Blatt Nr 09.01

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 9

MV 04	Blatt 09	Kapitel 6.3	Partialbruchzerlegung
Grenzwertmethode	ElementareFktn	Nummer: 10 0 200409004	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 9.1.1: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{12}{(x-3)\cdot(x^2+3)}$ in (reelle) Partialbrüche.

Parameter:

x_n = Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$, $n = 1..2$

Die Formel lautet: $\frac{\{x_1^2+x_2\}}{(x-x_1)\cdot(x^2+x_2)}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 3$.

Erklärung:

Der Nenner hat die komplexen Nullstellen $\pm i\sqrt{3}$. Die reelle Partialbruchzerlegung ist von der Form $\frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+3}$.

Rechnung:

$$f(x) \quad = \quad \frac{12}{(x-3)\cdot(x^2+3)} \quad = \quad \frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+3} \quad \Rightarrow \quad 12 \quad = \quad A\cdot(x^2+3) + (Bx+C)\cdot(x-3) \qquad (*)$$

Wir wenden zuerst die Grenzwertmethode zur Berechnung von A an.
Dazu setzen wir in die Gleichung $(*)$ den (Grenz -) Wert $x = 3$ ein:

$$x = 3 \quad : \quad 12 \quad = \quad A\cdot(3^2+3) + (Bx+C)\cdot(3-3) \quad = \quad 12\cdot A \qquad \Rightarrow \quad A = 1$$

Jetzt setzen wir in die Gleichung $(*)$ den speziellen Wert $x = 0$ (und $A = 1$) ein:

$$x = 0 \quad : \quad 12 \quad = \quad 1\cdot(0^2+3) + (B\cdot 0+C)\cdot(0-3) \quad = \quad 3 - 3\cdot C \qquad \Rightarrow \quad C = -3$$

Um C zu bestimmen, verwenden wir einen Koeffizientenvergleich. Dazu formen wir $(*)$ um:

$$0\cdot x^2 + 0\cdot x + 12 \quad = \quad (A+B)\cdot x^2 + (C-3B)\cdot x + (3A-3C) \quad = \quad (1+B)\cdot x^2 + (-3-3B)\cdot x + 3 + 9$$

Koeffizientenvergleich ergibt das Gleichungssystem

$$0 \;=\; 1+B \qquad 0 = -3-3B \qquad 12 \;=\; 3+9 \qquad \Rightarrow \quad B = -1.$$

Damit ist $\quad f(x) \quad = \quad \frac{1}{x-3} + \frac{-x-3}{x^2+3}$.

Angebotene Lösungen:

1 $\frac{-3}{(x-3)\cdot(x^2+3)}$	2 $\frac{3}{x-3} + \frac{3}{x^2+3}$	3 $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{9}$	4 $\frac{x-3}{x-3} - \frac{x+3}{x^2+3}$
5 $\frac{1}{x-3} + \frac{x+3}{x^2+3}$	6 $\frac{3}{x^3} + \frac{3}{3x^2} + \frac{3}{3x} + \frac{3}{9}$	7 $\frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x^2+3}$	8 es gibt keine
9 $\frac{3}{x-3} - \frac{3}{x^2+3}$	10 $\frac{3}{(x-3)\cdot(x^2+3)}$	11 $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{3x} - \frac{1}{9}$	☒ $\frac{1}{x-3} - \frac{x+3}{x^2+3}$

Fehlerinterpretation:

1 $\frac{-3}{(x-3)\cdot(x^2+3)}$	DF: Lösung geraten
2 $\frac{3}{x-3} + \frac{3}{x^2+3}$	DF: Lösung geraten
3 $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{9}$	DF: Lösung geraten
4 $\frac{x-3}{x-3} - \frac{x+3}{x^2+3}$	DF: Lösung geraten
5 $\frac{1}{x-3} + \frac{x+3}{x^2+3}$	RF: Falsches Vorzeichen
6 $\frac{3}{x^3} + \frac{3}{3x^2} + \frac{3}{3x} + \frac{3}{9}$	DF: Lösung geraten
7 $\frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x^2+3}$	DF: Lösung geraten
8 es gibt keine	DF: Doch
9 $\frac{3}{x-3} - \frac{3}{x^2+3}$	DF: Lösung geraten
10 $\frac{3}{(x-3)\cdot(x^2+3)}$	DF: Lösung geraten
11 $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{3x} - \frac{1}{9}$	DF: Lösung geraten
☒ $\frac{1}{x-3} - \frac{x+3}{x^2+3}$	richtig

MV 04	Blatt 09	Kapitel 6.4	trigonometrische
keine	ElementareFktn	Nummer: 11 0 200409005	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 9.1.2: Bestimmen Sie $\cos(\arcsin(7x))$ für $x \in [0, \frac{1}{7}]$ (- der Wertebereich von $\arcsin x$ sei $[0, \frac{\pi}{2}]$).

Parameter:

x_1 = Faktor $x_1 > 1$.

Die Formel lautet: $\cos(\arcsin(x_1\, x))$.

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 7$.

Erklärung:

Substituieren Sie $y = \arcsin(7x)$ und wenden Sie die Formel $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$ an. Durch die Einschränkung des Bild und Definitionsbereiches fällt das $\pm$ beim Auflösen der Gleichung weg.

Rechnung:

Sei $y = \arcsin(7x)$, dann gilt:

$$\begin{array}{rll} \cos y & = \sqrt{1-\sin^2 y} & y \in [0, \frac{\pi}{2}] \quad \Rightarrow \quad \cos y \geq 0 \\ & = \sqrt{1-(\sin(\arcsin(7x)))^2} & y \ = \ \arcsin(7x) \\ & = \sqrt{1-(7x)^2} & \sin(\arcsin 7x) = 7x \end{array}$$

Damit ist $\cos(\arcsin(7x)) = \sqrt{1-(7x)^2}$.

Angebotene Lösungen:

1 $\cos(7x)$	2 $7\sin x$	3 $\frac{7}{\sqrt{7-x^2}}$	4 $\frac{1}{\sqrt{1-7x^2}}$
5 $\sqrt{1-7x^2}$	6 $\sqrt{7-x^2}$	7 $\frac{1}{\sqrt{1-(7x)^2}}$	$\boxtimes$ $\sqrt{1-(7x)^2}$
9 $\sqrt{49-x^2}$	10 $7\cos x$	11 $\frac{7}{\sqrt{1-7x^2}}$	12 $\frac{1}{\sqrt{49-x^2}}$

Fehlerinterpretation:

1	$\cos(7x)$	DF: Lösung geraten
2	$7\sin x$	DF: Lösung geraten
3	$\frac{7}{\sqrt{7-x^2}}$	DF: Lösung geraten
4	$\frac{1}{\sqrt{1-7x^2}}$	DF: Lösung geraten
5	$\sqrt{1-7x^2}$	RF: falsch substituiert
6	$\sqrt{7-x^2}$	DF: falsch substituiert
7	$\frac{1}{\sqrt{1-(7x)^2}}$	DF: Lösung geraten
$\boxtimes$	$\sqrt{1-(7x)^2}$	richtig
9	$\sqrt{49-x^2}$	DF: falsch substituiert
10	$7\cos x$	DF: Lösung geraten
11	$\frac{7}{\sqrt{1-7x^2}}$	DF: Lösung geraten
12	$\frac{1}{\sqrt{49-x^2}}$	DF: Lösung geraten

MV 04	Blatt 09	Kapitel 6.3	Partialbruchzerlegung
Grenzwertmethode	ElementareFktn	Nummer: 52 0 200409001	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 9.1.3: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{2}{6x^2-78x+180}$ in Partialbrüche.

