwandlung müssen Sie den Bruch mit dem konjugiert komplexen des Nenners erweitern:

$$\frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} = \frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} \cdot \frac{a_2 - b_2i}{a_2 - b_2i} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + i(a_2b_1 - a_1b_2)}{a_1^2 - ib_2a_2 + ib_2a_2 - i^2 \cdot b_2^2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_1^2 + b_2^2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1^2 + b_2^2}i$$

Rechnung:

$$\frac{5 + 7i}{7 + 8i} = \frac{(5 + 7i) \cdot (7 - 8i)}{(7 + 8i) \cdot (7 - 8i)} = \frac{5 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + i \cdot (7 \cdot 7 - 5 \cdot 8)}{7 \cdot 7 + 8 \cdot 8 + i \cdot (7 \cdot 8 - 7 \cdot 8)} = \frac{91 + 9i}{113} = \frac{91}{113} + \frac{9}{113}i$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{-91}{15} + \frac{-89}{15}i$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{7}{5} + \frac{-3}{5}i$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{7}{8} + \frac{5}{7}i$ | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\frac{91}{113} + \frac{9}{113}i$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{-91}{15} + \frac{3}{5}i$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{-21}{113} + \frac{9}{113}i$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{5}{7} + \frac{-7}{8}i$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{5}{7} + \frac{7}{8}i$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{7}{8} + \frac{-5}{7}i$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{-21}{113} + \frac{89}{113}i$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{5}{8} + \frac{-5}{7}i$ | <input type="checkbox"/> 12 | es gibt keinen |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{-91}{15} + \frac{-89}{15}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{7}{5} + \frac{-3}{5}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{7}{8} + \frac{5}{7}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\frac{91}{113} + \frac{9}{113}i$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{-91}{15} + \frac{-3}{5}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{-21}{113} + \frac{9}{113}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{5}{7} + \frac{-7}{8}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{5}{7} + \frac{7}{8}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{7}{8} + \frac{-5}{7}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{-21}{113} + \frac{89}{113}i$ | RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{5}{8} + \frac{-5}{7}i$ | DF: Multiplikation nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12 | es gibt keinen | DF: es gibt einen |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 19 0 200407009 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.2: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $z^5 = -3 - 5i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige natürliche Zahl zwischen 0 und 4).

Parameter:

$x_1 = \text{Potenz}, x_2 = \text{Realteil}, x_3 = \text{Imaginärteil } x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also $z^{x_1} = -x_2 - x_3 i$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 3$ $x_3 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Moivre an:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r e^{i(\phi+2k\pi)}} = \sqrt[n]{r} \cdot \sqrt[n]{e^{i(\phi+2k\pi)}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{n}}$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-3 - 5i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$ und (weil der Realteil von $-3 - 5i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-5}{-3} = \arctan_0(\frac{5}{3}) + \pi$. Damit ist

$$\sqrt[5]{-3 - 5i} = \sqrt[5]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{n}} = \sqrt[5]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + \pi + 2k\pi}{5}} = \sqrt[5]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi}{5}}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|--|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt[5]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\pm \sqrt[5]{3} \pm (\sqrt[5]{5} + 2(k+1)\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt[5]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\sqrt[10]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[5]{-3} - (\sqrt[5]{-5} + 2(k+1)\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\pm \sqrt[5]{-3} + (\sqrt[5]{-5} + 2k\pi)i$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\pm \sqrt[5]{-5} - (\sqrt[5]{-3} + 2(k+1)\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\pm \sqrt[5]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 9 | $\pm \sqrt[5]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\sqrt[5]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ | <input type="checkbox"/> 11 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 12 | $\sqrt[10]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt[5]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi}{5}}$ | RF: falsche Wurzel |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\pm \sqrt[5]{3} \pm (\sqrt[5]{5} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt[5]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Radius |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | $\sqrt[10]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + (2k+1)\pi}{5}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[5]{-3} - (\sqrt[5]{-5} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\pm \sqrt[5]{-3} + (\sqrt[5]{-5} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\pm \sqrt[5]{-5} - (\sqrt[5]{-3} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\pm \sqrt[5]{8} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\pm \sqrt[5]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\sqrt[5]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 11 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\sqrt[10]{34} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{5}{3}) + 2k\pi}{5}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 4.5 Umkehrmengenabbildung
keine Funktionen Nummer: 31 0 200407001 Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.3: Sei $M := \{5, 9, 11, 13\}$ und $N := \{A, B, C, D, E\}$ und sei $f : M \rightarrow N$ definiert durch

$$f(5) := A \quad f(9) := C \quad f(11) := A \quad f(13) := A$$

Bestimmen Sie die Umkehrmengenabbildung $f^N(\{A, B\})$.

