

## Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 8

MV 04 Blatt 08 Kapitel 6.2 gebrochenrationale  
 stetigeFktn ElementareFktn Nummer: 41 0 200408006 Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

**Aufgabe 8.1.1:** Gegeben sei die gebrochenrationale Funktion  $f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}$  ( $\mathbb{D} \subseteq \mathbb{R}$  maximal) mit

$$f(x) = \frac{(4x - 20) \cdot (6x + 42)^4 \cdot (x - 9)^2 \cdot (x + 4)}{(x - 9) \cdot (4x + 28)^6 \cdot (6x - 30) \cdot (x + 9)}$$

An welchen Stellen  $x \notin \mathbb{D}$  ist  $f(x)$  stetig ergänzbar?

**Parameter:**

$x_n$  = Faktoren und Summanden im Bruch,  $x_n > 1$ ,  $x_8 > x_5$ ,  $x_2, x_4, x_6$ , paarweise verschieden,  $n = 1..9$

Die Formel lautet:  $\frac{(x_1x - \{x_1 \cdot x_2\}) \cdot (x_3x + \{x_3 \cdot x_4\})^{x_5} \cdot (x - x_6)^2 \cdot (x + x_2)}{(x - x_6) \cdot (x_7x + \{x_7 \cdot x_4\})^{x_8} \cdot (x_9x - \{x_9 \cdot x_2\}) \cdot (x + x_6)}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$   $x_2 = 5$   $x_3 = 6$   $x_4 = 7$   $x_5 = 4$   $x_6 = 9$   $x_7 = 4$   $x_8 = 6$   $x_9 = 6$ .

**Erklärung:**

Suchen Sie die Nennernullstellen und versuchen Sie (evtl. durch Ausklammern und Linearfaktorzerlegungen) zu Kürzen. Gelingt dies so, dass eine Nullstelle des Nenners nach dem Kürzen keine mehr ist, so ist  $f(x)$  dort stetig ergänzbar.

**Rechnung:**

Der Definitionsbereich der Funktion ist:  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{5, 9, -7, -9\}$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(4x-20) \cdot (6x+42)^4 \cdot (x-9)^2 \cdot (x+5)}{(x-9) \cdot (4x+28)^6 \cdot (6x-30) \cdot (x+9)} \\ &= \frac{4 \cdot (x-5) \cdot 6^4 \cdot (x+7)^4 \cdot (x-9)^2 \cdot (x+5)}{(x-9) \cdot 4^6 \cdot (x+7)^6 \cdot 6 \cdot (x-5) \cdot (x+9)} \\ &= \frac{4 \cdot 6^4 \cdot (x-9) \cdot (x+5)}{4^6 \cdot 6 \cdot (x+7)^2 \cdot (x+9)} \end{aligned}$$

Die Faktoren  $(x - 5)$  und  $(x - 9)$  (und damit die zugehörigen Nullstellen) sind aus dem Nenner verschwunden. Damit ist  $f(x)$  bei  $x = 5$  und  $x = 9$  stetig ergänzbar.

**Angebotene Lösungen:**

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 5$                               | <input type="checkbox"/> 2 $\mathbb{R} \setminus \{9, -5\}$        | <input type="checkbox"/> 3 $\mathbb{R} \setminus \{\pm 5, 9, -7\}$ |
| <input type="checkbox"/> 4 $\mathbb{R} \setminus \{5\}$          | <input type="checkbox"/> 5 $\mathbb{R} \setminus \{5, 9\}$         | <input type="checkbox"/> 6 es gibt keine                           |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = \pm 5$ und $x = 9$ und $x = -7$  | <input type="checkbox"/> 8 $\mathbb{R} \setminus \{5, \pm 9, -7\}$ | <input type="checkbox"/> 9 $x = -7$ und $x = -9$                   |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = 5$ und $x = \pm 9$ und $x = -7$ | <input checked="" type="checkbox"/> 11 $x = 5$ und $x = 9$         | <input type="checkbox"/> 12 $x = 9$ und $x = -5$                   |