Parameter:

x_n = Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$ $(x_3 \geq 1)$, x_1 ist Teiler von x_2, $x_3 < x_4$ $\quad n = 1..4$

Die Formel lautet: $\frac{x_1}{x_2 x^2 - \{x_2\cdot(x_3+x_4)\}x + \{x_2\cdot x_3\cdot x_4\}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 6 \quad x_3 = 3 \quad x_4 = 10$.

Erklärung:

Suchen Sie zuerst die Nennernullstellen x_1 und x_2 von $f(x)$. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden. Stellen Sie $f(x)$ als $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ dar.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{2}{6x^2 - 78x + 180} = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{x^2 - 13x + 30} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(x-3)\cdot(x-10)} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-10} \right)$$

$$\text{Damit gilt:} \quad \frac{1}{x^2 - 13x + 30} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-10} \quad \Rightarrow \quad 1 = A\cdot(x-10) + B\cdot(x-3) \qquad (*)$$

Wir wenden die Grenzwertmethode an.
Dazu setzen wir in die Gleichung $(*)$ die (Grenz -) Werte $x = 3$ und $x = 10$ ein:

$$\begin{array}{lcccclcl} x = 3 & : & 1 & = & A\cdot(3-10) + B\cdot(3-3) & \Rightarrow & A & = \frac{-1}{7} \\ x = 10 & : & 1 & = & A\cdot(10-10) + B\cdot(10-3) & \Rightarrow & B & = \frac{1}{7} \end{array}$$

$$\text{Damit ist} \quad f(x) = \frac{1}{3}\left(-\frac{\frac{1}{7}}{x-3} + \frac{\frac{1}{7}}{x-10} \right) = \frac{\frac{1}{21}}{x-10} - \frac{\frac{1}{21}}{x-3}$$

Angebotene Lösungen:

[1] $\frac{1}{x^2-13x+30}$	[2] $\frac{\frac{1}{3}}{x^2} + \frac{\frac{1}{3}}{13x} + \frac{\frac{1}{3}}{30}$	[3] $\frac{\frac{1}{3}}{x^2} - \frac{\frac{1}{3}}{13x} + \frac{\frac{1}{3}}{30}$	[X] $\frac{\frac{1}{21}}{x-10} - \frac{\frac{1}{21}}{x-3}$
[5] $\frac{\frac{1}{3}}{x^2-13x+30}$	[6] $\frac{1}{x+10} - \frac{1}{x+3}$	[7] $\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x-3}$	[8] $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{13x} + \frac{1}{30}$
[9] $\frac{\frac{7}{3}}{x+10} - \frac{\frac{7}{3}}{x+3}$	[10] $\frac{\frac{1}{21}}{x+10} - \frac{\frac{1}{21}}{x+3}$	[11] $\frac{\frac{7}{3}}{x-10} - \frac{\frac{7}{3}}{x-3}$	[12] $\frac{2}{6x^2} - \frac{2}{78x} + \frac{2}{180}$

Fehlerinterpretation:

[1] $\frac{1}{x^2-13x+30}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
[2] $\frac{\frac{1}{3}}{x^2} + \frac{\frac{1}{3}}{13x} + \frac{\frac{1}{3}}{30}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
[3] $\frac{\frac{1}{3}}{x^2} - \frac{\frac{1}{3}}{13x} + \frac{\frac{1}{3}}{30}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
[X] $\frac{\frac{1}{21}}{x-10} - \frac{\frac{1}{21}}{x-3}$	richtig
[5] $\frac{\frac{1}{3}}{x^2-13x+30}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
[6] $\frac{1}{x+10} - \frac{1}{x+3}$	DF: Lösung geraten
[7] $\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x-3}$	DF: Lösung geraten
[8] $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{13x} + \frac{1}{30}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
[9] $\frac{\frac{7}{3}}{x+10} - \frac{\frac{7}{3}}{x+3}$	RF: falsches Vorzeichen im Nenner
[10] $\frac{\frac{1}{21}}{x+10} - \frac{\frac{1}{21}}{x+3}$	RF: falsches Vorzeichen im Nenner
[11] $\frac{\frac{7}{3}}{x-10} - \frac{\frac{7}{3}}{x-3}$	RF: Brüche falsch aufgelöst
[12] $\frac{2}{6x^2} - \frac{2}{78x} + \frac{2}{180}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden

MV 04	Blatt 09	Kapitel 6.3	Partialbruchzerlegung
Reihen	ElementareFktn	Nummer: 59 0 200409003	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 9.1.4:

$$\text{Gegen welchen Wert (gerundet auf zwei Stellen) strebt die Reihe} \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{16}{(k+4)\cdot(k+8)} \quad ?$$

Parameter:

$x_n =$ Koeffizienten im Bruch, $x_n > 0 \;\; n = 1..3, \;\; (x_2 > x_1)$

Die Summe lautet: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\{(x_2-x_1)\cdot x_3\}}{(k+x_1)\cdot(k+x_2)}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \qquad x_2 = 8 \qquad x_3 = 4$.

Erklärung:

Die Reihe wird zuerst als Limes einer (endlichen) Summe interpretiert. Durch Partialbruchzerlegung kann die Summe aufgespalten und als Teleskopsumme interpretiert werden.
Stellen Sie die Summenglieder als $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ dar.

Rechnung:

$$\frac{16}{(k+4)\cdot(k+8)} \quad := \quad \frac{A}{k+4} + \frac{B}{k+8} \qquad \Rightarrow \qquad 16 \quad = \quad A\cdot(k+8) + B\cdot(k+4)$$

$$\begin{array}{llcrcr} \text{Mit } k \to -4 \text{ gilt} & 16 = A\cdot(-4+8) + B\cdot(-4+4) & \Rightarrow & A & = & 4, \\ \text{mit } k \to -8 \text{ gilt} & 16 = A\cdot(-8+8) + B\cdot(-8+4) & \Rightarrow & B & = & -4. \end{array}$$

$$\text{Damit ist} \qquad \frac{16}{(k+4)\cdot(k+8)} \quad = \quad \frac{4}{k+4} - \frac{4}{k+8}$$

$$\begin{array}{llcll} \sum_{k=0}^{n} \frac{16}{(k+4)\cdot(k+8)} & = \sum_{k=0}^{n} \frac{4}{k+4} & - & \frac{4}{k+8} & \text{Partialbruchzerlegung} \\ & = \sum_{k=0}^{n} \frac{4}{k+4} & - & \sum_{k=0}^{n} \frac{4}{k+8} & \text{Distributivgesetz u.ä.} \\ & = \sum_{k=4}^{n+4} \frac{4}{k} & - & \sum_{k=8}^{n+8} \frac{4}{k} & \text{Indexverschiebung} \\ & = \sum_{k=4}^{8-1} \frac{4}{k} + \sum_{k=8}^{n+4} \frac{4}{k} & - & \sum_{k=8}^{n+4} \frac{4}{k} - \sum_{k=n+4+1}^{n+8} \frac{4}{k} & \\ & = \sum_{k=4}^{7} \frac{4}{k} & - & \sum_{k=n+5}^{n+8} \frac{4}{k} & \text{Teleskopsumme} \end{array}$$

Für die Reihe gilt

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{16}{(k+4)\cdot(k+8)} \quad = \quad \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{16}{(k+4)\cdot(k+8)} \quad = \quad \lim_{n\to\infty} \sum_{k=4}^{7} \frac{4}{k} - \sum_{k=n+5}^{n+8} \frac{4}{k} \quad = \quad \sum_{k=4}^{7} \frac{4}{k} - 0$$

$$\sum_{k=4}^{7} \frac{4}{k} \quad = \quad \frac{4}{4} + \frac{4}{5} + \frac{4}{6} + \frac{4}{7} \quad \approx \quad 3.04$$

Angebotene Lösungen:

[1] 8.33	[2] 3.54	[3] 1	[4] 2.47
[5] ∞	[6] 9.33	[7] 0	[8] 0.36
[9] 4.37	[10] 2.04	[X] 3.04	[12] 7.33

Fehlerinterpretation:

[1]	8.33	DF: Falsche Summe gerechnet
[2]	3.54	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
[3]	1	DF: Lösung geraten
[4]	2.47	RF: Letztes Summenglied vergessen
[5]	∞	DF: Lösung geraten
[6]	9.33	DF: Falsche Summe gerechnet
[7]	0	DF: Limes der Folge
[8]	0.36	DF: Erster Summand angegeben
[9]	4.37	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
[10]	2.04	RF: Erstes Summenglied vergessen
[X]	3.04	richtig
[12]	7.33	DF: Falsche Summe gerechnet

MV 04	Blatt 09	Kapitel 6.3	Partialbruchzerlegung
Koeffizientenvergleich	ElementareFktn	Nummer: 90 0 200409002	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 9.1.5: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{6x+36}{(x-6)^2}$ in Partialbrüche.

Parameter:

x_n = Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$ $(x_3 \geq 1)$ $n = 1..3$

Die Formel lautet: $\frac{x_1 x + x_2}{(x-x_3)^2}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $\quad x_2 = 36$ $\quad x_3 = 6$.

Erklärung:

Der Nenner liegt bereits in linearfaktorzerlegter Form vor. Er besitzt nur eine Nullstelle x_0, diese hat aber Vielfachheit 2. Stellen Sie $f(x)$ als $\frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2}$ dar. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden.

Rechnung:

$$f(x) \quad = \quad \frac{6x+36}{(x-6)^2} \quad = \quad \frac{A}{(x-6)} + \frac{B}{(x-6)^2} \qquad \Rightarrow \qquad 6x+36 \quad = \quad A \cdot (x-6) + B \quad (*)$$

Mit der Grenzwertmethode kann hier nur ein Koeffizient bestimmt werden. Den zweiten Koeffitzienten bestimmen wir durch das Einsetzen des bestimmten Wertes $x = 0$ in $(*)$:

$$\begin{array}{lcl} x = 6 & : & 6 \cdot 6 + 36 = A \cdot (6-6) + B \quad \Rightarrow \quad B = 72 \\ x = 0 & : & 6 \cdot 0 + 36 = A \cdot (0-6) + 72 \quad \Rightarrow \quad A = 6 \end{array}$$

$$\text{Damit ist die Partialbruchzerlegung:} \quad f(x) \quad = \quad \frac{6}{x-6} + \frac{72}{(x-6)^2}.$$

Angebotene Lösungen:

1 $\frac{6}{x^2} + \frac{36}{12x} + \frac{1}{36}$	2 $\frac{42}{x^2} + \frac{42}{12x} + \frac{42}{36}$	3 $\left(\frac{6(x+6)}{(x-6)}\right)^2$	4 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{12x} + \frac{1}{36}$
5 $\frac{6x}{x-6} + \frac{36}{(x-6)^2}$	6 $\frac{6(x+6)}{(x-6)^2}$	7 $\frac{42}{x} + \frac{36}{36}$	☒ $\frac{6}{x-6} + \frac{72}{(x-6)^2}$
9 $\frac{1}{6(x-6)} + \frac{1}{72(x-6)^2}$	10 $\frac{1}{6(x-6)} + \frac{1}{36(x-6)^2}$	11 $\frac{1}{x-6} + \frac{1}{(x-6)^2}$	12 $\frac{6}{x-6} + \frac{36}{(x-6)^2}$

