

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 9

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.3 Partialbruchzerlegung
 Grenzwertmethode ElementareFktn Nummer: 28 0 200409004 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.1: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{7}{(x-2) \cdot (x^2+3)}$ in (reelle) Partialbrüche.

Parameter:

x_n = Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$, $n = 1..2$

Die Formel lautet: $\frac{\{x_1^2 + x_2\}}{(x - x_1) \cdot (x^2 + x_2)}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 3$.

Erklärung:

Der Nenner hat die komplexen Nullstellen $\pm i\sqrt{3}$. Die reelle Partialbruchzerlegung ist von der Form $\frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+3}$.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{7}{(x-2) \cdot (x^2+3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+3} \Rightarrow 7 = A \cdot (x^2+3) + (Bx+C) \cdot (x-2) \quad (*)$$

Wir wenden zuerst die Grenzwertmethode zur Berechnung von A an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (*) den (Grenz-) Wert $x = 2$ ein:

$$x = 2 : 7 = A \cdot (2^2 + 3) + (Bx + C) \cdot (2 - 2) = 7 \cdot A \Rightarrow A = 1$$

Jetzt setzen wir in die Gleichung (*) den speziellen Wert $x = 0$ (und $A = 1$) ein:

$$x = 0 : 7 = 1 \cdot (0^2 + 3) + (B \cdot 0 + C) \cdot (0 - 2) = 3 - 2 \cdot C \Rightarrow C = -2$$

Um C zu bestimmen, verwenden wir einen Koeffizientenvergleich. Dazu formen wir (*) um:

$$0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 7 = (A + B) \cdot x^2 + (C - 2B) \cdot x + (3A - 2C) = (1 + B) \cdot x^2 + (-2 - 2B) \cdot x + 3 + 4$$

Koeffizientenvergleich ergibt das Gleichungssystem

$$0 = 1 + B \quad 0 = -2 - 2B \quad 7 = 3 + 4 \Rightarrow B = -1.$$

Damit ist $f(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{-x-2}{x^2+3}$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{2}{(x-2) \cdot (x^2+3)}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{2}{x^3} - \frac{2}{2x^2} + \frac{3}{3x} - \frac{3}{6}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x^2+3}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x^2+3}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+3}{x^2+3}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{2}{x^3} + \frac{2}{2x^2} + \frac{3}{3x} + \frac{3}{6}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\frac{1}{x-2} - \frac{x+2}{x^2+3}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{1}{x-2} + \frac{x+2}{x^2+3}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{-2}{(x-2) \cdot (x^2+3)}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{3x} - \frac{1}{6}$ | <input type="checkbox"/> 12 es gibt keine |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|-------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{2}{(x-2) \cdot (x^2+3)}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{6}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{2}{x^3} - \frac{2}{2x^2} + \frac{3}{3x} - \frac{3}{6}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x^2+3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x^2+3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+3}{x^2+3}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{2}{x^3} + \frac{2}{2x^2} + \frac{3}{3x} + \frac{3}{6}$ | DF: Lösung geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 $\frac{1}{x-2} - \frac{x+2}{x^2+3}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{1}{x-2} + \frac{x+2}{x^2+3}$ | RF: Falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{-2}{(x-2) \cdot (x^2+3)}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{3x} - \frac{1}{6}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 es gibt keine | DF: Doch |

Aufgabe 9.1.2:

Gegen welchen Wert (gerundet auf zwei Stellen) strebt die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{24}{(k+5) \cdot (k+9)}$?

Parameter:

$x_n =$ Koeffizienten im Bruch, $x_n > 0$ $n = 1..3$, ($x_2 > x_1$)

Die Summe lautet: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\{(x_2 - x_1) \cdot x_3\}}{(k + x_1) \cdot (k + x_2)}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 9$ $x_3 = 6$.

Erklärung:

Die Reihe wird zuerst als Limes einer (endlichen) Summe interpretiert. Durch Partialbruchzerlegung kann die Summe aufgespalten und als Teleskopsumme interpretiert werden. Stellen Sie die Summenglieder als $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ dar.

Rechnung:

$$\frac{24}{(k+5) \cdot (k+9)} := \frac{A}{k+5} + \frac{B}{k+9} \Rightarrow 24 = A \cdot (k+9) + B \cdot (k+5)$$

Mit $k \rightarrow -5$ gilt $24 = A \cdot (-5+9) + B \cdot (-5+5) \Rightarrow A = 6$,
 mit $k \rightarrow -9$ gilt $24 = A \cdot (-9+9) + B \cdot (-9+5) \Rightarrow B = -6$.