Parameter:

$x_n = n$ -te Zahl in N ($n \in 1..4$) $x_n > x_{n-1}$.
 x_7 Anzahl der Elemente im Wertebereich N . $3 \leq x_7 \leq 6$

Erklärung:

Die Umkehrmengenabbildung f^N ist so definiert: Sei V eine beliebige Teilmenge von N , dann ist

$$f^N(V) := \{x \in M \mid \exists y \in V \text{ mit } f(x) = y\}.$$

Rechnung:

A hat die Urbilder 5, 11, 13 und B hat kein Urbild. Damit ist $f^N(\{A, B\}) = \{5, 11, 13\}$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\{\emptyset, 11, 13\}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\{9, 11, 13\}$ | <input type="checkbox"/> 3 M | <input type="checkbox"/> 4 nicht definiert |
| <input type="checkbox"/> 5 N | <input type="checkbox"/> 6 $\{5, 9, 11\}$ | <input type="checkbox"/> 7 \emptyset | <input type="checkbox"/> 8 $\{5, 9, 13\}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\{5\}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\{5, 9, 11, 13, \emptyset\}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 $\{5, 11, 13\}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\{5, 11, 13, \emptyset\}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\{\emptyset, 11, 13\}$ | DF: \emptyset ist kein Element von M |
| <input type="checkbox"/> 2 $\{9, 11, 13\}$ | DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 M | DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 nicht definiert | DF: diese existiert immer |
| <input type="checkbox"/> 5 N | DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 $\{5, 9, 11\}$ | DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 \emptyset | DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 $\{5, 9, 13\}$ | DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $\{5\}$ | DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\{5, 9, 11, 13, \emptyset\}$ | DF: \emptyset ist kein Element von M |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 $\{5, 11, 13\}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 12 $\{5, 11, 13, \emptyset\}$ | DF: \emptyset ist kein Element von M |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 48 0 200407005 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.4: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 2 \cdot e^{-i \cdot \frac{3}{10}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 = \text{Betrag}, x_2, x_3 = \text{Argument}; x_1, x_2 > 1, x_2 < x_3$

Die Formel ist also $z = x_1 \cdot e^{-i \cdot \frac{x_2}{x_3}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 10$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

$$\text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a = \Re(z) = 2 \cos\left(\frac{3}{10}\right) \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = 2 \sin\left(\frac{-3}{10}\right)$$

$$\text{Damit ist } z = 2 \cos \frac{3}{10} - i2 \sin \frac{3}{10}.$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $-2 \cos \frac{3}{10} + 2i \sin \frac{3}{10}$ | <input type="checkbox"/> 2 $-2 \sin \frac{3}{10} - 2i \cos \frac{3}{10}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 $2 \cos \frac{3}{10} - 2i \sin \frac{3}{10}$ | <input type="checkbox"/> 4 $2 \sin \frac{3}{10} + 2i \cos \frac{3}{10}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $2 \sin \frac{3}{10} - 2i \cos \frac{3}{10}$ | <input type="checkbox"/> 6 $-2 \sin \frac{3}{10} + 2i \cos \frac{3}{10}$ | <input type="checkbox"/> 7 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{3}{10} \sin 2 + \frac{3}{10} i \cos 2$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $2 \cos \frac{3}{10} + 2i \sin \frac{3}{10}$ | <input type="checkbox"/> 10 $-\frac{3}{10} \cos 2 + \frac{3}{10} i \sin 2$ | <input type="checkbox"/> 11 $-2 \cos \frac{3}{10} - 2i \sin \frac{3}{10}$ | <input type="checkbox"/> 12 162 |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$-2 \cos \frac{3}{10} + 2i \sin \frac{3}{10}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 2	$-2 \sin \frac{3}{10} - 2i \cos \frac{3}{10}$	DF: falsche Winkelfunktionen
<input checked="" type="checkbox"/> 3	$2 \cos \frac{3}{10} - 2i \sin \frac{3}{10}$	richtig
<input type="checkbox"/> 4	$2 \sin \frac{3}{10} + 2i \cos \frac{3}{10}$	DF: falsche Winkelfunktionen
<input type="checkbox"/> 5	$2 \sin \frac{3}{10} - 2i \cos \frac{3}{10}$	DF: falsche Winkelfunktionen
<input type="checkbox"/> 6	$-2 \sin \frac{3}{10} + 2i \cos \frac{3}{10}$	DF: falsche Winkelfunktionen
<input type="checkbox"/> 7	es gibt keine	DF: es gibt eine
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{3}{10} \sin 2 + \frac{3}{10} i \cos 2$	DF: falsche Deutung von r und ϕ
<input type="checkbox"/> 9	$2 \cos \frac{3}{10} + 2i \sin \frac{3}{10}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 10	$-\frac{3}{10} \cos 2 + \frac{3}{10} i \sin 2$	DF: falsche Deutung von r und ϕ
<input type="checkbox"/> 11	$-2 \cos \frac{3}{10} - 2i \sin \frac{3}{10}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/> 12	162	GL: geratene Lösung

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 59 0 200407003 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.5: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-i \cdot 3$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ (negativer) Imaginärteil $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist

$x_1 = 3$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

In diesem Sonderfall muss aber eine Asymptote des arctan gewählt werden.