**Fehlerinterpretation:**

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $x = 5$                                 | DF: an einer Nullstelle kann $f$ auch stetig ergänzbar sein |
| <input type="checkbox"/> 2 $\mathbb{R} \setminus \{9, -5\}$        | DF: stetige Ergänzung nicht verstanden                      |
| <input type="checkbox"/> 3 $\mathbb{R} \setminus \{\pm 5, 9, -7\}$ | DF: stetige Ergänzung nicht verstanden                      |
| <input type="checkbox"/> 4 $\mathbb{R} \setminus \{5\}$            | DF: stetige Ergänzung nicht verstanden                      |
| <input type="checkbox"/> 5 $\mathbb{R} \setminus \{5, 9\}$         | DF: stetige Ergänzung nicht verstanden                      |
| <input type="checkbox"/> 6 es gibt keine                           | DF: doch  |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = \pm 5$ und $x = 9$ und $x = -7$    | DF: alle Nullstellen des Zählers angegeben                  |
| <input type="checkbox"/> 8 $\mathbb{R} \setminus \{5, \pm 9, -7\}$ | DF: Definitionsbereich angegeben                            |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = -7$ und $x = -9$                   | DF: nur die senkrechten Asymptoten angegeben                |
| <input type="checkbox"/> 10 $x = 5$ und $x = \pm 9$ und $x = -7$   | DF: alle Nullstellen des Nenners angegeben                  |
| <input checked="" type="checkbox"/> 11 $x = 5$ und $x = 9$         | richtig   |
| <input type="checkbox"/> 12 $x = 9$ und $x = -5$                   | DF: alle Nullstellen angegeben                              |

**Aufgabe 8.1.2:** Finden Sie alle Asymptoten der folgenden Funktion:  $f(x) = 3 \cdot \tan(\sqrt[3]{4x-20})$  (im Folgenden sei  $k$  eine beliebige ganze Zahl,  $n$  eine beliebige Zahl aus  $\mathbb{N}_0$ ).

**Parameter:**

$x_1 =$  Vorfaktor,  $x_2 = n$  - te Wurzel,  $x_3, x_4 =$  Koeffizienten unter der Wurzel.  
 $x_1 > 0, x_2 > 1, x_2$  gerade  $x_3, x_4 > 1$

Die Funktion lautet also:  $f(x) = x_1 \cdot \tan\left(\sqrt[x_2]{x_3x - \{x_4 \cdot x_3\}}\right)$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 4 \quad x_4 = 5$ .

**Erklärung:**

Die senkrechten Asymptoten sind die Nennernullstellen des Tangens, also die Nullstellen des Kosinus.

**Rechnung:**

$\cos x' = 0$  für  $x' = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ . Also hat  $\tan x'$  senkrechten Asymptoten bei  $x' = \frac{(2k+1)\pi}{2}$ . Setzen wir  $x' = \sqrt[3]{4x-20}$ , so erhalten wir:

$$\begin{aligned} x' &= \sqrt[3]{4x-20} = \frac{(2k+1)\pi}{2} \\ \Rightarrow 4 \cdot (x-5) &= \left(\frac{(2k+1)\pi}{2}\right)^2 \\ \Leftrightarrow x-5 &= \frac{((2k+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{((2k+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5 \end{aligned}$$

Die Probe ist wegen des Potenzierens mit 2 notwendig, wird hier aber nicht durchgeführt. Durch das Potenzieren mit 2 fallen die Asymptoten für negative und positive  $k$  zusammen. Deshalb kann hier das  $k$  durch ein  $n$  ersetzt werden. Die senkrechten Asymptoten sind  $x = \frac{((2n+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$ . Der Definitionsbereich von  $f(x)$  ist  $x \geq 5$ ,  $x \neq \frac{((2n+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$ . Bei  $x = 5$  hat  $f(x)$  eine Nullstelle. Waagrechte oder schiefe Asymptoten hat  $f(x)$  nicht. Der Vorfaktor  $3 (\neq 0)$  hat für die senkrechten Asymptoten keine Bedeutung.