Damit ist $\frac{24}{(k+5) \cdot (k+9)} = \frac{6}{k+5} - \frac{6}{k+9}$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n \frac{24}{(k+5) \cdot (k+9)} &= \sum_{k=0}^n \frac{6}{k+5} - \frac{6}{k+9} && \text{Partialbruchzerlegung} \\ &= \sum_{k=0}^n \frac{6}{k+5} - \sum_{k=0}^n \frac{6}{k+9} && \text{Distributivgesetz u.ä.} \\ &= \sum_{k=5}^{n+5} \frac{6}{k} - \sum_{k=9}^{n+9} \frac{6}{k} && \text{Indexverschiebung} \\ &= \sum_{k=5}^{9-1} \frac{6}{k} + \sum_{k=9}^{n+5} \frac{6}{k} - \sum_{k=9}^{n+5} \frac{6}{k} - \sum_{k=n+5+1}^{n+9} \frac{6}{k} \\ &= \sum_{k=5}^8 \frac{6}{k} - \sum_{k=n+6}^{n+9} \frac{6}{k} && \text{Teleskopsumme} \end{aligned}$$

Für die Reihe gilt

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{24}{(k+5) \cdot (k+9)} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{24}{(k+5) \cdot (k+9)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=5}^8 \frac{6}{k} - \sum_{k=n+6}^{n+9} \frac{6}{k} = \sum_{k=5}^8 \frac{6}{k} - 0 \\ &= \sum_{k=5}^8 \frac{6}{k} = \frac{6}{5} + \frac{6}{6} + \frac{6}{7} + \frac{6}{8} \approx 3.81 \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|--|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 14 | <input type="checkbox"/> 2 3.06 | <input type="checkbox"/> 3 0.4 | <input type="checkbox"/> 4 2.61 |
| <input type="checkbox"/> 5 1 | <input type="checkbox"/> 6 11 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 3.81 | <input type="checkbox"/> 8 0 |
| <input type="checkbox"/> 9 5.31 | <input type="checkbox"/> 10 ∞ | <input type="checkbox"/> 11 4.47 | <input type="checkbox"/> 12 12.5 |

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	14	DF: Falsche Summe gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	3.06	RF: Letztes Summenglied vergessen
<input type="checkbox"/> 3	0.4	DF: Erster Summand angegeben
<input type="checkbox"/> 4	2.61	RF: Erstes Summenglied vergessen
<input type="checkbox"/> 5	1	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 6	11	DF: Falsche Summe gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/> 7	3.81	richtig
<input type="checkbox"/> 8	0	DF: Limes der Folge
<input type="checkbox"/> 9	5.31	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
<input type="checkbox"/> 10	∞	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 11	4.47	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
<input type="checkbox"/> 12	12.5	DF: Falsche Summe gerechnet

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.4 trigonometrische
keine ElementareFktn Nummer: 71 0 200409005 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.3: Bestimmen Sie $\cos(\arcsin(4x))$ für $x \in [0, \frac{1}{4}]$ (- der Wertebereich von $\arcsin x$ sei $[0, \frac{\pi}{2}]$).

Parameter:

$x_1 =$ Faktor $x_1 > 1$.

Die Formel lautet: $\cos(\arcsin(x_1 x))$.

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 4$.

Erklärung:

Substituieren Sie $y = \arcsin(4x)$ und wenden Sie die Formel $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$ an. Durch die Einschränkung des Bild und Definitionsbereiches fällt das \pm beim Auflösen der Gleichung weg.

Rechnung:

Sei $y = \arcsin(4x)$, dann gilt:

$$\begin{aligned} \cos y &= \sqrt{1 - \sin^2 y} & y \in [0, \frac{\pi}{2}] &\Rightarrow \cos y \geq 0 \\ &= \sqrt{1 - (\sin(\arcsin(4x)))^2} & y &= \arcsin(4x) \\ &= \sqrt{1 - (4x)^2} & \sin(\arcsin 4x) &= 4x \end{aligned}$$

Damit ist $\cos(\arcsin(4x)) = \sqrt{1 - (4x)^2}$.

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$4 \cos x$	<input type="checkbox"/> 2	$\sin(4x)$	<input type="checkbox"/> 3	$\sqrt{4 - x^2}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$
<input type="checkbox"/> 5	$\cos(4x)$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{1}{\sqrt{1-(4x)^2}}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{4}{\sqrt{1-4x^2}}$	<input type="checkbox"/> 8	$4x$
<input checked="" type="checkbox"/> 9	$\sqrt{1 - (4x)^2}$	<input type="checkbox"/> 10	$\sqrt{1 - 4x^2}$	<input type="checkbox"/> 11	$\sqrt{16 - x^2}$	<input type="checkbox"/> 12	$4 \sin x$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$4 \cos x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\sin(4x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{4-x^2}$	DF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\cos(4x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{1-(4x)^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{4}{\sqrt{1-4x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$4x$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/>	$\sqrt{1-(4x)^2}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{1-4x^2}$	RF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{16-x^2}$	DF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$4 \sin x$	DF: Lösung geraten

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.4 trigonometrische
keine ElementareFktn Nummer: 79 0 200409006 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.4: Berechnen Sie die Umkehrfunktion von $f: \mathbb{R}_0^- \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \cosh(6x)$ elementar.