Rechnung:

$r^2 = (-3)^2$ und $\tan \phi = \frac{-3}{0}$.

Nach der Vorlesung gilt für $z = a + ib$:

$$\phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_{\pi} \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = 0$ und $b < 0$ ist, gilt $\phi = -\frac{\pi}{2}$. Also ist $z = 3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$3 \cdot e^{-i\pi}$	<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$	<input type="checkbox"/> 4	$-3 \cdot e^{i\pi}$
<input type="checkbox"/> 5	$-3 \cdot e^{-i\pi}$	<input type="checkbox"/> 6	$3 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$	<input type="checkbox"/> 7	$-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$
<input type="checkbox"/> 9	$-3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$	<input type="checkbox"/> 10	es gibt keine	<input checked="" type="checkbox"/> 11	$3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$	<input type="checkbox"/> 12	$3 \cdot e^{i\pi}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$3 \cdot e^{-i\pi}$	DF: falscher Winkel
<input type="checkbox"/> 2	$-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$	DF: r und ϕ vertauscht
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$	DF: r und ϕ vertauscht
<input type="checkbox"/> 4	$-3 \cdot e^{i\pi}$	DF: r ist immer positiv
<input type="checkbox"/> 5	$-3 \cdot e^{-i\pi}$	DF: r ist immer positiv
<input type="checkbox"/> 6	$3 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$	DF: falscher Winkel
<input type="checkbox"/> 7	$-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-3)}$	DF: r und ϕ vertauscht
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(3)}$	DF: r und ϕ vertauscht
<input type="checkbox"/> 9	$-3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$	DF: r ist immer positiv
<input type="checkbox"/> 10	es gibt keine	DF: es gibt eine
<input checked="" type="checkbox"/> 11	$3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$	richtig
<input type="checkbox"/> 12	$3 \cdot e^{i\pi}$	DF: falscher Winkel

Aufgabe 7.1.6: Berechnen Sie das Produkt $(3 + 6i) \cdot (2 + 2i)$.

Parameter:

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also $(x_1 + x_2i) \cdot (x_3 + x_4i)$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 6 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = 2$.

Erklärung:

Wenden Sie das Distributivgesetz an: $(a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)i$

Rechnung:

$$(3 + 6i) \cdot (2 + 2i) = (3 \cdot 2 - 6 \cdot 2) + (3 \cdot 2 + 6 \cdot 2)i = -6 + 18i$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--------------|---------------------------------------|------------|-----------------------------|-------------|-----------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-18 + -18i$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-6 + -6i$ | <input type="checkbox"/> 3 | $6 + -18i$ | <input type="checkbox"/> 4 | $6 + -12i$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $18 + 18i$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $-6 + 18i$ | <input type="checkbox"/> 7 | $18 + -6i$ | <input type="checkbox"/> 8 | $6 + 6i$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-6 + 12i$ | <input type="checkbox"/> 10 | $6 + 12i$ | <input type="checkbox"/> 11 | $-6 + -12i$ | <input type="checkbox"/> 12 | es gibt keines |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|----------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-18 + -18i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-6 + -6i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 3 | $6 + -18i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 4 | $6 + -12i$ | DF: falsch multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 5 | $18 + 18i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $-6 + 18i$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 | $18 + -6i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 8 | $6 + 6i$ | RF: falsch ausmultipliziert |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-6 + 12i$ | DF: falsch multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 10 | $6 + 12i$ | DF: falsch multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-6 + -12i$ | DF: falsch multipliziert |
| <input type="checkbox"/> 12 | es gibt keines | DF: es gibt eines |

Aufgabe 7.1.7: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $e^z = -4 - 6i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige ganze Zahl).

Parameter:

$x_1 = \text{Realteil}, x_2 = \text{Imaginärteil } x_1 > x_2 > 0$

Die Formel ist also $e^z = -x_1 - x_2i$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 6$.