**Angebotene Lösungen:**

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 es gibt keine   | <input type="checkbox"/> 2 $x = \frac{(2n\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$                   |
| <input type="checkbox"/> 3 $x = \pm \frac{(2n\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$   | <input type="checkbox"/> 4 $x = \frac{((2n+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$               |
| <input type="checkbox"/> 5 $x = \pm \frac{\sqrt[3]{(2n+1)\pi}}{\sqrt[3]{2 \cdot 4}} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$ | <input type="checkbox"/> 6 $x = \frac{\sqrt[3]{(2n+1)\pi}}{\sqrt[3]{2 \cdot 4}} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> 7 $x = \frac{\sqrt[3]{2n\pi}}{\sqrt[3]{2 \cdot 4}} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$         | <input type="checkbox"/> 8 $x = \pm \frac{((2n+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$   |
| <input type="checkbox"/> 9 $x = \frac{(2n\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$   | <input type="checkbox"/> 10 $x = \frac{\sqrt[3]{(2n+1)\pi}}{\sqrt[3]{2 \cdot 4}} + 5$                                    |
| <input type="checkbox"/> 11 161  | <input checked="" type="checkbox"/> 11 $x = \frac{((2n+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$                                       |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	es gibt keine	DF: doch	
<input type="checkbox"/> 2	$x = \frac{(2n\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$	DF: $f$ hat keine waagrechten Asymptoten	
<input type="checkbox"/> 3	$x = \pm \frac{(2n\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$	DF: $f$ ist nur für $x \geq 5$ definiert	
<input type="checkbox"/> 4	$x = \frac{((2n+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$	DF: $f$ hat keine waagrechten Asymptoten	
<input type="checkbox"/> 5	$x = \pm \frac{\sqrt[2]{(2n+1)\pi}}{\sqrt[2]{2 \cdot 4}} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$	DF: $f$ hat keine waagrechten Asymptoten	
<input type="checkbox"/> 6	$x = \frac{\sqrt[2]{(2n+1)\pi}}{\sqrt[2]{2 \cdot 4}} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$	DF: $f$ hat keine waagrechten Asymptoten	
<input type="checkbox"/> 7	$x = \frac{\sqrt[2]{2n\pi}}{\sqrt[2]{2 \cdot 4}} + 5$ und $y = \pm 3 \cdot \frac{\pi}{2}$	DF: $f$ hat keine waagrechten Asymptoten	
<input type="checkbox"/> 8	$x = \pm \frac{((2n+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$	DF: $f$ ist nur für $x \geq 5$ definiert	
<input type="checkbox"/> 9	$x = \frac{(2n\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$	DF: das sind die Nullstellen	
<input type="checkbox"/> 10	$x = \frac{\sqrt[2]{(2n+1)\pi}}{\sqrt[2]{2 \cdot 4}} + 5$	RF: falsch aufgelöst	
<input type="checkbox"/> 11	161	GL:	geratene Lösung
<input checked="" type="checkbox"/>	$x = \frac{((2n+1)\pi)^2}{2^2 \cdot 4} + 5$	richtig	

MV 04                      Blatt 08                      Kapitel 6.1                      gebrochenrationale  
Asymptoten                      ElementareFktn                      Nummer: 57 0 200408004                      Kl: 14G  
Grad: 30 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 8.1.3:** Finden Sie alle Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = (-2) \cdot \frac{(x-1)^3 \cdot (12-3x)}{(x-7)^2 \cdot (x-4)}$$

**Parameter:**

$x_1, x_5 =$  Vorfaktoren,  $x_2, x_3 =$  Zählernullstellen,  $x_4, x_3 =$  Nennernullstellen.  
 $x_1 < 0, \quad x_4 > x_3 > x_2 > 0, \quad x_5 > 1$

Die Funktion lautet also:  $f(x) = x_1 \cdot \frac{(x-x_2)^3 \cdot (\{x_3 \cdot x_5\} - x_5 x)}{(x-x_4)^2 \cdot (x-x_3)}$

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = -2 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 4 \quad x_4 = 7 \quad x_5 = 3$ .

**Erklärung:**

Die waagrechten oder schiefen Asymptoten berechnen Sie durch Polynomdivision mit Rest, die senkrechten Asymptoten sind im voll gekürzten Fall die Nennernullstellen.

**Rechnung:**

Sowohl Zähler als auch Nenner haben die Nullstelle 4. Deshalb kann man  $(x-4)$  kürzen:

$$(-2) \cdot \frac{(x-1)^3 \cdot (12-3x)}{(x-7)^2 \cdot (x-4)} = (-2) \cdot \frac{(x-1)^3 \cdot (-3) \cdot (x-4)}{(x-7)^2 \cdot (x-4)} = (-2) \cdot \frac{(x-1)^3 \cdot (-3)}{(x-7)^2} = 6 \cdot \frac{(x-1)^3}{(x-7)^2}$$

Damit ist  $x = 4$  keine senkrechte Asymptote,  $x = 7$  dagegen ist eine. Die schiefe Asymptote errechnet sich durch Polynomdivision mit Rest. Dazu betrachten wir:

$$\begin{array}{r} x^3 \quad -3x^2 \quad +3x \quad -1 \quad : \quad (x^2 - 14x + 49) = x + 11 + \frac{108x-540}{x^2-14x+49} \\ -x^3 \quad +14x^2 \quad -49x \\ \hline \quad 11x^2 \quad -46x \\ \quad -11x^2 \quad +154x \quad -539 \\ \hline \quad \quad 108x \quad -540 \end{array}$$

Damit ist  $y = 6 \cdot (x + 11) = 6x + 66$  schiefe Asymptote.

**Angebotene Lösungen:**

- |                                       |  |                             |                                     |
|---------------------------------------|--|-----------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x = 7$ und $x = 4$ und $y = 6x + 66$    | <input type="checkbox"/> 2  | $x = 7$ und $y = -2x$               |
| <input type="checkbox"/> 3            | $x = \pm 7$ und $y = x + 11$             | <input type="checkbox"/> 4  | $x = 7$ und $y = x + 11$            |
| <input type="checkbox"/> 5            | $x = 7$ und $x = 4$ und $y = x + 11$     | <input type="checkbox"/> 6  | $x = 7$ und $x = 4$ und $y = -2x$   |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $x = 7$ und $y = 6x + 66$                | <input type="checkbox"/> 8  | $x = \pm 7$ und $y = 6x$            |
| <input type="checkbox"/> 9            | $x = 7$ und $x = 4$ und $y = x$          | <input type="checkbox"/> 10 | $x = \pm 7$ und $x = 4$ und $y = x$ |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x = \pm 7$ und $x = 4$ und $y = x + 11$ | <input type="checkbox"/> 12 | $x = \pm 7$ und $y = 6x + 66$       |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |  |   |
|---------------------------------------|--|---|
| <input type="checkbox"/> 1            | $x = 7$ und $x = 4$ und $y = 6x + 66$    | DF: nicht gekürzt                         |
| <input type="checkbox"/> 2            | $x = 7$ und $y = -2x$                    | DF: schiefe Asymptote falsch und mehr     |
| <input type="checkbox"/> 3            | $x = \pm 7$ und $y = x + 11$             | DF: Nennernullstelle falsch interpretiert |
| <input type="checkbox"/> 4            | $x = 7$ und $y = x + 11$                 | RF: Vorfaktor vergessen                   |
| <input type="checkbox"/> 5            | $x = 7$ und $x = 4$ und $y = x + 11$     | RF: Vorfaktor vergessen                   |
| <input type="checkbox"/> 6            | $x = 7$ und $x = 4$ und $y = -2x$        | DF: schiefe Asymptote falsch und mehr     |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $x = 7$ und $y = 6x + 66$                | richtig                                   |
| <input type="checkbox"/> 8            | $x = \pm 7$ und $y = 6x$                 | DF: schiefe Asymptote falsch und mehr     |
| <input type="checkbox"/> 9            | $x = 7$ und $x = 4$ und $y = x$          | DF: schiefe Asymptote falsch und mehr     |
| <input type="checkbox"/> 10           | $x = \pm 7$ und $x = 4$ und $y = x$      | DF: schiefe Asymptote falsch und mehr     |
| <input type="checkbox"/> 11           | $x = \pm 7$ und $x = 4$ und $y = x + 11$ | DF: nicht gekürzt und mehr                |
| <input type="checkbox"/> 12           | $x = \pm 7$ und $y = 6x + 66$            | DF: Nennernullstelle falsch interpretiert |

MV 04                      Blatt 08                      Kapitel 6.1                      Linearfaktorzerlegung  
keine                      ElementareFktn      Nummer: 83 0 200408001      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 8.1.4:** Zerlegen Sie die Funktion  $p(x) = 5x^3 - 50x^2 + 115x - 70$  in (komplexe) Linearfaktoren.

**Parameter:**

$x_1 =$  Faktor vor dem  $x^3$ ,  $x_2, x_3 =$  Nullstellen,  $x_3 > x_2 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also:  $x_1x^3 - \{(1 + x_2 + x_3) \cdot x_1\}x^2 + \{(x_2 + x_3 + x_2 \cdot x_3) \cdot x_1\}x - \{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3\}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$        $x_2 = 2$        $x_3 = 7$ .