Parameter:

$x_1 =$ Faktor $x_1 > 1$.

Die Formel lautet: $\cosh(x_1 x)$.

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie die Definition von $y = \cosh x$ an und lösen Sie die Gleichung mittels Substitution und Mitternachtsformel nach y auf.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \cosh(6x) = \frac{e^{6x} + e^{-6x}}{2} = y &\Leftrightarrow e^{6x} - 2y + e^{-6x} = 0 && \text{Multiplikation mit 2} \\ &\Leftrightarrow e^{2 \cdot 6x} - 2y \cdot e^{6x} + 1 = 0 && \text{Multiplikation mit } e^{6x} \\ &\Leftrightarrow u^2 - 2y \cdot u + 1 = 0 && \text{Substitution } e^{6x} = u \\ &\Leftrightarrow u_{1,2} = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 - 4}}{2} && \text{Mitternachtsformel} \\ &\Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{\ln(y \pm \sqrt{y^2 - 1})}{6} && \text{Rücksubstitution} \end{aligned}$$

Damit ist die Umkehrfunktion $y = \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{6}$ mit $\mathbb{D} = [1, \infty)$ (was dem Wertebereich von $\cosh(6x)$ entspricht).

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 + 1})}{6}$	<input type="checkbox"/>	$\sin(6x)$	<input type="checkbox"/>	$6 \sinh x$	<input type="checkbox"/>	$6 \sin x$
<input type="checkbox"/>	$\sinh(6x)$	<input type="checkbox"/>	$\cosh(6x)$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{6}$	<input type="checkbox"/>	$6 \cosh x$
<input type="checkbox"/>	$\cos(6x)$	<input type="checkbox"/>	$\ln(6x + \sqrt{(6x)^2 - 1})$	<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{6}$	<input type="checkbox"/>	$\ln(6x - \sqrt{(6x)^2 + 1})$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x-\sqrt{x^2+1})}{6}$	RF: $\sinh 6x$ invertiert
<input type="checkbox"/>	$\sin(6x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$6 \sinh x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$6 \sin x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\sinh(6x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\cosh(6x)$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x-\sqrt{x^2-1})}{6}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$6 \cosh x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\cos(6x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\ln(6x + \sqrt{(6x)^2 - 1})$	RF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x+\sqrt{x^2+1})}{6}$	RF: $\sinh 6x$ invertiert
<input type="checkbox"/>	$\ln(6x - \sqrt{(6x)^2 + 1})$	RF: falsch substituiert

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.3 Partialbruchzerlegung
 Koeffizientenvergleich ElementareFktn Nummer: 100 0 200409002 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.5: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{6x+18}{(x-2)^2}$ in Partialbrüche.

Parameter:

x_n = Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$ ($x_3 \geq 1$) $n = 1..3$

Die Formel lautet: $\frac{x_1 x_2}{(x-x_3)^2}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 18$ $x_3 = 2$.

Erklärung:

Der Nenner liegt bereits in linearfaktorzerlegter Form vor. Er besitzt nur eine Nullstelle x_0 , diese hat aber Vielfachheit 2. Stellen Sie $f(x)$ als $\frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2}$ dar. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{6x+18}{(x-2)^2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} \Rightarrow 6x+18 = A \cdot (x-2) + B \quad (*)$$

Mit der Grenzwertmethode kann hier nur ein Koeffizient bestimmt werden. Den zweiten Koeffizienten bestimmen wir durch das Einsetzen des bestimmten Wertes $x = 0$ in (*):

$$\begin{aligned} x = 2 & : 6 \cdot 2 + 18 = A \cdot (2-2) + B \Rightarrow B = 30 \\ x = 0 & : 6 \cdot 0 + 18 = A \cdot (0-2) + 30 \Rightarrow A = 6 \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist die Partialbruchzerlegung: } f(x) = \frac{6}{x-2} + \frac{30}{(x-2)^2}.$$

Angebote Lösung:

<input type="checkbox"/>	$\frac{24}{x} + \frac{18}{4}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{4}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{6(x-2)} + \frac{1}{30(x-2)^2}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$
<input type="checkbox"/>	$\frac{6}{x-2} + \frac{18}{(x-2)^2}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{6(x-2)} + \frac{1}{18(x-2)^2}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{6}{x^2} + \frac{18}{4x} + \frac{1}{4}$	<input type="checkbox"/>	$\left(\frac{6(x+3)}{(x-2)}\right)^2$
<input type="checkbox"/>	$\frac{6(x+3)}{(x-2)^2}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{24}{x^2} + \frac{24}{4x} + \frac{24}{4}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{6x}{x-2} + \frac{18}{(x-2)^2}$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{6}{x-2} + \frac{30}{(x-2)^2}$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{24}{x^2} + \frac{18}{4x} + \frac{1}{4}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{4}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{6(x-2)} + \frac{1}{30(x-2)^2}$	DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{6}{x-2} + \frac{18}{(x-2)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{1}{6(x-2)} + \frac{1}{18(x-2)^2}$	DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{6}{x^2} + \frac{18}{4x} + \frac{1}{4}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8	$\left(\frac{6(x+3)}{(x-2)}\right)^2$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{6(x+3)}{(x-2)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht durchgeführt
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{24}{x^2} + \frac{24}{4x} + \frac{24}{4}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{6x}{x-2} + \frac{18}{(x-2)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{6}{x-2} + \frac{30}{(x-2)^2}$	richtig

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.3 Partialbruchzerlegung
 Grenzwertmethode ElementareFktn Nummer: 109 0 200409001 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.6: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{3}{12x^2 - 96x + 144}$ in Partialbrüche.

Parameter:

$x_n =$ Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$ ($x_3 \geq 1$), x_1 ist Teiler von x_2 , $x_3 < x_4$ $n = 1..4$

Die Formel lautet: $\frac{x_1}{x_2x^2 - \{x_2 \cdot (x_3 + x_4)\}x + \{x_2 \cdot x_3 \cdot x_4\}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 12$ $x_3 = 2$ $x_4 = 6$.

Erklärung:

Suchen Sie zuerst die Nennernullstellen x_1 und x_2 von $f(x)$. Weil der Zählergrad $<$ Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden. Stellen Sie $f(x)$ als $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ dar.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{3}{12x^2 - 96x + 144} = \frac{3}{12} \cdot \frac{1}{x^2 - 8x + 12} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(x-2) \cdot (x-6)} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-6} \right)$$

$$\text{Damit gilt: } \frac{1}{x^2 - 8x + 12} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-6} \Rightarrow 1 = A \cdot (x-6) + B \cdot (x-2) \quad (*)$$

Wir wenden die Grenzwertmethode an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (*) die (Grenz-) Werte $x = 2$ und $x = 6$ ein:

$$\begin{aligned} x = 2 & : 1 = A \cdot (2-6) + B \cdot (2-2) \Rightarrow A = \frac{-1}{4} \\ x = 6 & : 1 = A \cdot (6-6) + B \cdot (6-2) \Rightarrow B = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist } f(x) = \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-6} \right) = \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-2} \right)$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{1}{x^2 - 8x + 12}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{x^2 - 8x + 12}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+2}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-2}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{8x} + \frac{1}{12}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{8x} + \frac{1}{12}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+2}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{3}{12x^2} - \frac{3}{96x} + \frac{3}{144}$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{x^2 + 8x + 12}$	<input checked="" type="checkbox"/> X	$\frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-2}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{8x} + \frac{1}{12}$	<input type="checkbox"/> 12	162

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{1}{x^2-8x+12}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
2	$\frac{\frac{1}{4}}{x^2-8x+12}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
3	$\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+2}$	RF: falsches Vorzeichen im Nenner
4	$\frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-2}$	RF: Brüche falsch aufgelöst
5	$\frac{\frac{1}{4}}{x^2} + \frac{\frac{1}{4}}{8x} + \frac{\frac{1}{4}}{12}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
6	$\frac{\frac{1}{4}}{x^2} - \frac{\frac{1}{4}}{8x} + \frac{\frac{1}{4}}{12}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
7	$\frac{\frac{1}{16}}{x+6} - \frac{\frac{1}{16}}{x+2}$	RF: falsches Vorzeichen im Nenner
8	$\frac{\frac{1}{3}}{12x^2} - \frac{\frac{1}{3}}{96x} + \frac{3}{144}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
9	$\frac{\frac{1}{4}}{x^2+8x+12}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
X	$\frac{\frac{1}{16}}{x-6} - \frac{\frac{1}{16}}{x-2}$	richtig
11	$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{8x} + \frac{1}{12}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
12	162	GL: geratene Lösung

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>