Erklärung:

Es gilt $e^z = c \Leftrightarrow z = \ln c$. Sei $c = r \cdot e^{i\phi}$, dann gilt

$$\ln c = \ln(re^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + \ln(e^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + i(\phi + 2k\pi) \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-4 - 6i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2} = \sqrt{52}$ und (weil der Realteil von $-4 - 6i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-6}{-4} = \arctan_0(\frac{3}{2}) + \pi$. Damit ist

$$\ln -4 - i6 = \ln r + i(\phi + 2k\pi) = \ln \sqrt{52} + i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + \pi + 2k\pi) = \frac{\ln 52}{2} + i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + (2k+1)\pi)$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{\ln 52}{2} + i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\sqrt{\ln 52} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + 2k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + k\pi)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $\frac{\ln 52}{2} + i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + (2k+1)\pi)$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + (2k+1)\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{\ln 52}{2} + i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 10 | $-\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + (2k+1)\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 11 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 12 | $-\sqrt{\ln 52} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + k\pi)$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{\ln 52}{2} + i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\sqrt{\ln 52} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Ansatz π |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $\frac{\ln 52}{2} + i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + (2k+1)\pi)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + (2k+1)\pi)$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{\ln 52}{2} + i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 10 | $-\frac{\ln 52}{2} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + (2k+1)\pi)$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 11 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-\sqrt{\ln 52} - i(\arctan_0(\frac{3}{2}) + k\pi)$ | DF: falscher Ansatz π |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 75 0 200407004 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.8: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 3\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{5\pi}{4}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$$x_1 = \text{Faktor von } \sqrt{2}, x_1 > 0$$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a &= \Re(z) = 3\sqrt{2} \cos(\frac{5\pi}{4}) = 3\sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -3 \quad \text{und} \\ b &= \Im(z) = 3\sqrt{2} \sin(\frac{5\pi}{4}) = 3\sqrt{2} \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -3. \end{aligned}$$

Damit ist $z = -3 - i3$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|-----------|-----------------------------|--------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $5\sqrt{2} + i4\pi\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $3 + i3$ | <input type="checkbox"/> 3 | $3 - i3$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-3\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\frac{3\sqrt{3}}{2} - i\frac{3}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-3 + i3$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{3\sqrt{3}}{2} + i\frac{3}{2}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-3\sqrt{2} - i3\sqrt{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{3\sqrt{3}}{2} - i\frac{3}{2}$ | <input type="checkbox"/> X | $-3 - i3$ | <input type="checkbox"/> 11 | $3\sqrt{2} - i3\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $5 + i4\pi$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $5\sqrt{2} + i4\pi\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $3 + i3$ | RF: Falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $3 - i3$ | RF: Falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-3\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\frac{3\sqrt{3}}{2} - i\frac{3}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-3 + i3$ | RF: Falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{3\sqrt{3}}{2} + i\frac{3}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 | $-3\sqrt{2} - i3\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{3\sqrt{3}}{2} - i\frac{3}{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> X | $-3 - i3$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $3\sqrt{2} - i3\sqrt{2}$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $5 + i4\pi$ | RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 106 0 200407002 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.9: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-4 + i \cdot 5$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ negativer Realteil, $x_2 =$ Imaginärteil $x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 \neq x_2$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

Rechnung:

$r^2 = (-4)^2 + 5^2 = 41$ und $\tan \phi = \frac{5}{-4}$.

$$\text{Für } z = a + ib \text{ gilt: } \phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = -4$ negativ ist, muss $\phi = \arctan_\pi \frac{b}{a}$ gewählt werden.

Damit gilt $r = \sqrt{41}$ und $\phi = \arctan_\pi \frac{-5}{-4} = \arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi$.

$$\text{Also ist } z = \sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | |
|-----------------------------|---|-----------------------------|--|----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{4}{5}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{4}{5})}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{5}{4}) + \pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{4}{5}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{4}{5})}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{4}{5}) + \pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{5}{4})}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{5}{4})}$ | <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{5}{4}) + \pi)}$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{4}{5})}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{5}{4})}$ | <input type="checkbox"/> X | $\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi)}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{4}{5})+\pi)}$	RF: falscher Radius, falscher Quotient
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{4}{5})}$	RF: falscher Radius, falscher Quotient
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{5}{4})+\pi)}$	RF: falscher Radius
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{4}{5})+\pi)}$	RF: falsches Vorzeichen, falscher Quotient
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{4}{5})}$	RF: falscher Radius, falscher Quotient
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{4}{5})+\pi)}$	RF: falscher Radius, falscher Quotient
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{5}{4})}$	RF: falscher Zweig des arctan
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{5}{4})}$	RF: falscher Radius
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{5}{4})+\pi)}$	RF: falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{4}{5})}$	RF: falscher Zweig des arctan , falscher Quotient
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{5}{4})}$	RF: falscher Zweig des arctan
<input checked="" type="checkbox"/>	$\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{5}{4})+\pi)}$	richtig

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>