**Erklärung:**

Klammern Sie zuerst den Faktor vor dem  $x^3$  aus. Suchen Sie durch Probieren eine Lösung  $x_0 \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$ . Danach teilen Sie  $p(x)$  durch  $x - x_0$  mit Polynomdivision. Denken Sie daran, dass jede reelle Zahl auch komplex ist. Das Ausklammern am Anfang erleichtert in erster Linie das Suchen von Nullstellen und das Ausrechnen, es kann auch am Ende gemacht werden.

**Rechnung:**

Wir klammern zuerst 5 aus:  $p(x) = 5(x^3 - 10x^2 + 23x - 14) =: 5 \cdot q(x)$ .  
Offensichtlich löst  $x_0 = 1$  die Gleichung:  $p(1) = 5(1^3 - 10 \cdot 1^2 + 23 \cdot 1 - 14) = 0$ .  
Damit sind  $p(x)$  und  $q(x)$  durch  $(x - 1)$  teilbar:

$$\begin{array}{r}
x^3 \quad -10x^2 \quad +23x \quad -14 : (x - 1) = x^2 - 9x + 14 \\
-x^3 \quad \quad \quad +x^2 \\
\hline
\quad \quad \quad -9x^2 \quad +23x \\
\quad \quad \quad +9x^2 \quad -9x \\
\hline
\quad \quad \quad \quad \quad +14x \quad -14 \\
\quad \quad \quad \quad \quad -14x \quad +14 \\
\hline
\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
\end{array}$$

Gesucht sind jetzt noch die Nullstellen von  $x^2 - 9x + 14$  (mit der Mitternachtsformel):

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{9 \pm \sqrt{(9)^2 - 4 \cdot 14}}{2} = 2 \text{ oder } 7$$

Damit ist die Linearfaktorzerlegung:  $5 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 7)$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                             |   |                             |  |                                       |  |
|-----------------------------|---|-----------------------------|--|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1  | $(x + 5) \cdot (x + 2) \cdot (x + 7)$     | <input type="checkbox"/> 2  | $5 \cdot (x - 10) \cdot (x - 23) \cdot (x - 14)$ | <input type="checkbox"/> 3            | $(x - 50) \cdot (x + 115) \cdot (x - 70)$        |
| <input type="checkbox"/> 4  | $(x + 50) \cdot (x + 115) \cdot (x + 70)$ | <input type="checkbox"/> 5  | es gibt keine                                    | <input type="checkbox"/> 6            | $5 \cdot (x - 10) \cdot (x + 23) \cdot (x - 14)$ |
| <input type="checkbox"/> 7  | $(x - 10) \cdot (x - 23) \cdot (x - 14)$  | <input type="checkbox"/> 8  | $5 \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 7)$    | <input type="checkbox"/> 9            | $(x - 5) \cdot (x - 2) \cdot (x - 7)$            |
| <input type="checkbox"/> 10 | $(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 7)$     | <input type="checkbox"/> 11 | $(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 7)$            | <input checked="" type="checkbox"/> X | $5 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 7)$    |

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |  |  |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $(x + 5) \cdot (x + 2) \cdot (x + 7)$            | DF: Vorfaktor vergessen und falsch zerlegt |
| <input type="checkbox"/> 2            | $5 \cdot (x - 10) \cdot (x - 23) \cdot (x - 14)$ | DF: völlig falsch zerlegt                  |
| <input type="checkbox"/> 3            | $(x - 50) \cdot (x + 115) \cdot (x - 70)$        | DF: völlig falsch zerlegt                  |
| <input type="checkbox"/> 4            | $(x + 50) \cdot (x + 115) \cdot (x + 70)$        | DF: völlig falsch zerlegt                  |
| <input type="checkbox"/> 5            | es gibt keine                                    | DF: es gibt eine                           |
| <input type="checkbox"/> 6            | $5 \cdot (x - 10) \cdot (x + 23) \cdot (x - 14)$ | DF: völlig falsch zerlegt                  |
| <input type="checkbox"/> 7            | $(x - 10) \cdot (x - 23) \cdot (x - 14)$         | DF: völlig falsch zerlegt                  |
| <input type="checkbox"/> 8            | $5 \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 7)$    | RF: Vorzeichen falsch                      |
| <input type="checkbox"/> 9            | $(x - 5) \cdot (x - 2) \cdot (x - 7)$            | DF: Vorfaktor vergessen und falsch zerlegt |
| <input type="checkbox"/> 10           | $(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 7)$            | DF: Vorfaktor vergessen                    |
| <input type="checkbox"/> 11           | $(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 7)$            | DF: Vorfaktor vergessen                    |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $5 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 7)$    | richtig                                    |

MV 04                      Blatt 08                      Kapitel 6.1                      Linearfaktorzerlegung  
keine                      ElementareFktn      Nummer: 100 0 200408002      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30      Quelle: keine      W

**Aufgabe 8.1.5:** Zerlegen Sie die Funktion  $p(x) = 6x^2 - 48x + 312$  in (komplexe) Linearfaktoren.

**Parameter:**

$x_1 =$  Faktor vor dem  $x^2$ ,  $x_2, x_3 =$  Realteil und Imaginärteil der komplexen Nullstelle,  $x_3 > x_2 > 0, x_1 > 1$

Die Formel ist also:  $x_1 x^2 - \{2 \cdot x_2 \cdot x_1\}x + \{(x_2^2 + x_3^2) \cdot x_1\}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 6$      $x_2 = 4$      $x_3 = 6$ .

**Erklärung:**

Die Berechnung beginnt mit der Mitternachtsformel:  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

**Rechnung:**

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{48 \pm \sqrt{(48)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 312}}{2 \cdot 6} = \frac{48 \pm \sqrt{-5184}}{12} = 4 \pm \frac{72i}{12} = 4 \pm 6i$$

Damit ist die Linearfaktorzerlegung:  $6 \cdot (x - (4 + 6i)) \cdot (x - (4 - 6i))$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                                       |   |                             |   |
|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1            | $6 \cdot (x - 8) \cdot (x - 52)$              | <input type="checkbox"/> 2  | $(x - (4 + 6i)) \cdot (x - (4 - 6i))$             |
| <input type="checkbox"/> 3            | $(x - 48) \cdot (x - 312)$                    | <input type="checkbox"/> 4  | $6 \cdot (x - (6 + 4i))^2 \cdot (x - (6 - 4i))^2$ |
| <input type="checkbox"/> 5            | $(x - 48)^2 \cdot (x - 312)^2$                | <input type="checkbox"/> 6  | $(x - (4 + 6i))^2 \cdot (x - (4 - 6i))^2$         |
| <input checked="" type="checkbox"/> X | $6 \cdot (x - (4 + 6i)) \cdot (x - (4 - 6i))$ | <input type="checkbox"/> 8  | $(x - (6 + 4i)) \cdot (x - (6 - 4i))$             |
| <input type="checkbox"/> 9            | $(x - 4) \cdot (x - 6)$                       | <input type="checkbox"/> 10 | es gibt keine                                     |
| <input type="checkbox"/> 11           | $6 \cdot (x - 8i) \cdot (x - 52i)$            | <input type="checkbox"/> 12 | $6 \cdot (x - (6 + 4i)) \cdot (x - (6 - 4i))$     |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$6 \cdot (x - 8) \cdot (x - 52)$	DF: MNF nicht richtig gerechnet
<input type="checkbox"/>	$(x - (4 + 6i)) \cdot (x - (4 - 6i))$	RF: Vorfaktor vergessen
<input type="checkbox"/>	$(x - 48) \cdot (x - 312)$	DF: MNF nicht richtig gerechnet
<input type="checkbox"/>	$6 \cdot (x - (6 + 4i))^2 \cdot (x - (6 - 4i))^2$	DF: Realteil und Imaginärteil verwechselt
<input type="checkbox"/>	$(x - 48)^2 \cdot (x - 312)^2$	DF: MNF nicht richtig gerechnet
<input type="checkbox"/>	$(x - (4 + 6i))^2 \cdot (x - (4 - 6i))^2$	DF: MNF Wurzel ist 'reell'
<input checked="" type="checkbox"/>	$6 \cdot (x - (4 + 6i)) \cdot (x - (4 - 6i))$	richtig
<input type="checkbox"/>	$(x - (6 + 4i)) \cdot (x - (6 - 4i))$	DF: Realteil und Imaginärteil verwechselt
<input type="checkbox"/>	$(x - 4) \cdot (x - 6)$	DF: MNF nicht richtig gerechnet
<input type="checkbox"/>	es gibt keine	DF: es gibt eine ( zumindest komplex )
<input type="checkbox"/>	$6 \cdot (x - 8i) \cdot (x - 52i)$	DF: MNF nicht richtig gerechnet
<input type="checkbox"/>	$6 \cdot (x - (6 + 4i)) \cdot (x - (6 - 4i))$	DF: Realteil und Imaginärteil verwechselt

MV 04                      Blatt 08                      Kapitel 6.1                      Linearfaktorzerlegung  
keine                      ElementareFktn                      Nummer: 103 0 200408003                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 8.1.6:** Finden Sie ein Polynom möglichst niedrigen Grades durch die Punkte  $(-2, 23)$ ,  $(0, 13)$ ,  $(2, 51)$ .

**Parameter:**

$x_1, x_2, x_3 =$  Koeffizienten des Ergebnispolynoms,  $x_3 > x_2 > 0, x_1 > 1$   
 $x_4, x_5, x_6 = x$  - Werte zu den berechneten  $y$  - Werten  $x_4 < 0, x_5 = 0, x_6 > 0$

Die Punkte lauten also:  $(x_n, \{x_1 \cdot x_n^2 + x_2 \cdot x_n + x_3\})$  ( $n = 4, 5, 6$ ).  
Das Ergebnis ist:  $x_1 x^2 + x_2 x + x_3$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 6$      $x_2 = 7$      $x_3 = 13$      $x_4 = -2$      $x_5 = 0$      $x_6 = 2$ .

**Erklärung:**

Weil drei Punkte gegeben sind, ist der Minimalgrad des Polynomes  $= 3 - 1 = 2$ . Machen Sie also eine Punktprobe mit den drei Punkten bei einem allgemeinen Polynom zweiten Grades und lösen Sie das zugehörige lineare Gleichungssystem.

**Rechnung:**

Die Punktprobe bei  $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  ergibt:

$$\begin{array}{rcl} 23 & = & a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ 13 & = & a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 51 & = & a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \end{array}$$

Lösung des Gleichungssystems ergibt:  $a = 6, b = 7, c = 13$  (wird hier nicht durchgeführt). Damit ist das Lösungspolynom  $6x^2 + 7x + 13$ .

**Angebote Lösungen:**

<input type="checkbox"/>	$\pm(6x^2 + 7x + 13)$	<input type="checkbox"/>	$\pm(-2x + 0)$	<input type="checkbox"/>	$6x + 2$	<input type="checkbox"/>	$\pm(13x^2 + 7x + 6)$
<input type="checkbox"/>	$13x^2 + 7x + 6$	<input type="checkbox"/>	$2x^2 + 0x + -2$	<input type="checkbox"/>	$7x + 13$	<input checked="" type="checkbox"/>	$6x^2 + 7x + 13$
<input type="checkbox"/>	$-2x^2 + 0x + 2$	<input type="checkbox"/>	$-2x + 0$	<input type="checkbox"/>	es gibt keines	<input type="checkbox"/>	$\pm(7x + 13)$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$\pm(6x^2 + 7x + 13)$	DF: Lösung eindeutig
<input type="checkbox"/>	$\pm(-2x + 0)$	DF: Lösung eindeutig
<input type="checkbox"/>	$6x + 2$	DF: Grad des Polynoms falsch
<input type="checkbox"/>	$\pm(13x^2 + 7x + 6)$	DF: Lösung eindeutig
<input type="checkbox"/>	$13x^2 + 7x + 6$	DF: falsche Reihenfolge der Koeffizienten
<input type="checkbox"/>	$2x^2 + 0x + -2$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$7x + 13$	DF: Grad des Polynoms falsch
<input checked="" type="checkbox"/>	$6x^2 + 7x + 13$	richtig
<input type="checkbox"/>	$-2x^2 + 0x + 2$	DF: geraten
<input type="checkbox"/>	$-2x + 0$	DF: Grad des Polynoms falsch
<input type="checkbox"/>	es gibt keines	DF: es gibt eines ( sogar genau eines )
<input type="checkbox"/>	$\pm(7x + 13)$	DF: Lösung eindeutig

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>