

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 7

MV 04	Blatt 07	Kapitel 4.5	Umkehrmengenabbildung
keine	Funktionen	Nummer: 15 0 200407001	Kl: 14G
Grad: 40	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 7.1.1: Sei $M := \{3, 4, 9, 14\}$ und $N := \{A, B, C, D, E\}$ und sei $f : M \rightarrow N$ definiert durch

$$f(3) := A \quad f(4) := C \quad f(9) := A \quad f(14) := A$$

Bestimmen Sie die Umkehrmengenabbildung $f^N(\{A, B\})$.

Parameter:

$x_n = n - te$ Zahl in N ($n \in 1..4$) $x_n > x_{n-1}$.

x_7 Anzahl der Elemente im Wertebereich N . $3 \leq x_7 \leq 6$

Erklärung:

Die Umkehrmengenabbildung f^N ist so definiert: Sei V eine beliebige Teilmenge von N , dann ist

$$f^N(V) := \{x \in M \mid \exists y \in V \text{ mit } f(x) = y\}.$$

Rechnung:

A hat die Urbilder $3, 9, 14$ und B hat kein Urbild. Damit ist $f^N(\{A, B\}) = \{3, 9, 14\}$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1 {9, 14}	<input type="checkbox"/> 2 N	<input type="checkbox"/> 3 \emptyset	<input type="checkbox"/> 4 nicht definiert
<input type="checkbox"/> 5 {3}	<input checked="" type="checkbox"/> 6 {3, 9, 14}	<input type="checkbox"/> 7 {3, 4, 14}	<input type="checkbox"/> 8 {3, 4, 9}
<input type="checkbox"/> 9 M	<input type="checkbox"/> 10 {3, 9, 14, \emptyset }	<input type="checkbox"/> 11 {4, 9, 14}	<input type="checkbox"/> 12 {3, 4, 9, 14, \emptyset }

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1 {9, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2 N	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3 \emptyset	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 4 nicht definiert	DF: diese existiert immer
<input type="checkbox"/> 5 {3}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 6 {3, 9, 14}	richtig
<input type="checkbox"/> 7 {3, 4, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8 {3, 4, 9}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9 M	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10 {3, 9, 14, \emptyset }	DF: \emptyset ist kein Element von M
<input type="checkbox"/> 11 {4, 9, 14}	DF: Umkehrmengenabbildung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12 {3, 4, 9, 14, \emptyset }	DF: \emptyset ist kein Element von M

MV 04	Blatt 07	Kapitel 5.1	Logarithmen
keine	komplex	Nummer: 23 0 200407006	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

Aufgabe 7.1.2: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $e^z = -8 - 7i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige ganze Zahl).

Parameter:

$x_1 = \text{Realteil}$, $x_2 = \text{Imaginärteil}$ $x_1 > x_2 > 0$

Die Formel ist also $e^z = -x_1 - x_2$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

Es gilt $e^z = c \Leftrightarrow z = \ln c$. Sei $c = r \cdot e^{i\phi}$, dann gilt

$$\ln c = \ln(re^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + \ln(e^{i(\phi+2k\pi)}) = \ln r + i(\phi + 2k\pi) \quad \forall k \in \mathbb{Z}.$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-8 - 7i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-8)^2 + (-7)^2} = \sqrt{113}$ und (weil der Realteil von $-8 - 7i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-7}{-8} = \arctan_0(\frac{7}{8}) + \pi$. Damit ist

$$\ln -8 - i7 = \ln r + i(\phi + 2k\pi) = \ln \sqrt{113} + i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + \pi + 2k\pi) = \frac{\ln 113}{2} + i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + (2k+1)\pi)$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|-----------------------------|--|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + (2k+1)\pi)$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + 2k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 4 | $-\sqrt{\ln 113} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + (2k+1)\pi)$ | <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{\ln 113}{2} + i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + (2k+1)\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + 2k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt{\ln 113} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + 2k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{\ln 113}{2} + i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + 2k\pi)$ |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + k\pi)$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{\ln 113}{2} + i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + k\pi)$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + (2k+1)\pi)$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 3 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-\sqrt{\ln 113} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + k\pi)$ | DF: falscher Ansatz π |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + (2k+1)\pi)$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $\frac{\ln 113}{2} + i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + (2k+1)\pi)$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt{\ln 113} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Ansatz π |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{\ln 113}{2} + i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + 2k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{\ln 113}{2} - i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{\ln 113}{2} + i(\arctan_0(\frac{7}{8}) + k\pi)$ | DF: falscher Faktor vor dem π |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 33 0 200407003 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.3: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-i \cdot 6$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ (negativer) Imaginärteil $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist

$x_1 = 6$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

In diesem Sonderfall muss aber eine Asymptote des arctan gewählt werden.

Rechnung:

$$r^2 = (-6)^2 \text{ und } \tan \phi = \frac{-6}{0}.$$

Nach der Vorlesung gilt für $z = a + ib$:

$$\phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = 0$ und $b < 0$ ist, gilt $\phi = -\frac{\pi}{2}$. Also ist $z = 6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|----------------------|-----------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | $6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 3 | $6 \cdot e^{-i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $-6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $6 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(6)}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $-6 \cdot e^{-i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-6)}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(6)}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-6)}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $6 \cdot e^{i\pi}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $-6 \cdot e^{i\pi}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|-------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | $6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 2 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 3 | $6 \cdot e^{-i\pi}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 4 | $-6 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 5 | $6 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(6)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-6 \cdot e^{-i\pi}$ | DF: r ist immer positiv |
| <input type="checkbox"/> 8 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-6)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(6)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{\pi}{2} \cdot e^{i \arctan_0(-6)}$ | DF: r und ϕ vertauscht |
| <input type="checkbox"/> 11 | $6 \cdot e^{i\pi}$ | DF: falscher Winkel |
| <input type="checkbox"/> 12 | $-6 \cdot e^{i\pi}$ | DF: r ist immer positiv |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 38 0 200407007 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.4: Wandeln Sie den Quotienten $\frac{4+2i}{7+10i}$ in die Form $a + bi$ um.

Parameter:

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also $\frac{x_1+x_2i}{x_3+x_4i}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 2$ $x_3 = 7$ $x_4 = 10$.

Erklärung:

Zu der Umwandlung müssen Sie den Bruch mit dem konjugiert komplexen des Nenners erweitern:

$$\frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} = \frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} \cdot \frac{a_2 - b_2i}{a_2 - b_2i} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + i(a_2b_1 - a_1b_2)}{a_1^2 - ib_2a_2 + ib_2a_2 - i^2 \cdot b_2^2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_1^2 + b_2^2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1^2 + b_2^2}i$$

Rechnung:

$$\frac{4 + 2i}{7 + 10i} = \frac{(4 + 2i) \cdot (7 - 10i)}{(7 + 10i) \cdot (7 - 10i)} = \frac{4 \cdot 7 + 2 \cdot 10 + i \cdot (7 \cdot 2 - 4 \cdot 10)}{7 \cdot 7 + 10 \cdot 10 + i \cdot (7 \cdot 10 - 7 \cdot 10)} = \frac{48 + -26i}{149} = \frac{48}{149} + \frac{-26}{149}i$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|--|-------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{8}{149} + \frac{-26}{149}i$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{1}{5} + \frac{4}{7}i$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{-16}{17} + \frac{-18}{17}i$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{4}{7} + \frac{1}{5}i$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{4}{7} + \frac{-1}{5}i$ | <input type="checkbox"/> 6 | es gibt keinen | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{-16}{17} + \frac{26}{51}i$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{8}{149} + \frac{54}{149}i$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{2}{5} + -2i$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{1}{5} + \frac{-4}{7}i$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 | $\frac{48}{149} + \frac{-26}{149}i$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{-8}{51} + \frac{26}{51}i$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{8}{149} + \frac{-26}{149}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{5} + \frac{4}{7}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{-16}{17} + \frac{-18}{17}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{4}{7} + \frac{1}{5}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{4}{7} + \frac{-1}{5}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 6	es gibt keinen	DF: es gibt einen
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{-16}{17} + \frac{26}{51}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{8}{149} + \frac{54}{149}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{2}{5} + -2i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{5} + \frac{-4}{7}i$	DF: Multiplikation nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> 11	$\frac{48}{149} + \frac{-26}{149}i$	richtig
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{-8}{51} + \frac{26}{51}i$	RF: Multiplikation bzw. Erweiterung falsch

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 53 0 200407008 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.5: Berechnen Sie das Produkt $(5 + 5i) \cdot (7 + 3i)$.