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{6}{x^2} + \frac{36}{12x} + \frac{1}{36}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
2	$\frac{42}{x^2} + \frac{42}{12x} + \frac{42}{36}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
3	$\left(\frac{6(x+6)}{(x-6)}\right)^2$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
4	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{12x} + \frac{1}{36}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
5	$\frac{6x}{x-6} + \frac{36}{(x-6)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
6	$\frac{6(x+6)}{(x-6)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht durchgeführt
7	$\frac{42}{x} + \frac{36}{36}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
☒	$\frac{6}{x-6} + \frac{72}{(x-6)^2}$	richtig
9	$\frac{1}{6(x-6)} + \frac{1}{72(x-6)^2}$	DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet
10	$\frac{1}{6(x-6)} + \frac{1}{36(x-6)^2}$	DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet
11	$\frac{1}{x-6} + \frac{1}{(x-6)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt
12	$\frac{6}{x-6} + \frac{36}{(x-6)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt

MV 04	Blatt 09	Kapitel 6.4	trigonometrische
keine	ElementareFktn	Nummer: 106 0 200409006	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 9.1.6: Berechnen Sie die Umkehrfunktion von $f : \mathbb{R}_0^- \to \mathbb{R}$ $f(x) = \cosh(5x)$ elementar.

Parameter:

$x_1 =$ Faktor $x_1 > 1$.

Die Formel lautet: $\cosh(x_1\, x)$.

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Definition von $y = \cosh x$ an und lösen Sie die Gleichung mittels Substitution und Mitternachtsformel nach y auf.

Rechnung:

$$\begin{array}{rlll} \cosh(5x) = \frac{e^{5x}+e^{-5x}}{2} = y & \Leftrightarrow & e^{5x} - 2y + e^{-5x} = 0 & \text{Multiplikation mit 2} \\ & \Leftrightarrow & e^{2\cdot 5x} - 2y \cdot e^{5x} + 1 = 0 & \text{Multiplikation mit } e^{5x} \\ & \Leftrightarrow & u^2 - 2y \cdot u + 1 = 0 & \text{Substitution } e^{5x} = u \\ & \Leftrightarrow & u_{1,2} = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2-4}}{2} & \text{Mitternachtsformel} \\ & \Leftrightarrow & x_{1,2} = \frac{\ln(y \pm \sqrt{y^2-1})}{5} & \text{Rücksubstitution} \end{array}$$

Damit ist die Umkehrfunktion $y = \frac{\ln(x-\sqrt{x^2-1})}{5}$ mit $\mathbb{D} = [1, \infty)$ (was dem Wertebereich von $\cosh(5x)$ entspricht).

Angebotene Lösungen:

☒ $\frac{\ln(x-\sqrt{x^2-1})}{5}$	2 $\sin(5x)$	3 $\ln(5x - \sqrt{(5x)^2-1})$	4 $5\cos x$
5 $\ln(5x - \sqrt{(5x)^2+1})$	6 $\cosh(5x)$	7 $\frac{\ln(x-\sqrt{x^2+1})}{5}$	8 $\frac{\ln(x+\sqrt{x^2+1})}{5}$
9 $\sinh(5x)$	10 $5\cosh x$	11 $\ln(5x + \sqrt{(5x)^2+1})$	12 $5\sin x$

Fehlerinterpretation:

☒	$\frac{\ln(x-\sqrt{x^2-1})}{5}$	richtig
2	$\sin(5x)$	DF: Lösung geraten
3	$\ln(5x - \sqrt{(5x)^2-1})$	RF: falsch substituiert
4	$5\cos x$	DF: Lösung geraten
5	$\ln(5x - \sqrt{(5x)^2+1})$	RF: falsch substituiert
6	$\cosh(5x)$	DF: Lösung geraten
7	$\frac{\ln(x-\sqrt{x^2+1})}{5}$	RF: $\sinh 5x$ invertiert
8	$\frac{\ln(x+\sqrt{x^2+1})}{5}$	RF: $\sinh 5x$ invertiert
9	$\sinh(5x)$	DF: Lösung geraten
10	$5\cosh x$	DF: Lösung geraten
11	$\ln(5x + \sqrt{(5x)^2+1})$	RF: falsch substituiert
12	$5\sin x$	DF: Lösung geraten

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu