

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 9

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.3 Partialbruchzerlegung
 Grenzwertmethode ElementareFktn Nummer: 28 0 200409004 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.1: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{28}{(x-5) \cdot (x^2+3)}$ in (reelle) Partialbrüche.

Parameter:

x_n = Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$, $n = 1..2$

Die Formel lautet: $\frac{\{x_1^2 + x_2\}}{(x - x_1) \cdot (x^2 + x_2)}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

Der Nenner hat die komplexen Nullstellen $\pm i\sqrt{3}$. Die reelle Partialbruchzerlegung ist von der Form $\frac{A}{x-5} + \frac{Bx+C}{x^2+3}$.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{28}{(x-5) \cdot (x^2+3)} = \frac{A}{x-5} + \frac{Bx+C}{x^2+3} \Rightarrow 28 = A \cdot (x^2+3) + (Bx+C) \cdot (x-5) \quad (*)$$

Wir wenden zuerst die Grenzwertmethode zur Berechnung von A an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (*) den (Grenz-) Wert $x = 5$ ein:

$$x = 5 : 28 = A \cdot (5^2 + 3) + (Bx + C) \cdot (5 - 5) = 28 \cdot A \Rightarrow A = 1$$

Jetzt setzen wir in die Gleichung (*) den speziellen Wert $x = 0$ (und $A = 1$) ein:

$$x = 0 : 28 = 1 \cdot (0^2 + 3) + (B \cdot 0 + C) \cdot (0 - 5) = 3 - 5 \cdot C \Rightarrow C = -5$$

Um C zu bestimmen, verwenden wir einen Koeffizientenvergleich. Dazu formen wir (*) um:

$$0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 28 = (A + B) \cdot x^2 + (C - 5B) \cdot x + (3A - 5C) = (1 + B) \cdot x^2 + (-5 - 5B) \cdot x + 3 + 25$$

Koeffizientenvergleich ergibt das Gleichungssystem

$$0 = 1 + B \quad 0 = -5 - 5B \quad 28 = 3 + 25 \Rightarrow B = -1.$$

Damit ist $f(x) = \frac{1}{x-5} + \frac{-x-5}{x^2+3}$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{x-5} - \frac{x+5}{x^2+3}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{-5}{(x-5) \cdot (x^2+3)}$ | <input type="checkbox"/> es gibt keine | <input type="checkbox"/> $\frac{x-5}{x-5} - \frac{x+3}{x^2+3}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{x-5} - \frac{3}{x^2+3}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{(x-5) \cdot (x^2+3)}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{5x^2} + \frac{1}{3x} - \frac{1}{15}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{x-5} + \frac{3}{x^2+3}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{x^3} - \frac{5}{5x^2} + \frac{3}{3x} - \frac{3}{15}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{5x^2} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{15}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{x+5}{x-5} - \frac{x-3}{x^2+3}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{x^3} + \frac{5}{5x^2} + \frac{3}{3x} + \frac{3}{15}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{x-5} - \frac{x+5}{x^2+3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> $\frac{-5}{(x-5) \cdot (x^2+3)}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> es gibt keine | DF: Doch |
| <input type="checkbox"/> $\frac{x-5}{x-5} - \frac{x+3}{x^2+3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{x-5} - \frac{3}{x^2+3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{(x-5) \cdot (x^2+3)}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{5x^2} + \frac{1}{3x} - \frac{1}{15}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{x-5} + \frac{3}{x^2+3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{x^3} - \frac{5}{5x^2} + \frac{3}{3x} - \frac{3}{15}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{5x^2} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{15}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{x+5}{x-5} - \frac{x-3}{x^2+3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{5}{x^3} + \frac{5}{5x^2} + \frac{3}{3x} + \frac{3}{15}$ | DF: Lösung geraten |

Aufgabe 9.1.2: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{4}{16x^2-192x+432}$ in Partialbrüche.

Parameter:

$x_n =$ Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$ ($x_3 \geq 1$), x_1 ist Teiler von x_2 , $x_3 < x_4$ $n = 1..4$

Die Formel lautet: $\frac{x_1}{x_2x^2 - \{x_2 \cdot (x_3+x_4)\}x + \{x_2 \cdot x_3 \cdot x_4\}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 16$ $x_3 = 3$ $x_4 = 9$.

Erklärung:

Suchen Sie zuerst die Nennernullstellen x_1 und x_2 von $f(x)$. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden. Stellen Sie $f(x)$ als $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ dar.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{4}{16x^2 - 192x + 432} = \frac{4}{16} \cdot \frac{1}{x^2 - 12x + 27} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(x-3) \cdot (x-9)} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-9} \right)$$

$$\text{Damit gilt: } \frac{1}{x^2 - 12x + 27} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-9} \Rightarrow 1 = A \cdot (x-9) + B \cdot (x-3) \quad (*)$$

Wir wenden die Grenzwertmethode an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (*) die (Grenz-) Werte $x = 3$ und $x = 9$ ein:

$$\begin{aligned} x = 3 & : 1 = A \cdot (3-9) + B \cdot (3-3) \Rightarrow A = -\frac{1}{6} \\ x = 9 & : 1 = A \cdot (9-9) + B \cdot (9-3) \Rightarrow B = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist } f(x) = \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{6} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{6} \frac{1}{x-9} \right) = \frac{1}{24} \frac{1}{x-9} - \frac{1}{24} \frac{1}{x-3}$$

Angebote Lösung:

- | | | | |
|---|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{12x} + \frac{1}{27}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{\frac{1}{4}}{x^2} + \frac{\frac{1}{4}}{12x} + \frac{\frac{1}{4}}{27}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{1}{x^2-12x+27}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{4}{16x^2} - \frac{4}{192x} + \frac{4}{432}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-3}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{\frac{1}{4}}{x^2-12x+27}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{\frac{1}{24}}{x-9} - \frac{\frac{1}{24}}{x-3}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{\frac{1}{24}}{x+9} - \frac{\frac{1}{24}}{x+3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\frac{1}{4}}{x^2+12x+27}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+3}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{\frac{3}{2}}{x-9} - \frac{\frac{3}{2}}{x-3}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{\frac{3}{2}}{x+9} - \frac{\frac{3}{2}}{x+3}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{12x} + \frac{1}{27}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{\frac{1}{4}}{x^2} + \frac{\frac{1}{4}}{12x} + \frac{\frac{1}{4}}{27}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{1}{x^2-12x+27}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{4}{16x^2} - \frac{4}{192x} + \frac{4}{432}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{\frac{1}{4}}{x^2-12x+27}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{\frac{1}{24}}{x-9} - \frac{\frac{1}{24}}{x-3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{\frac{1}{24}}{x+9} - \frac{\frac{1}{24}}{x+3}$ | RF: falsches Vorzeichen im Nenner |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{\frac{1}{4}}{x^2+12x+27}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{\frac{3}{2}}{x-9} - \frac{\frac{3}{2}}{x-3}$ | RF: Brüche falsch aufgelöst |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{\frac{3}{2}}{x+9} - \frac{\frac{3}{2}}{x+3}$ | RF: falsches Vorzeichen im Nenner |

Aufgabe 9.1.3:

Gegen welchen Wert (gerundet auf zwei Stellen) strebt die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{24}{(k+2) \cdot (k+6)}$?

Parameter:

x_n = Koeffizienten im Bruch, $x_n > 0$ $n = 1..3$, ($x_2 > x_1$)

Die Summe lautet: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\{(x_2 - x_1) \cdot x_3\}}{(k + x_1) \cdot (k + x_2)}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 6$ $x_3 = 6$.

Erklärung:

Die Reihe wird zuerst als Limes einer (endlichen) Summe interpretiert. Durch Partialbruchzerlegung kann die Summe aufgespalten und als Teleskopsumme interpretiert werden.

Stellen Sie die Summenglieder als $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ dar.

Rechnung:

$$\frac{24}{(k+2) \cdot (k+6)} := \frac{A}{k+2} + \frac{B}{k+6} \Rightarrow 24 = A \cdot (k+6) + B \cdot (k+2)$$

$$\text{Mit } k \rightarrow -2 \text{ gilt } 24 = A \cdot (-2+6) + B \cdot (-2+2) \Rightarrow A = 6,$$

$$\text{mit } k \rightarrow -6 \text{ gilt } 24 = A \cdot (-6+6) + B \cdot (-6+2) \Rightarrow B = -6.$$

$$\text{Damit ist } \frac{24}{(k+2) \cdot (k+6)} = \frac{6}{k+2} - \frac{6}{k+6}$$

$$\sum_{k=0}^n \frac{24}{(k+2) \cdot (k+6)} = \sum_{k=0}^n \frac{6}{k+2} - \frac{6}{k+6} \quad \text{Partialbruchzerlegung}$$

$$= \sum_{k=0}^n \frac{6}{k+2} - \sum_{k=0}^n \frac{6}{k+6} \quad \text{Distributivgesetz u.ä.}$$

$$= \sum_{k=2}^{n+2} \frac{6}{k} - \sum_{k=6}^{n+6} \frac{6}{k} \quad \text{Indexverschiebung}$$

$$= \sum_{k=2}^{6-1} \frac{6}{k} + \sum_{k=6}^{n+2} \frac{6}{k} - \sum_{k=6}^{n+2} \frac{6}{k} - \sum_{k=n+2+1}^{n+6} \frac{6}{k}$$

$$= \sum_{k=2}^5 \frac{6}{k} - \sum_{k=n+3}^{n+6} \frac{6}{k} \quad \text{Teleskopsumme}$$

Für die Reihe gilt

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{24}{(k+2) \cdot (k+6)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{24}{(k+2) \cdot (k+6)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2}^5 \frac{6}{k} - \sum_{k=n+3}^{n+6} \frac{6}{k} = \sum_{k=2}^5 \frac{6}{k} - 0$$

$$\sum_{k=2}^5 \frac{6}{k} = \frac{6}{2} + \frac{6}{3} + \frac{6}{4} + \frac{6}{5} \approx 7.7$$

Angebotene Lösungen:

1 4.7

2 1

3 ∞

4 12.5

5 13.7

6 7.7

7 0

8 6.5

9 1.14

10 8.7

11 14

12 11

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	4.7	RF: Erstes Summenglied vergessen
<input type="checkbox"/> 2	1	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 3	∞	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 4	12.5	DF: Falsche Summe gerechnet
<input type="checkbox"/> 5	13.7	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
<input checked="" type="checkbox"/> 6	7.7	richtig
<input type="checkbox"/> 7	0	DF: Limes der Folge
<input type="checkbox"/> 8	6.5	RF: Letztes Summenglied vergessen
<input type="checkbox"/> 9	1.14	DF: Erster Summand angegeben
<input type="checkbox"/> 10	8.7	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
<input type="checkbox"/> 11	14	DF: Falsche Summe gerechnet
<input type="checkbox"/> 12	11	DF: Falsche Summe gerechnet

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.4 trigonometrische
keine ElementareFktn Nummer: 63 0 200409006 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.4: Berechnen Sie die Umkehrfunktion von $f : \mathbb{R}_0^- \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \cosh(7x)$ elementar.

Parameter:

$x_1 =$ Faktor $x_1 > 1$.

Die Formel lautet: $\cosh(x_1 x)$.

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 7$.

Erklärung:

Wenden Sie die Definition von $y = \cosh x$ an und lösen Sie die Gleichung mittels Substitution und Mitternachtsformel nach y auf.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \cosh(7x) = \frac{e^{7x} + e^{-7x}}{2} = y &\Leftrightarrow e^{7x} - 2y + e^{-7x} = 0 && \text{Multiplikation mit 2} \\ &\Leftrightarrow e^{2 \cdot 7x} - 2y \cdot e^{7x} + 1 = 0 && \text{Multiplikation mit } e^{7x} \\ &\Leftrightarrow u^2 - 2y \cdot u + 1 = 0 && \text{Substitution } e^{7x} = u \\ &\Leftrightarrow u_{1,2} = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 - 4}}{2} && \text{Mitternachtsformel} \\ &\Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{\ln(y \pm \sqrt{y^2 - 1})}{7} && \text{Rücksubstitution} \end{aligned}$$

Damit ist die Umkehrfunktion $y = \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{7}$ mit $\mathbb{D} = [1, \infty)$ (was dem Wertebereich von $\cosh(7x)$ entspricht).

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\ln(7x - \sqrt{(7x)^2 - 1})$	<input checked="" type="checkbox"/> 2	$\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{7}$	<input type="checkbox"/> 3	$7 \cos x$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 + 1})}{7}$
<input type="checkbox"/> 5	$\sin(7x)$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})}{7}$	<input type="checkbox"/> 7	$\sinh(7x)$	<input type="checkbox"/> 8	$\ln(7x + \sqrt{(7x)^2 + 1})$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{7}$	<input type="checkbox"/> 10	$7 \sinh x$	<input type="checkbox"/> 11	$\cos(7x)$	<input type="checkbox"/> 12	$7 \cosh x$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\ln(7x - \sqrt{(7x)^2 - 1})$	RF: falsch substituiert
<input checked="" type="checkbox"/> 2	$\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{7}$	richtig
<input type="checkbox"/> 3	$7 \cos x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 + 1})}{7}$	RF: $\sinh 7x$ invertiert
<input type="checkbox"/> 5	$\sin(7x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})}{7}$	RF: Falscher Zweig der Umkehrfunktion gewählt
<input type="checkbox"/> 7	$\sinh(7x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 8	$\ln(7x + \sqrt{(7x)^2 + 1})$	RF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{7}$	RF: $\sinh 7x$ invertiert
<input type="checkbox"/> 10	$7 \sinh x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 11	$\cos(7x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 12	$7 \cosh x$	DF: Lösung geraten

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.4 trigonometrische
keine ElementareFktn Nummer: 69 0 200409005 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.5: Bestimmen Sie $\cos(\arcsin(4x))$ für $x \in [0, \frac{1}{4}]$ (- der Wertebereich von $\arcsin x$ sei $[0, \frac{\pi}{2}]$).

Parameter:

$x_1 =$ Faktor $x_1 > 1$.

Die Formel lautet: $\cos(\arcsin(x_1 x))$.

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 4$.

Erklärung:

Substituieren Sie $y = \arcsin(4x)$ und wenden Sie die Formel $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$ an. Durch die Einschränkung des Bild und Definitionsbereiches fällt das \pm beim Auflösen der Gleichung weg.

Rechnung:

Sei $y = \arcsin(4x)$, dann gilt:

$$\begin{aligned} \cos y &= \sqrt{1 - \sin^2 y} & y \in [0, \frac{\pi}{2}] &\Rightarrow \cos y \geq 0 \\ &= \sqrt{1 - (\sin(\arcsin(4x)))^2} & y &= \arcsin(4x) \\ &= \sqrt{1 - (4x)^2} & \sin(\arcsin 4x) &= 4x \end{aligned}$$

Damit ist $\cos(\arcsin(4x)) = \sqrt{1 - (4x)^2}$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{4}{\sqrt{4-x^2}}$	<input type="checkbox"/> 2	$\sqrt{1-4x^2}$	<input type="checkbox"/> 3	$4 \sin x$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$\sqrt{1-(4x)^2}$	<input type="checkbox"/> 6	$\sin(4x)$	<input type="checkbox"/> 7	$\cos(4x)$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{4}{\sqrt{1-4x^2}}$
<input type="checkbox"/> 9	$\sqrt{4-x^2}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{\sqrt{1-(4x)^2}}$	<input type="checkbox"/> 11	$4 \cos x$	<input type="checkbox"/> 12	$\sqrt{16-x^2}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{4}{\sqrt{4-x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 2	$\sqrt{1-4x^2}$	RF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/> 3	$4 \sin x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/> 5	$\sqrt{1-(4x)^2}$	richtig
<input type="checkbox"/> 6	$\sin(4x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 7	$\cos(4x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{4}{\sqrt{1-4x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 9	$\sqrt{4-x^2}$	DF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{\sqrt{1-(4x)^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 11	$4 \cos x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 12	$\sqrt{16-x^2}$	DF: falsch substituiert

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.3 Partialbruchzerlegung
 Koeffizientenvergleich ElementareFktn Nummer: 89 0 200409002 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.6: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{7x+14}{(x-7)^2}$ in Partialbrüche.

Parameter:

$x_n =$ Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$ ($x_3 \geq 1$) $n = 1..3$

Die Formel lautet: $\frac{x_1x+x_2}{(x-x_3)^2}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$ $x_2 = 14$ $x_3 = 7$.

Erklärung:

Der Nenner liegt bereits in linearfaktorzerlegter Form vor. Er besitzt nur eine Nullstelle x_0 , diese hat aber Vielfachheit 2. Stellen Sie $f(x)$ als $\frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2}$ dar. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{7x+14}{(x-7)^2} = \frac{A}{(x-7)} + \frac{B}{(x-7)^2} \Rightarrow 7x+14 = A \cdot (x-7) + B \quad (*)$$

Mit der Grenzwertmethode kann hier nur ein Koeffizient bestimmt werden. Den zweiten Koeffizienten bestimmen wir durch das Einsetzen des bestimmten Wertes $x = 0$ in (*):

$$\begin{aligned} x = 7 & : 7 \cdot 7 + 14 = A \cdot (7-7) + B \Rightarrow B = 63 \\ x = 0 & : 7 \cdot 0 + 14 = A \cdot (0-7) + 63 \Rightarrow A = 7 \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist die Partialbruchzerlegung: } f(x) = \frac{7}{x-7} + \frac{63}{(x-7)^2}.$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{7(x+2)}{(x-7)^2}$	<input type="checkbox"/> 2	$\left(\frac{7(x+2)}{(x-7)}\right)^2$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{7(x-7)} + \frac{1}{63(x-7)^2}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{14x} + \frac{1}{49}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{21}{x} + \frac{14}{49}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{1}{x-7} + \frac{1}{(x-7)^2}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{7x}{x-7} + \frac{14}{(x-7)^2}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{21}{x^2} + \frac{21}{14x} + \frac{21}{49}$
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$\frac{7}{x-7} + \frac{63}{(x-7)^2}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{7(x-7)} + \frac{1}{14(x-7)^2}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{7}{x-7} + \frac{14}{(x-7)^2}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{7}{x^2} + \frac{14}{14x} + \frac{1}{49}$

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{7(x+2)}{(x-7)^2}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\left(\frac{7(x+2)}{(x-7)}\right)^2$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\frac{1}{7(x-7)} + \frac{1}{63(x-7)^2}$ | DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{14x} + \frac{1}{49}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{21}{x} + \frac{14}{49}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\frac{1}{x-7} + \frac{1}{(x-7)^2}$ | DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{7x}{x-7} + \frac{14}{(x-7)^2}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{21}{x^2} + \frac{21}{14x} + \frac{21}{49}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 | $\frac{7}{x-7} + \frac{63}{(x-7)^2}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{1}{7(x-7)} + \frac{1}{14(x-7)^2}$ | DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{7}{x-7} + \frac{14}{(x-7)^2}$ | DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{7}{x^2} + \frac{14}{14x} + \frac{1}{49}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>