Parameter:

$x_1, x_3 = \text{Realteil}, x_2, x_4 = \text{Imaginärteil } x_n > 0$

Die Formel ist also $(x_1 + x_2i) \cdot (x_3 + x_4i)$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 5$ $x_3 = 7$ $x_4 = 3$.

Erklärung:

Wenden Sie das Distributivgesetz an: $(a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)i$

Rechnung:

$$(5 + 5i) \cdot (7 + 3i) = (5 \cdot 7 - 5 \cdot 3) + (5 \cdot 3 + 5 \cdot 7)i = 20 + 50i$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$35 + -15i$	<input type="checkbox"/> 2	$-20 + -50i$	<input type="checkbox"/> 3	es gibt keines	<input type="checkbox"/> 4	$-35 + 15i$
<input type="checkbox"/> 5	$35 + 15i$	<input type="checkbox"/> 6	$-50 + -50i$	<input type="checkbox"/> 7	$50 + -20i$	<input checked="" type="checkbox"/> 8	$20 + 50i$
<input type="checkbox"/> 9	$20 + -20i$	<input type="checkbox"/> 10	$-20 + 20i$	<input type="checkbox"/> 11	$50 + 50i$	<input type="checkbox"/> 12	$-35 + -15i$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$35 + -15i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 2	$-20 + -50i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 3	es gibt keines	DF: es gibt eines
<input type="checkbox"/> 4	$-35 + 15i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 5	$35 + 15i$	DF: falsch multipliziert
<input type="checkbox"/> 6	$-50 + -50i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 7	$50 + -20i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input checked="" type="checkbox"/> 8	$20 + 50i$	richtig
<input type="checkbox"/> 9	$20 + -20i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 10	$-20 + 20i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 11	$50 + 50i$	RF: falsch ausmultipliziert
<input type="checkbox"/> 12	$-35 + -15i$	DF: falsch multipliziert

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 54 0 200407002 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.6: Wandeln Sie die komplexe Zahl $-4 + i \cdot 5$ in Polarkoordinaten der Form $r \cdot e^{i\phi}$ um.

Parameter:

$x_1 =$ negativer Realteil, $x_2 =$ Imaginärteil $x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 \neq x_2$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 5$.

Erklärung:

Für den Radius r und den Winkel ϕ gelten die Gleichungen $r^2 = a^2 + b^2$ und $\tan \phi = \frac{b}{a}$.

Rechnung:

$r^2 = (-4)^2 + 5^2 = 41$ und $\tan \phi = \frac{5}{-4}$.

$$\text{Für } z = a + ib \text{ gilt: } \phi = \begin{cases} \arctan_0 \frac{b}{a} & \text{für } a > 0 \\ \arctan_\pi \frac{b}{a} & \text{für } a < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

Da $a = -4$ negativ ist, muss $\phi = \arctan_\pi \frac{b}{a}$ gewählt werden.

Damit gilt $r = \sqrt{41}$ und $\phi = \arctan_\pi \frac{-5}{4} = \arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi$.

$$\text{Also ist } z = \sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi}$$

Angebote Lösungen:

- | | | |
|--|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{5}{4})}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 4 $\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{4}{5})}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{4}{5}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 5 $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{4}{5}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{4}{5})}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{5}{4})}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{5}{4}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 9 es gibt keine |
| <input type="checkbox"/> 10 $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{5}{4})}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{5}{4}) + \pi)}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi)}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{5}{4})}$ | RF: falscher Radius |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 $\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi)}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 3 $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(-\frac{4}{5})}$ | RF: falscher Zweig des arctan, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 4 $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{4}{5}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 5 $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{4}{5}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 6 $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{4}{5})}$ | RF: falscher Zweig des arctan, falscher Quotient |
| <input type="checkbox"/> 7 $\sqrt{9} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{5}{4})}$ | RF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 8 $\sqrt{41} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{5}{4}) + \pi)}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 9 es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 10 $\sqrt{41} \cdot e^{i \arctan_0(\frac{5}{4})}$ | RF: falscher Zweig des arctan |
| <input type="checkbox"/> 11 $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(\frac{5}{4}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 12 $\sqrt{9} \cdot e^{i(\arctan_0(-\frac{5}{4}) + \pi)}$ | RF: falscher Radius |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 55 0 200407005 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.7: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 6 \cdot e^{-i \cdot \frac{3}{6}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 =$ Betrag, $x_2, x_3 =$ Argument ; $x_1, x_2 > 1, x_2 < x_3$

Die Formel ist also $z = x_1 \cdot e^{-i \cdot \frac{x_2}{x_3}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 3$ $x_3 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

Nach der Formel von Euler gilt: $a = \Re(z) = 6 \cos(\frac{3}{6})$ und $b = \Im(z) = 6 \sin(\frac{-3}{6})$

Damit ist $z = 6 \cos \frac{1}{2} - i6 \sin \frac{1}{2}$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|--|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{1}{2} \sin 6 + \frac{1}{2} i \cos 6$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-6 \sin \frac{1}{2} - 6i \cos \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $-6 \cos \frac{1}{2} + 6i \sin \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $6 \cos \frac{1}{2} + 6i \sin \frac{1}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $6 \sin \frac{1}{2} + 6i \cos \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $-6 \sin \frac{1}{2} + 6i \cos \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $-\frac{1}{2} \cos 6 + \frac{1}{2} i \sin 6$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $6 \cos \frac{1}{2} - 6i \sin \frac{1}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $6 \sin \frac{1}{2} - 6i \cos \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 10 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 11 | $-6 \cos \frac{1}{2} - 6i \sin \frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | 162 |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{1}{2} \sin 6 + \frac{1}{2} i \cos 6$ | DF: falsche Deutung von r und ϕ |
| <input type="checkbox"/> 2 | $-6 \sin \frac{1}{2} - 6i \cos \frac{1}{2}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-6 \cos \frac{1}{2} + 6i \sin \frac{1}{2}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $6 \cos \frac{1}{2} + 6i \sin \frac{1}{2}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $6 \sin \frac{1}{2} + 6i \cos \frac{1}{2}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $-6 \sin \frac{1}{2} + 6i \cos \frac{1}{2}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $-\frac{1}{2} \cos 6 + \frac{1}{2} i \sin 6$ | DF: falsche Deutung von r und ϕ |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $6 \cos \frac{1}{2} - 6i \sin \frac{1}{2}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | $6 \sin \frac{1}{2} - 6i \cos \frac{1}{2}$ | DF: falsche Winkelfunktionen |
| <input type="checkbox"/> 10 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 11 | $-6 \cos \frac{1}{2} - 6i \sin \frac{1}{2}$ | RF: falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 12 | 162 | GL: geratene Lösung |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Arithmetik
keine komplex Nummer: 99 0 200407009 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.8: Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , für die gilt: $z^6 = -7 - 4i$ (bei der Lösung sei k eine beliebige natürliche Zahl zwischen 0 und 5).

Parameter:

$x_1 =$ Potenz, $x_2 =$ Realteil, $x_3 =$ Imaginärteil $x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also $z^{x_1} = -x_2 - x_3 i$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 7$ $x_3 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Moivre an:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{(r e^{i(\phi+2k\pi)})} = \sqrt[n]{r} \cdot \sqrt[n]{e^{i(\phi+2k\pi)}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{n}}$$

Rechnung:

Wir müssen zunächst $-7 - 4i$ in Polarkoordinaten umwandeln: Es gilt $r = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2} = \sqrt{65}$ und (weil der Realteil von $-7 - 4i$ negativ ist) $\phi = \arctan_{\pi} \frac{-4}{-7} = \arctan_0(\frac{4}{7}) + \pi$. Damit ist

$$\sqrt[6]{-7-4i} = \sqrt[6]{r} \cdot e^{i \frac{\phi+2k\pi}{6}} = \sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+\pi+2k\pi}{6}} = \sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+(2k+1)\pi}{6}}$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | |
|-----------------------------|---|-----------------------------|---|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\pm \sqrt[6]{-7} - (\sqrt[6]{-4} + 2(k+1)\pi)i$ | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $\sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+(2k+1)\pi}{6}}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\pm \sqrt[6]{-7} + (\sqrt[6]{-4} + 2k\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[6]{7} \pm (\sqrt[6]{4} + 2k\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\pm \sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\pm \sqrt[6]{-4} - (\sqrt[6]{-7} + 2(k+1)\pi)i$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\pm \sqrt[6]{11} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ | <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ |
| <input type="checkbox"/> 10 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt[6]{11} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\pm \sqrt[6]{7} \pm (\sqrt[6]{4} + 2(k+1)\pi)i$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\pm \sqrt[6]{-7} - (\sqrt[6]{-4} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $\sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+(2k+1)\pi}{6}}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\pm \sqrt[6]{-7} + (\sqrt[6]{-4} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\pm \sqrt[6]{7} \pm (\sqrt[6]{4} + 2k\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\pm \sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\pm \sqrt[6]{-4} - (\sqrt[6]{-7} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\pm \sqrt[6]{11} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ | DF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\sqrt[6]{65} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ | DF: falscher Faktor vor dem π |
| <input type="checkbox"/> 10 | es gibt keine | DF: es gibt eine |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\sqrt[6]{11} \cdot e^{i \frac{\arctan_0(\frac{4}{7})+2k\pi}{6}}$ | DF: falscher Radius |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\pm \sqrt[6]{7} \pm (\sqrt[6]{4} + 2(k+1)\pi)i$ | DF: falsch die Wurzel gezogen |

MV 04 Blatt 07 Kapitel 5.1 Polarkoordinaten
keine komplex Nummer: 106 0 200407004 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 7.1.9: Wandeln Sie die in Polarkoordinaten gegebene komplexe Zahl $z = 5\sqrt{2} \cdot e^{i \frac{5\pi}{4}}$ in die Koordinatenform $z = a + ib$ um.

Parameter:

$x_1 =$ Faktor von $\sqrt{2}$, $x_1 > 0$

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Formel von Euler an:

$$z = r \cdot e^{i\phi} = r \cos \phi + ir \sin \phi \quad \text{also ist} \quad a = \Re(z) = r \cos \phi \quad \text{und} \quad b = \Im(z) = r \sin \phi$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} \text{Nach der Formel von Euler gilt:} \quad a &= \Re(z) = 5\sqrt{2} \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5 \quad \text{und} \\ b &= \Im(z) = 5\sqrt{2} \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5. \end{aligned}$$

Damit ist $z = -5 - i5$.

Angeborene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-5\sqrt{2} - i5\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $-\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $5\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $5 - i5$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $5 + i4\pi$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $-5 - i5$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $-5 + i5$ | <input type="checkbox"/> 10 | es gibt keine | <input type="checkbox"/> 11 | $5\sqrt{2} + i4\pi\sqrt{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $5\sqrt{2} + i5\sqrt{2}$ |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$-5\sqrt{2} - i5\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$-\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$5\sqrt{2} + i\frac{5\pi}{4}$	DF: Eulerformel nicht angewendet
<input type="checkbox"/>	$5 - i5$	RF: Falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	$5 + i4\pi$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$\frac{5\sqrt{3}}{2} + i\frac{5}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input checked="" type="checkbox"/>	$-5 - i5$	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{5\sqrt{3}}{2} - i\frac{5}{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$-5 + i5$	RF: Falsches Vorzeichen
<input type="checkbox"/>	es gibt keine	DF: es gibt eine
<input type="checkbox"/>	$5\sqrt{2} + i4\pi\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet
<input type="checkbox"/>	$5\sqrt{2} + i5\sqrt{2}$	RF: Winkelfunktionen sind falsch berechnet

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>